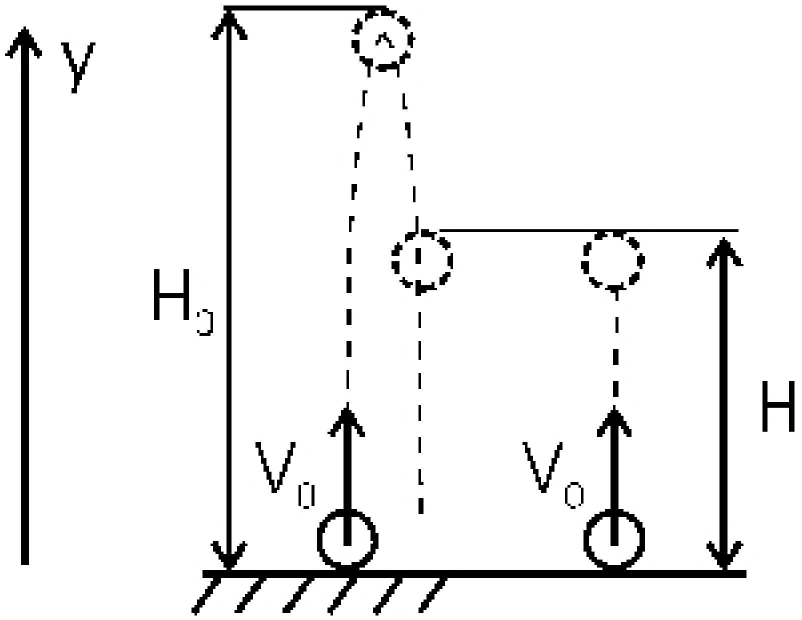
$V_0 = 4$ м/с

$H = ?$



Запишем уравнение движения первого тела: $y = V_0 \times t - \frac{g \times t^2}{2}$. Скорость тела подчиняется уравнению $V=V_0-g\times t$. Когда через время T тело достигает верхней точки ($y=H_0$), его скорость становится равной $V=0$, поэтому $0=V_0-g\times T$. Откуда время подьема равно $T = \frac{V_0}{g}$. Тогда высота подьема равна

$$H_0 = V_0 \times T - \frac{g \times T^2}{2} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{g \times V_0^2}{2g^2} = \frac{V_0^2}{2g}.$$

Когда первое тело начинает падать (при движении вниз) уравнение его движения принимает вид: $y1 = H_0 - \frac{g \times t^2}{2}$.

В это же время второе тело начинает подниматься. И его уравнение движения $y2 = V_0 \times t - \frac{g \times t^2}{2}$. Когда тела встретились их координаты y1 и y2 стали равными.

То есть $y1=y2$, откуда $H_0 - \frac{g \times t^2}{2} = V_0 \times t - \frac{g \times t^2}{2}$. Из этого уравнения находим время через которое тела встретятся: $t = \frac{H_0}{V_0}$. Нам уже известно, что $H_0 = \frac{V_0^2}{2g}$, поэтому $t = \frac{H_0}{V_0} = \frac{V_0^2}{2gV_0} = \frac{V_0}{2g}$. Высоту найдем подстановкой этого времени t в уравнение $y2 = V_0 \times t - \frac{g \times t^2}{2}$. То есть $H = V_0 \times \frac{V_0}{2g} - \frac{g \times V_0^2}{8g^2} = \frac{3V_0^2}{8g}$.

Подставляем числа. $H = \frac{3(4м/с)^2}{8 \times 9{,}81м/с^2} = 0{,}61м$.

$a = 5 м/с^2$
$V_0 = 0$
$S_n - S_{n-1} = ?$

Уравнение движения записывается в виде $S = V_0 \times t + \frac{a \times t^2}{2}$. А так как $V_0=0$, то $S = \frac{a \times t^2}{2}$.

Путь пройденный за n-ю секунду равен разности пути пройденного за n секунд и пути пройденного за n−1 секунд: $S_n = S(t = n) - S(t = n - 1)$.

Поэтому $S_n = \frac{a \times n^2}{2} - \frac{a \times (n - 1)^2}{2} = \frac{a}{2}(2n - 1)$.

Путь пройденный за (n−1)-ю секунду равен разности пути пройденного за (n−1) секунд и пути пройденного за (n−2) секунд: $S_n = S(t = n - 1) - S(t = n - 2)$. Поэтому

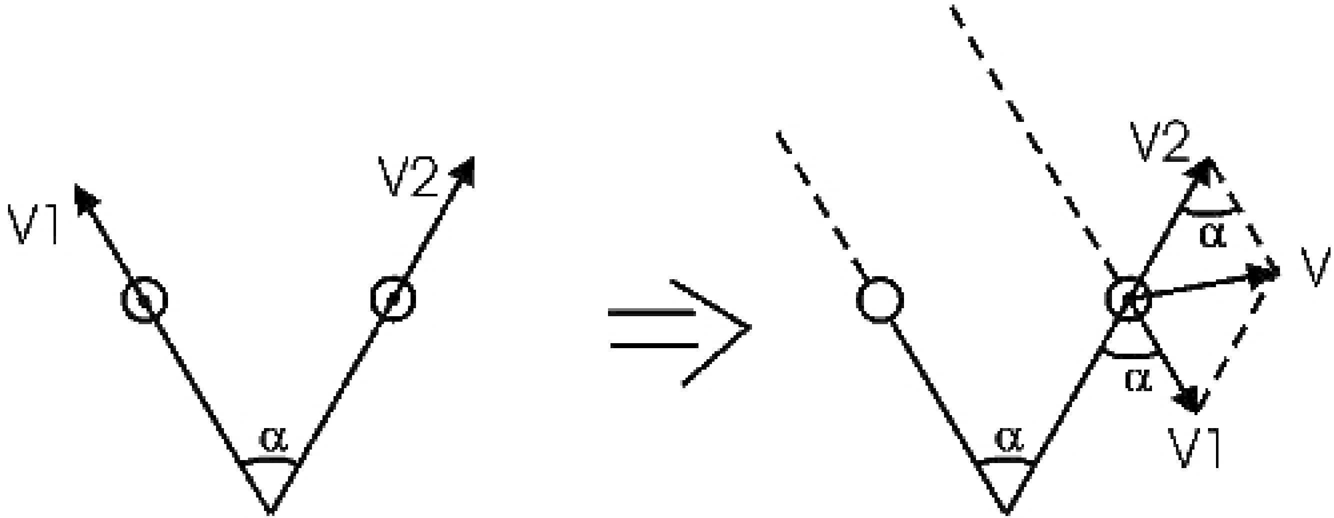
$$S_{n-1} = \frac{a \times (n - 1)^2}{2} - \frac{a \times (n - 2)^2}{2} = \frac{a}{2}(2n - 3).$$

Откуда $S_n - S_{n-1} = \frac{a}{2}(2n - 1 - 2n + 3) = a = 5м$.

$V1 = 54$ км/ч

$V2 = 72$км/ч

$V = ?$



Видно, что если поместить начало координат на первой машине, то скорость, с которой вторая машина удаляется от первой равна сумме векторов -V1 и V2 (см. рис.). Причем ее модуль, как видно из рисунка, равен

$$V = \sqrt{V1^2 + V2^2 - 2 \times V1 \times V2 \times \cos\alpha}.$$

Подставляем числа.

$$V = \sqrt{(54)^2 + (72)^2 - 2 \times 54 \times 72 \times \cos 60°}\text{км}/\text{ч} = 64{,}9\text{км}/\text{ч} = 18\text{м}/\text{с}.$$

$V_0 = 10$ м/с

$a = -5$ м/с^2

$t = 4$ с

$\Delta S / \Delta r = ?$

Перемещение для равноускоренного движения равно $\Delta r = V_0 \times t + \dfrac{a \times t^2}{2}$.

Через время $t = 4$с перемещение будет $\Delta r = 10\text{м}/\text{с} \times 4\text{с} - \dfrac{5\text{м}/\text{с}^2 \times (4\text{с})^2}{2} = 0\text{м}$.

А так как пройденный путь всегда больше нуля, то $\dfrac{\Delta S}{\Delta r} = \dfrac{\Delta S}{0} = \infty$.

То есть путь в бесконечное число раз больше перемещения.

$S_1=S/3$

$t_2=t_3$

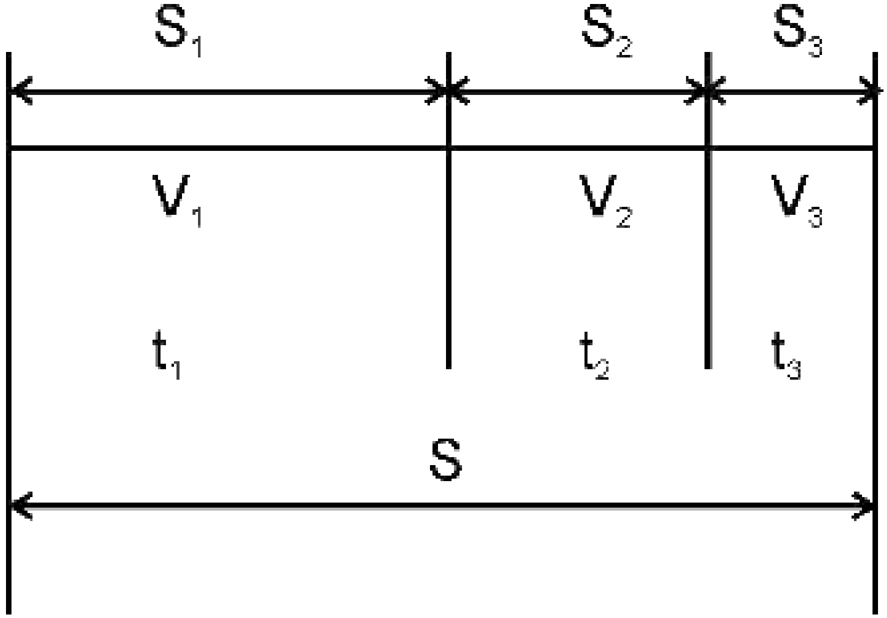
$V_1=18$ км/ч$=5$ м/с

$V_2=22$ км/ч$=6.11$ м/с

$V_3=5$ км/ч$=1.39$ м/с

$S_1=S_2+S_3$

$\langle V\rangle=?$



Средняя скорость равна по определению отношению пройденного пути к затраченному времени: $\langle V\rangle=\dfrac{S}{t}$.

Известно, $S_3=V_3\times t_3$, $S_2=V_2\times t_2$, а $S_1=V_1\times t_1$. Где времена $t_2=t_3$. Поэтому

$$t_2=t_3=\frac{S_2+S_3}{V_2+V_3}.$$

Расстояние $S_1=S/3$. Откуда $S=3\times S_1$.

Кроме того $S_2+S_3=2\times S_1$.

Тогда искомая величина равна

$$\langle V\rangle=\frac{S}{t}=\frac{S_1+S_2+S_3}{t_1+t_2+t_3}=\frac{3\times S_1}{S_1/V_1+2\dfrac{S_2+S_3}{V_2+V_3}}=\frac{3\times S_1}{S_1/V_1+\dfrac{4\times S_1}{V_2+V_3}}=$$

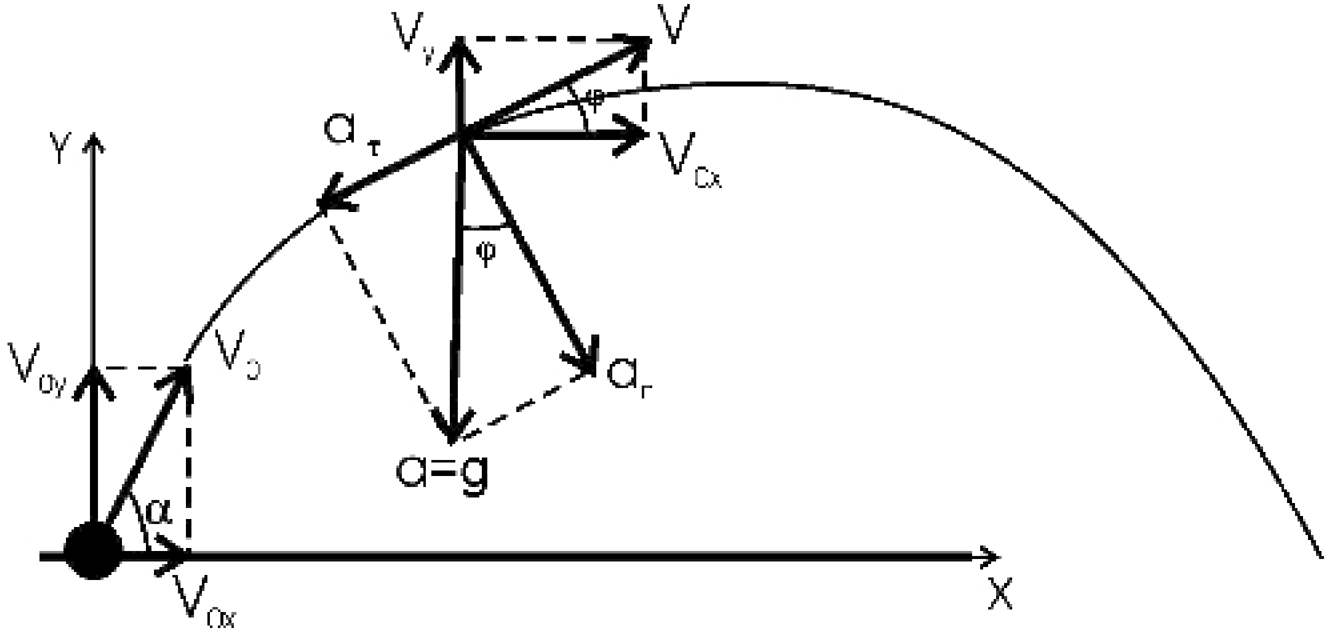
$$=\frac{3\times V_1\times(V_2+V_3)}{4\times V_1+(V_2+V_3)}$$

Подставляем числа.

$$\langle V\rangle=\frac{3\times 5\text{м/с}\times(6.11\text{м/с}+1.39\text{м/с})}{4\times 5\text{м/с}+(6.11\text{м/с}+1.39\text{м/с})}=4.09\text{м/с}=14.7\text{км/ч}.$$

$V_0=30$ м/с
$\alpha=30°$
$t=1$с

1) $a_n = ?$
2) $a_\tau = ?$



Проекции начальной скорости на оси X и Y равны соответственно $V_{0x} = V_0 \cos\alpha$, $V_{0y} = V_0 \sin\alpha$.

Уравнение изменения скорости со временем записывается в виде $V_y = V_{0y} - g \times t$. Через время t_1 тело находится на максимальной высоте $V_y=0$. Поэтому $0 = V_0 \times \sin\alpha - g \times t_1$.

Откуда время подъема равно $t_1 = \dfrac{V_0 \times \sin\alpha}{g} = \dfrac{30м/с \times \sin 30°}{9{,}8м/с^2} = 1{,}53с$. Момент времени $t=1$с меньше t_1. Поэтому на этапе $t=1$с происходит еще подъем.

При подъеме скорость тела вдоль оси X не изменяется (постоянна) и равна $V_x = V_{0x} = V_0 \cos\alpha$. Скорость же вдоль оси Y изменяется со временем по закону $V_y = V_0 \sin\alpha - g \times t$.

Из рисунка видно, что $\text{tg}\varphi = \dfrac{V_y}{V_x}$, поэтому $\varphi = \text{arctg}\left(\dfrac{V_0 \sin\alpha - g \times t}{V_0 \cos\alpha}\right)$. Поэтому искомые ускорения равны (см. рис.)

$$a_\tau = g \times \sin\varphi = g \times \sin\left[\text{arctg}\left(\frac{V_0 \sin\alpha - g \times t}{V_0 \cos\alpha}\right)\right] =$$

$$= 9.8м/с^2 \times \sin\left[\text{arctg}\left(\frac{30м/с \times \sin 30° - 9{,}8м/с^2 \times 1с}{30м/с \times \cos 30°}\right)\right] = 1{,}92м/с^2.$$

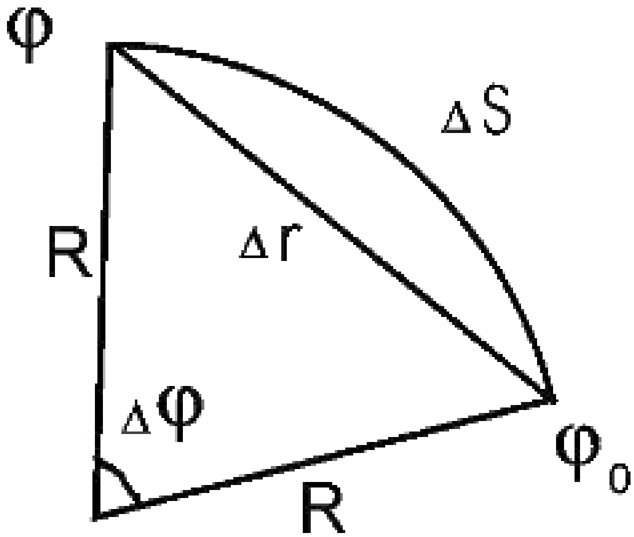
Аналогично находим $a_n = g \times \cos\varphi = g \times \cos\left[\text{arctg}\left(\dfrac{V_0 \sin\alpha - g \times t}{V_0 \cos\alpha}\right)\right] = 9.61м/с^2$.

$\omega = \pi/6$ рад/с

$T = 4$ с

$\varphi_0 = \pi/3$ рад

$\Delta S/\Delta r = ?$



Зависимость угла поворота от времени записывается в виде: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$.

Тогда через время T=4с точка повернется на угол $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = \omega T$.

Из рисунка видно, что пройденный путь равен $\Delta S = \Delta\varphi \times R$.

Перемещение найдем из треугольника (см. рис.). Поэтому

$$\Delta r = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos\Delta\varphi} = R\sqrt{2 - 2\cos\Delta\varphi} = 2R\sin\frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Тогда искомое отношение равно $\dfrac{\Delta S}{\Delta r} = \dfrac{\Delta\varphi \times R}{2R\sin\frac{\Delta\varphi}{2}} = \dfrac{\Delta\varphi}{2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}} = \dfrac{\omega T}{2\sin\frac{\omega T}{2}}$.

Подставляем числа. $\dfrac{\Delta S}{\Delta r} = \dfrac{\pi/6(\text{рад}/\text{с}) \times 4\text{с}}{2\sin\left(\dfrac{\pi/6(\text{рад}/\text{с}) \times 4\text{с}}{2}\right)} = 1{,}209$.

$x=A_1+B_1t+C_1t^2$ $y=A_2+B_2t+C_2t^2$ $B_1=7$ м/с $C_1=-2$м/с^2 $B_2=-1$м/с $C_2=0{,}2$ м/с^2 $t=5$с	
$V(t)=?$ $a(t)=?$	

Запишем радиус-вектор. Он равен $r = xi + yj$, где i – орт оси X, а j – орт оси Y. Поэтому получаем $r = i\times(A_1 + B_1t + C_1t^2) + j\times(A_2 + B_2t + C_2t^2)$.

Скорость есть производная перемещения по времени. Поэтому

$$V = \frac{dr}{dt} = \frac{d(i\times(A_1 + B_1t + C_1t^2) + j\times(A_2 + B_2t + C_2t^2))}{dt} =$$

$$= i\times(B_1 + 2C_1t) + j\times(B_2 + 2C_2t).$$

Эта величина является вектором. Проекция скорости V на ось X равна $Vx=B_1+2C_1t$, на ось Y равна $Vy= B_2+2C_2t$. Тогда модуль скорости равен

$$|V| = \sqrt{(Vx)^2 + (Vy)^2} = \sqrt{(B_1 + 2C_1t)^2 + (B_2 + 2C_2t)^2}.$$

Подставляем числа.

$$|V| = \sqrt{(7м/с + 2\times(-2м/с^2)\times 5с)^2 + (-1м/с + 2\times(0{,}2м/с^2)\times 5с)^2} = 13м/с.$$

По определению ускорение это производная скорости по времени. Поэтому $a = \frac{dV}{dt} = \frac{d(i\times(B_1 + 2C_1t) + j\times(B_2 + 2C_2t))}{dt} = i\times(2C_1) + j\times(2C_2)$

.

Проекция ускорения a на ось X равна $ax=2C_1$, на ось Y равна $ay= 2C_2$.

Поэтому $|a| = \sqrt{(ax)^2 + (ay)^2} = \sqrt{(2C_1)^2 + (2C_2)^2}$.

Подставляем числа.

$$|a| = \sqrt{(2\times(-2м/с^2))^2 + (2\times(0{,}2м/с^2))^2} = 4.02м/с^2.$$

$\omega=1$ рад/с $t = 9{,}9$ с $R = 2$м	
$a = ?$	

По определению центростремительное ускорение равно $a = \dfrac{V^2}{R}$.

Так как человек обходит платформу по краю, то его скорость относительно платформы равна $V_1 = \dfrac{2\pi R}{t}$.

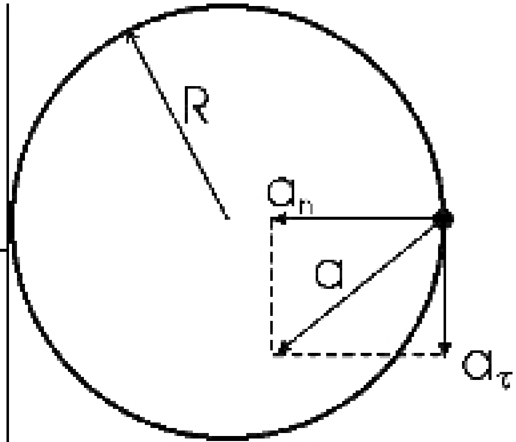
Если человек обходит платформу по направлению вращения, скорость человека относительно земли будет максимальна: $V=V_1+V_2$. Где $V_2=\omega\times R$ – скорость вращения края платформы. Поэтому $V = \dfrac{2\pi R}{t} + \omega R$. Подставляем

$$a = \frac{\left(\dfrac{2\pi R}{t} + \omega R\right)^2}{R} = \left(\frac{2\pi}{t} + \omega\right)^2 R.$$

Подставляем числа. $a = \left(\dfrac{2\times 3.14\text{рад}}{9{,}9\text{с}} + 1\text{рад}/\text{с}\right)^2 2\text{м} = 5{,}32\,\text{м}/\text{с}^2$.

$R = 30$ см
$a_\tau = const$
$T = 4$ с
$N(T) = 3$
$a_n = 2{,}7$ м/с^2

$a_\tau = ?$



На рисунке показаны направления тангенциального a_τ, нормального a_n ускорений и полного ускорений точки.

По определению нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость точки, R - радиус. Откуда $\omega = \sqrt{\frac{a_n}{R}}$.

Угловая скорость с другой стороны равна $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$. Откуда $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$.

По определению тангенциальное ускорение $a_\tau = \varepsilon R$, где ε – угловое ускорение точки.

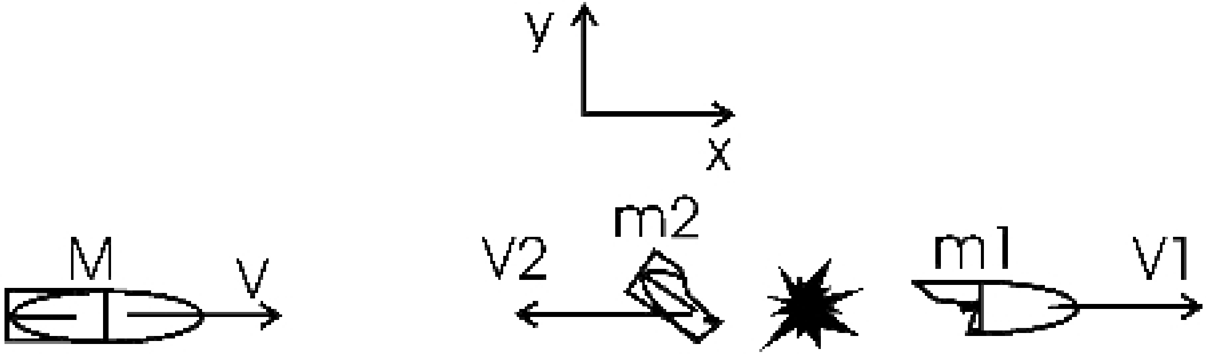
Зависимость угла поворота от времени: $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$. Поэтому число оборотов равно $N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}\right)$. Подставляем сюда $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$ и получаем $N = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_0 t + \frac{(\omega - \omega_0)t^2}{2t}\right) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{(\omega + \omega_0)}{2} t\right)$. Откуда $\omega_0 = \frac{4\pi N}{t} - \omega$. Подставляем в $\varepsilon = \frac{\omega - \frac{4\pi N}{t} + \omega}{t} = \frac{2\omega}{t} - \frac{4\pi N}{t^2}$.

Нам уже известно, что $\omega = \sqrt{\frac{a_n}{R}}$, поэтому через время T угловое ускорение $\varepsilon = \frac{2}{T}\sqrt{\frac{a_n}{R}} - \frac{4\pi N(T)}{T^2}$. Тогда искомая величина $a_\tau = \varepsilon R = \frac{2}{T}\sqrt{a_n R} - \frac{4\pi N(T) \times R}{T^2}$. Подставляем числа.

$$a_\tau = \frac{2}{4c}\sqrt{2.7 м/c^2 \times 0{,}3 м} - \frac{4 \times 3{,}14 \times 3 \times 0{,}3 м}{(4c)^2} = -0{,}26 м/c^2.$$

$M = 8$ кг
$V = 250$ м/с
$m1 = 6$ кг
$V1 = 400$ м/с

$V2 = ?$



Используем закон сохранения импульса:

$M\overline{V} = m_1\overline{V_1} + m_2\overline{V_2}$.

А так как больший осколок массой $m1 = 6$ кг полетел в том же направлении, то $MV = m_1V_1 - m_2V_2$. (Мы предположили, что второй осколок полетел в другую сторону.)

Нам известно, что масса второго осколка (меньшего) равна $m2 = M - m1$.

Подставляем и получаем:

$MV = m_1V_1 - (M - m_1)V_2$. Откуда находим скорость

$$V_2 = \frac{m_1V_1 - MV}{M - m_1} = \frac{6кг \times 400м/с - 8кг \times 250м/с}{8кг - 6кг} = 200м/с.$$

Так как скорость положительная, то мы правильно выбрали ее направление.

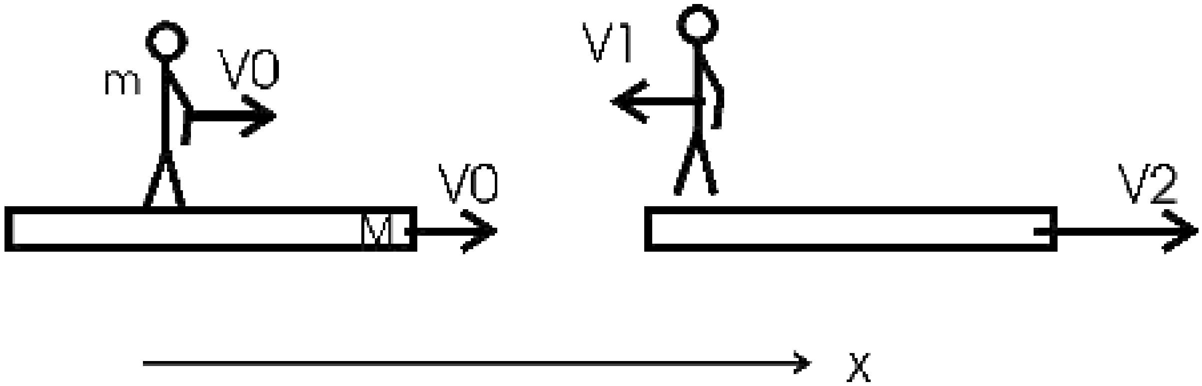
$M = 210$ кг

$m = 70$ кг

$V0 = 3$ м/с

$V2 = 4$м/с

$V1 = ?$



Воспользуемся законом сохранения импульса:

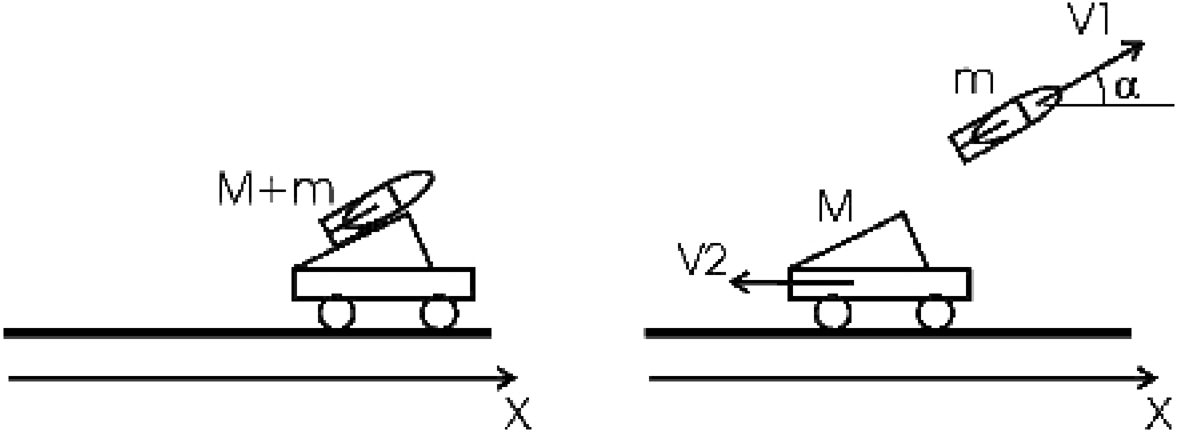
$(M+m)\times\overline{V0} = M\times\overline{V2} + m\times\overline{V1}^{*}$, где M – масса лодки, m – масса человека, $V1^{*}$ - скорость человека относительно берега, так как мы работаем в системе отсчета связанной с берегом. Зная, что скорость человека относительно плота V1 и скорость плота V0, находим $\overline{V1}^{*} = \overline{V0} + \overline{V1}$. Подставляем в первое уравнение и получаем $(M+m)\times\overline{V0} = M\times\overline{V2} + m\times(\overline{V0}+\overline{V1})$. Проектируем вектора на ось X и получаем: $(M+m)\times V0 = M\times V2 + m\times(V0 - V1)$. Из этого уравнения находим искомую скорость:

$$V1 = V0 - \frac{(M+m)\times V0 - M\times V2}{m} = \frac{M\times(V2 - V0)}{m}.$$

Подставляем числа. $V2 = \dfrac{210\text{кг}\times(4\text{м}/\text{с} - 3\text{м}/\text{с})}{70\text{кг}} = 3\text{м}/\text{с}$.

$m = 60$кг
$M = 18000$кг
$V1 = 480$ м/с
$\alpha = 30°$

$V2 = ?$



Для определения скорости V2 воспользуемся законом сохранения импульса: $m \times \overline{V1} = M \times \overline{V2}$, где $m \times \overline{V1}$ - импульс снаряда, $M \times \overline{V2}$ - вагона после выстрела.

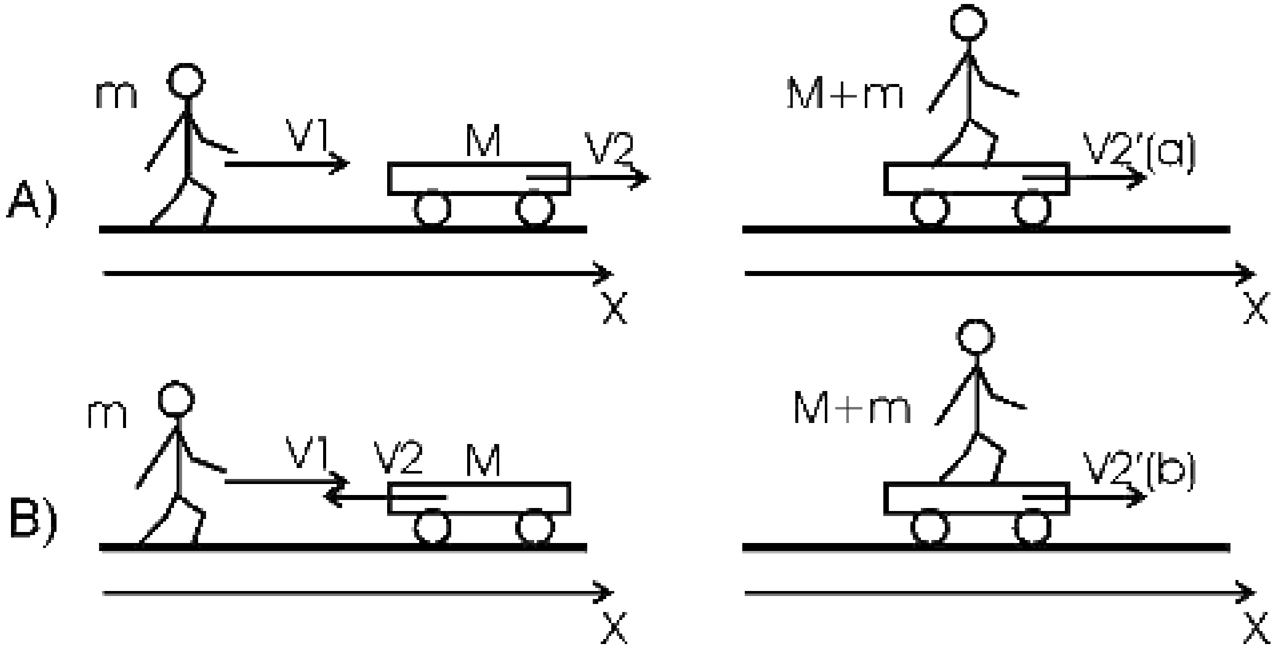
Проектируем вектора импульсов на ось x и получаем:

На ось X: $m \times V1 \times \cos\alpha = M \times V2$. Откуда искомая скорость $V2 = \dfrac{m \times V1 \times \cos\alpha}{M}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V2 = \frac{60кг \times 480м/с \times \cos 30°}{18000кг} = 1.39м/с.$$

$m = 70$кг
$M = 190$кг
$V1 = 9$ км/ч
$V2 = 3{,}6$км/час

$V2'(a) = ?$
$V2'(b) = ?$



Для определения скорости V2' воспользуемся законом сохранения импульса: $M \times \overline{V2} + m \times \overline{V1} = (m + M) \times \overline{V2'}$, где $m \times \overline{V1}$ - импульс человека до удара, $M \times \overline{V2}$ - импульс вагона до прыжка, $(m + M) \times \overline{V2'}$ - общий импульс человека и вагона после прыжка.

Для случая а) имеем:

Проектируем вектора импульсов на ось x и получаем:

На ось X: $M \times V2 + m \times V1 = (m + M) \times V2'(a)$. Откуда искомая скорость $V2'(a) = \dfrac{M \times V2 + m \times V1}{(m + M)}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V2'(a) = \frac{190кг \times 9 \times 10^3 м/(3600сек) + 70кг \times 3.6 \times 10^3 м/(3600сек)}{(190кг + 70кг)} = 2{,}1м/с.$$

Для случая b):

Проектируем вектора импульсов на ось x и получаем:

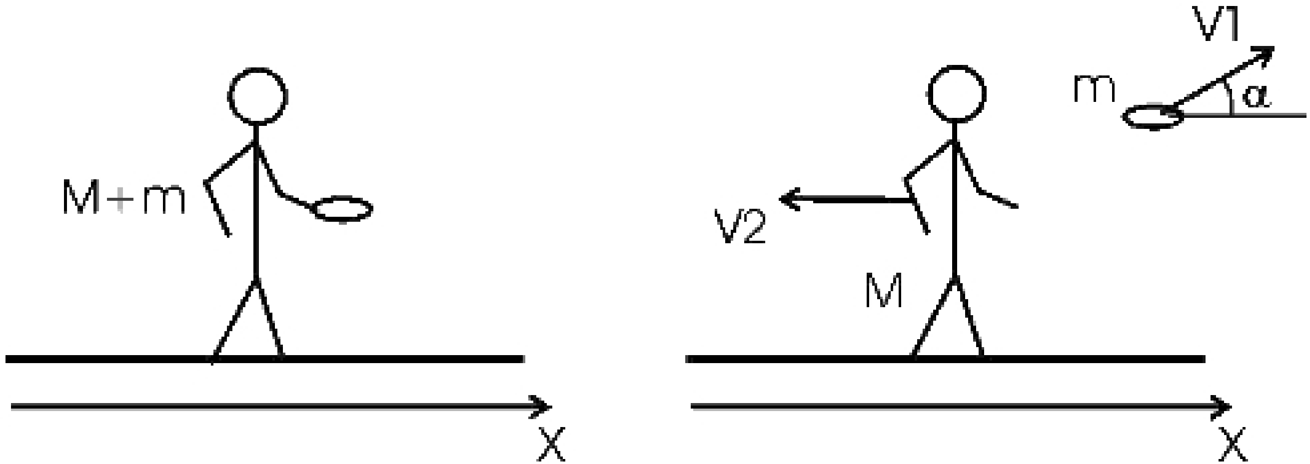
На ось X: $-M \times V2 + m \times V1 = (m + M) \times V2'(b)$. Откуда искомая скорость $V2'(b) = \dfrac{-M \times V2 + m \times V1}{(m + M)}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V2'(b) = \frac{-190кг \times 9 \times 10^3 м/(3600сек) + 70кг \times 3.6 \times 10^3 м/(3600сек)}{(190кг + 70кг)} = -1{,}56м/с$$

. Знак минус говорит о том, что на рисунке вектор скорости V2'(b) должен быть направлен в противоположную сторону.

$m = 2.5$кг
$M = 60$кг
$V1 = 10$ м/с
$\alpha = 30°$

$V2 = ?$



Для определения скорости V2 воспользуемся законом сохранения импульса: $m \times \overline{V1} = M \times \overline{V2}$, где $m \times \overline{V1}$ - импульс шайбы, $M \times \overline{V2}$ - человека после броска.

Проектируем вектора импульсов на ось х и получаем:

На ось Х: $m \times V1 \times \cos\alpha = M \times V2$. Откуда искомая скорость $V2 = \dfrac{m \times V1 \times \cos\alpha}{M}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

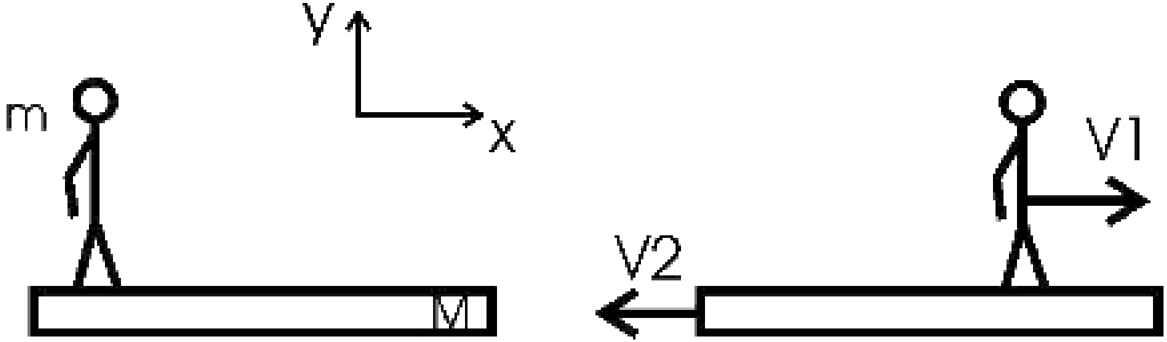
$$V2 = \frac{2.5\text{кг} \times 10\text{м/с} \times \cos 30°}{60\text{кг}} = 0.36\text{м/с}.$$

$M = 20$ кг

$m = 60$ кг

$V1 = 1$ м/с

$V2 = ?$



Воспользуемся законом сохранения импульса: $0 = M \times \overline{V2} + m \times \overline{V1^*}$, где M – масса доски, m – масса человека, $V1^*$ - скорость человека относительно пола, так как мы работаем в системе отсчета связанной с полом. Нам известна скорость человека относительно доски V1 и скорость доски V2, поэтому $\overline{V1^*} = \overline{V2} + \overline{V1}$.

Подставляем в первое уравнение и получаем $0 = M \times \overline{V2} + m \times (\overline{V2} + \overline{V1})$.

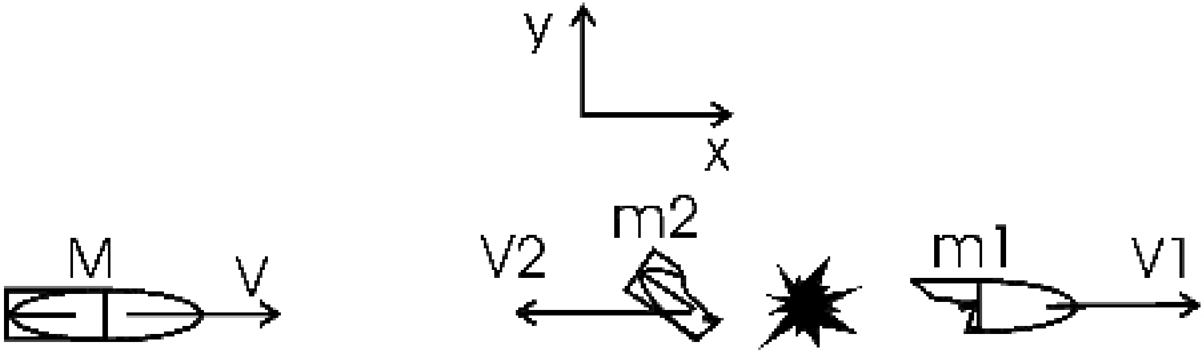
Проектируем вектора на ось X и получаем:

$0 = -M \times V2 + m \times (-V2 + V1)$. Из этого уравнения находим искомую скорость:

$$V2 = \frac{m \times V1}{M + m} = \frac{60кг \times 1м/с}{20кг + 60кг} = 0{,}75м/с.$$

$V = 400$ м/с
$m2 = 0.4 \times M$
$V1 = 150$ м/с

$V2 = ?$



Используем закон сохранения импульса:

$M\overline{V} = m_1\overline{V_1} + m_2\overline{V_2}$.

А так как меньший осколок массой $m2 = 0{,}4 \times M$ полетел в противоположном направлении, то $MV = m_1V_1 - m_2V_2$. (Мы предположили, что больший осколок полетел в другую сторону.)

Нам известно, что масса второго осколка (большего) равна $m1 = M - m2 = 0{,}6 \times M$. Подставляем и получаем:

$MV = 0.6 \times MV_1 - 0.4MV_2$. Откуда находим скорость

$$V_1 = \frac{V + 0.4 \times V_2}{0.6} = \frac{400\text{м/с} + 0.4 \times 150\text{м/с}}{0{,}6} = 766\text{м/с}.$$

Так как величина положительная, то ее вектор скорости совпадает с выбранным нами направлением оси x.

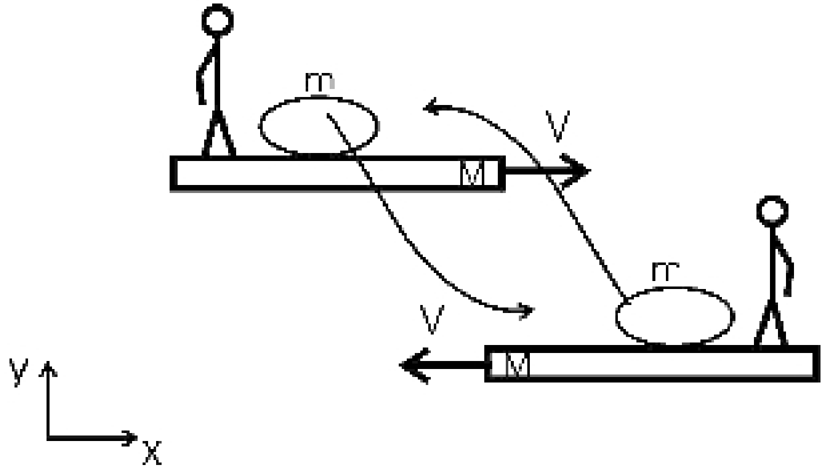
$M = 200$ кг

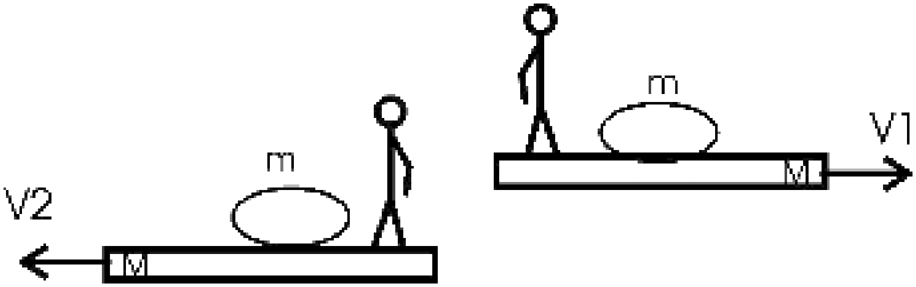
$m = 20$ кг

$V = 1$ м/с

$V1 = ?$

$V2 = ?$





Воспользуемся законом сохранения импульса. А так как задача симметрична относительно перестановки лодок (они абсолютно равны) и перебрасываемые грузы одинаковы, то скорости лодок будут равны по модулю, но противоположны по направлению. Поэтому рассматриваем только одну лодку:

Для первой лодки

$M \times \overline{V1} = (M - m) \times \overline{V} + m \times \overline{V}$, где M – масса лодки, m – груза, $V1$ - скорость лодки после перебрасывания грузов. Проектируем вектора на ось X и получаем $M \times V1 = (M - m) \times V - m \times V$. Откуда искомая скорость

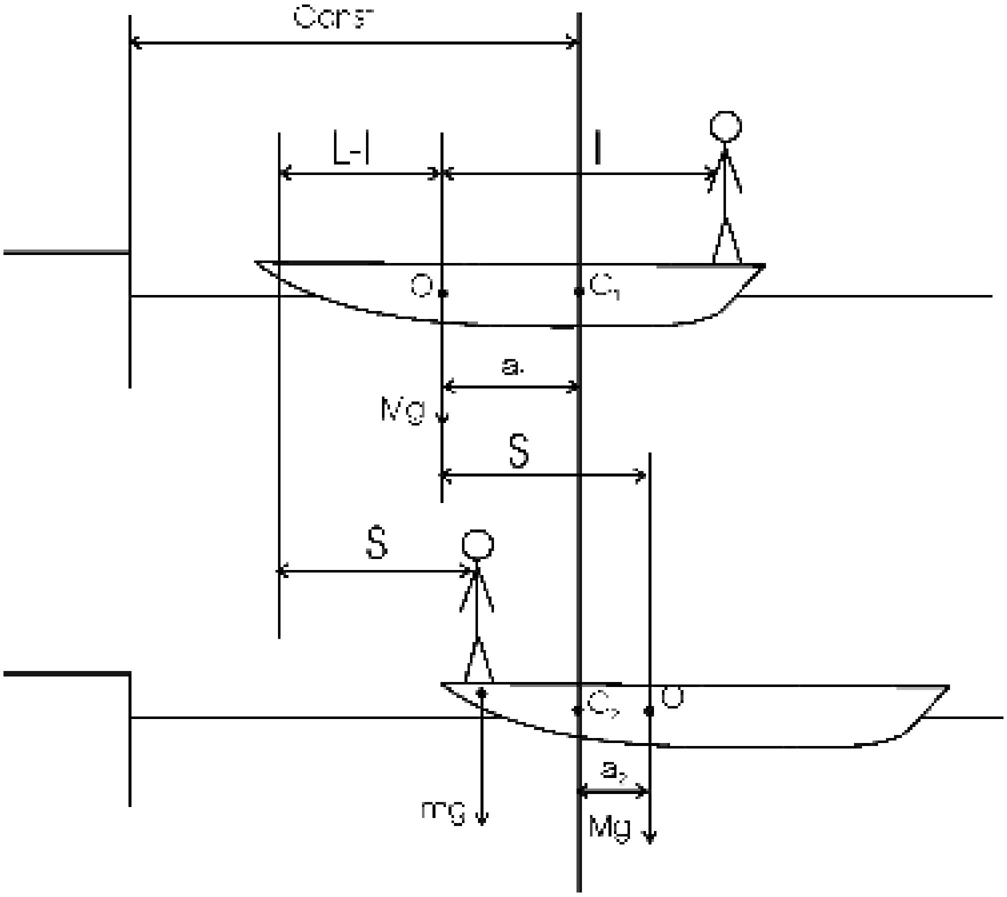
$$V1 = \frac{(M - 2m) \times V}{M} = \frac{(200кг - 2 \times 20кг) \times 1м/с}{200кг} = 0{,}8 м/с.$$

$L=3{,}5$ м

$M=200$кг

$m = 80$ кг

$S = ?$



Систему человек — лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать как замкнутую. Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы. Применяя это следствие к системе человек — лодка, можно считать, что при перемещении человека по лодке центр масс системы не изменит своего положения, т. е. останется на прежнем расстоянии от берега.

Пусть центр масс системы человек—лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 лодки (рис.), а после перемещения лодки – через другую ее точку C_2. Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение S лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали. А это последнее легко определить по перемещению центра масс О лодки. Как видно из рисунка, в начальный момент точка О находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, а после перехода человека — на расстоянии a_2 справа от вертикали. Следовательно, искомое перемещение лодки $S=a_1+a_2$.

Для определения a_1 и a_2 воспользуемся тем, что результирующий момент сил, действующих на систему относительно горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси лодки, равен нулю. Поэтому для начального положения системы $M\times g\times a_1=m\times g\times(l-a_1)$, откуда $a_1 = \dfrac{m\times l}{M+m}$.

После перемещения лодки $M\times g\times a_2=m\times g\times(L-a_2-l)$, откуда $a_2 = \dfrac{m\times(L-l)}{M+m}$.

Подставив полученные значения a_1 и a_2 в $S=a_1+a_2$ найдем $S=\dfrac{m\times l}{M+m}+\dfrac{m\times(L-l)}{M+m}=\dfrac{m\times L}{M+m}$. Подставляем числа. $S=\dfrac{80\text{кг}\times 3{,}5\text{м}}{200\text{кг}+80\text{кг}}=1\text{м}$.

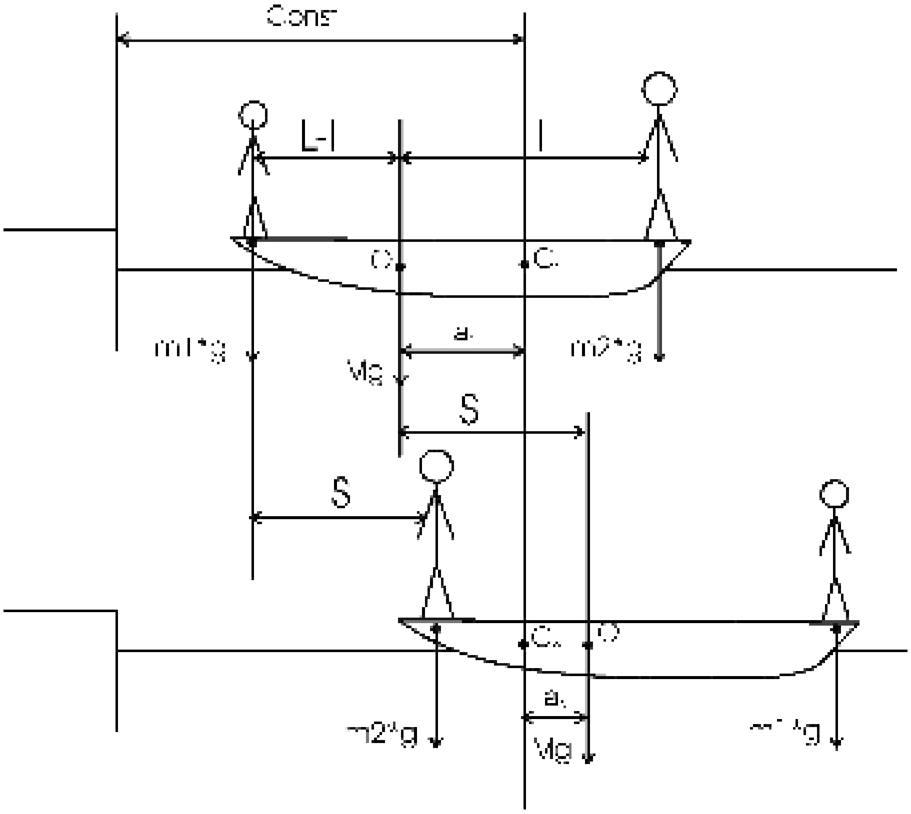
$L = 3$ м

$M = 120$кг

$m1 = 60$ кг

$m2 = 90$ кг

$S = ?$



Систему люди — лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать как замкнутую. Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы. Применяя это следствие к системе люди — лодка, можно считать, что при перемещении людей по лодке центр масс системы не изменит своего положения, т. е. останется на прежнем расстоянии от берега.

Пусть центр масс системы люди—лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 лодки (рис.), а после перемещения лодки – через другую ее точку C_2. Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение S лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали. А это последнее легко определить по перемещению центра масс O лодки. Как видно из рисунка, в начальный момент точка O находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, а после перехода людей — на расстоянии a_2 справа от вертикали. Следовательно, искомое перемещение лодки $S = a_1 + a_2$.

Для определения a_1 и a_2 воспользуемся тем, что результирующий момент сил, действующих на систему относительно горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси лодки, равен нулю. Поэтому для начального положения системы $M \times g \times a_1 + m1 \times g \times (L - l + a_1) = m2 \times g \times (l - a_1)$, откуда $a_1 = \dfrac{m2 \times l - m1 \times (L - l)}{M + m1 + m2}$. После перемещения лодки $M \times g \times a_2 + m1 \times g \times (a_2 + l) = m2 \times g \times (L - a_2 - l)$, откуда $a_2 = \dfrac{m2 \times (L - l) - m1 \times l}{M + m1 + m2}$.

Подставив полученные значения a_1 и a_2 в $S = a_1 + a_2$ найдем $S = \dfrac{m2 \times l - m1 \times (L - l)}{M + m1 + m2} + \dfrac{m2 \times (L - l) - m1 \times l}{M + m1 + m2} = \dfrac{(m2 - m1) \times L}{M + m1 + m2}$. Подставляем числа. $S = \dfrac{(90кг - 60кг) \times 3м}{120кг + 60кг + 90кг} = 0{,}33м$.

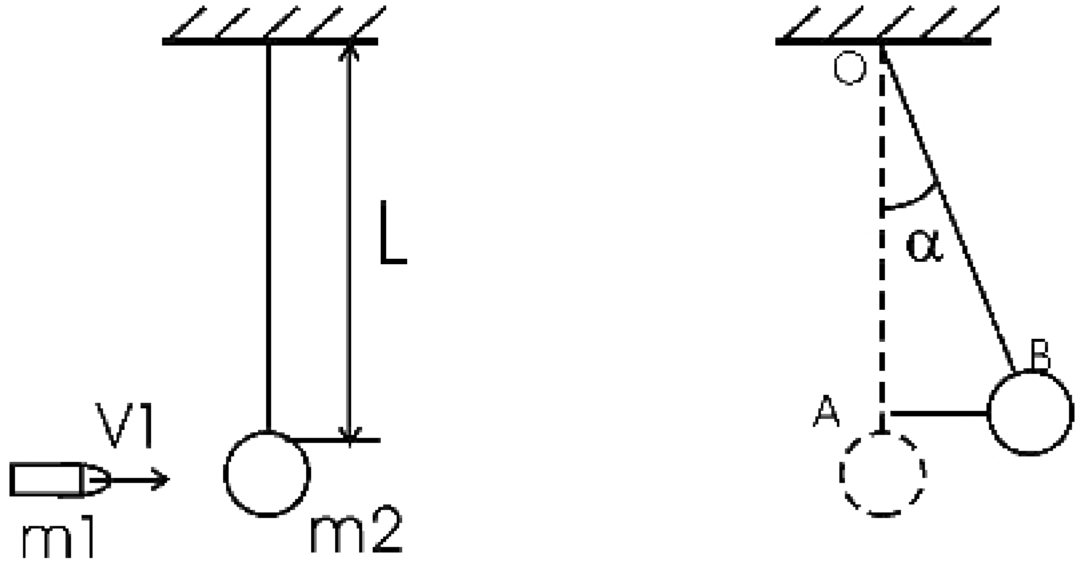
m2= 0.8кг

m1=4г

L = 1.8 м

α=30°

V1 = ?



Импульс пули равен P1=m1×V1. После столкновения суммарный импульс шарика и пули должен быть равен, по закону сохранения импульса, импульсу пули: m1×V1=(m1+m2)×V2, где V2 – общая скорость пули и шарика после столкновения. Откуда $V2=\dfrac{m1\times V1}{(m1+m2)}$

Тогда начальная кинетическая энергия шарика и пули равна $E_k=\dfrac{(m1+m2)\times V2^2}{2}=\dfrac{(m1)^2\times(V1)^2}{2\times(m1+m2)}$.

Через время кинетическая энергия перешла в изменение потенциальной энергии по закону сохранения энергии: $Ek=\Delta Ep$. Начальная потенциальная энергия шарика и пули (относительно точки подвеса) равна

Ep1= –(m1+m2)×g×L, где L – длина нити, g – ускорение свободного падения

После того как они поднялись на угол α, величина OA (из треугольника) стала равна OA=L×cosα. Поэтому потенциальная энергия

Ep2=–(m1+m2)×g×L×cosα. Тогда разность потенциальных энергий

Ep2–Ep1=–(m1+m2)×g×L×cosα+(m1+m2)×g×L=(m1+m2)×g×L×(1–cosα).

Откуда

$E_k=\Delta Ep=(m1+m2)\times g\times L\times(1-\cos\alpha)$. Или же

$$\frac{(m1)^2\times(V1)^2}{2\times(m1+m2)}=(m1+m2)\times g\times L\times(1-\cos\alpha).$$

Из этой формулы получаем. $V1=\dfrac{(m1+m2)}{m1}\times\sqrt{2g\times L\times(1-\cos\alpha)}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V1=\frac{(0.8кг+0{,}004кг)}{0{,}004кг}\times\sqrt{2\times9{,}8м/с^2\times1{,}8м\times(1-\cos30°)}=437м/с.$$

$m1 = 8$ кг $m2 = 300$ кг
$\eta = ?$

Удар неупругий, поэтому происходит слипание тел и в дальнейшем (после удара) они двигаются вместе.

До удара кинетическая энергия кувалды равна $E_{k1} = \frac{m1 \times V^2}{2}$, а наковальни $E_{k2} = 0$, так как она не двигалась.

Их кинетическая энергия после взаимодействия: $E^*{}_k = \frac{(m1+m2)\times(V^*)^2}{2}$, где V^* - общая скорость. Используем закон сохранения импульса: $m1 \times V = (m1+m2)\times V^*$. Откуда $V^* = \frac{m1 \times V}{m1+m2}$. Подставляем эту скорость в кинетическую энергию после взаимодействия: $E^*{}_k = \frac{(m1 \times V)^2}{2\times(m1+m2)}$.

Разница энергий $E_{k1} - E^*{}_k$ идет на деформацию. Поэтому

$$\eta = \frac{E_{k1} - E^*{}_k}{E_{k1}} = \frac{\frac{m1 \times V^2}{2} - \frac{(m1 \times V)^2}{2\times(m1+m2)}}{\frac{m1 \times V^2}{2}} = 1 - \frac{m1}{(m1+m2)}.$$

Подставляем числа. $\eta = 1 - \frac{8кг}{(8кг + 300кг)} = 0{,}974 = 97{,}4\%$.

$m = 1$ кг
$V0=4$ м/с
$M= 2$ кг
$V=3$ м/с

$V1 = ?$
$V2 = ?$

Из закона сохранения импульса находим: $m \times V0 - M \times V = M \times V2 - m \times V1$. Упрощаем и получаем $m \times (V0 + V1) = M \times (V2 + V)$.

Из закона сохранения энергии получаем: $\frac{m \times V0^2}{2} + \frac{M \times V^2}{2} = \frac{m \times V1^2}{2} + \frac{M \times V2^2}{2}$.

Упрощаем и получаем $m \times (V0^2 - V1^2) = M \times (V2^2 - V^2)$. Преобразуем к виду $m \times (V0 - V1) \times (V0 + V1) = M \times (V2 - V) \times (V2 + V)$.

Делим это уравнение на $m \times (V0 + V1) = M \times (V2 + V)$ и получаем:

$$\frac{m \times (V0 - V1) \times (V0 + V1)}{m \times (V0 - V1)} = \frac{M \times (V2 - V) \times (V2 + V)}{M \times (V2 - V)}.$$

Откуда получаем $V0 - V1 = V2 - V$. Из этого уравнения находим $V2 = V0 + V - V1$ и подставляем в закон сохранения импульса $m \times V0 - M \times V = M \times V2 - m \times V1 = M \times (V0 + V - V1) - m \times V1$, откуда скорость первого шара равна : $V1 = -\frac{m \times V0 - M \times V - M \times (V0 + V)}{M + m} = \frac{(M - m) \times V0 + 2 \times M \times V}{M + m}$. Тогда

$$V2 = V0 + V - \frac{(M - m) \times V0 + 2 \times M \times V}{M + m} = \frac{(m - M) \times V + 2 \times m \times V0}{M + m}.$$

Подставляем числа. $V1 = \frac{(2кг - 1кг) \times 4м/с + 2 \times 2кг \times 3м/с}{2кг + 1кг} = 5{,}33 м/с$.

$$V2 = \frac{(1кг - 2кг) \times 3м/с + 2 \times 1кг \times 4м/с}{2кг + 1кг} = 1{,}67 м/с.$$

$m = 3$ кг
$V0 = 2$ м/с
$M = 5$ кг

$A = ?$

Удар неупругий, поэтому происходит слипание тел и в дальнейшем (после удара) они двигаются вместе.

Из закона сохранения импульса находим: $m \times V0 = (M + m) \times V$. Откуда $V = \dfrac{m \times V0}{M + m}$.

Из закона сохранения энергии получаем: $\dfrac{m \times V0^2}{2} = A + \dfrac{(M + m) \times V^2}{2}$.

Подставляем $V = \dfrac{m \times V0}{M + m}$ во второе уравнение:

$$\frac{m \times V0^2}{2} = A + \frac{(M + m) \times \left(\dfrac{m \times V0}{M + m}\right)^2}{2} = A + \frac{(m \times V0)^2}{2(M + m)}.$$

Откуда искомая величина равна $A = \left[m - \dfrac{m^2}{(M + m)}\right] \times \dfrac{V0^2}{2} = \left[\dfrac{m \times M}{(M + m)}\right] \times \dfrac{V0^2}{2}$.

Подставляем числа. $A = \left[\dfrac{3кг \times 5кг}{(5кг + 3кг)}\right] \times \dfrac{(2м / с)^2}{2} = 3{,}75 Дж$.

$m1 = 0.5т$ $m2 = 120$ кг	Удар неупругий, поэтому происходит слипание тел и в дальнейшем (после удара) они двигаются вместе.
$\eta = ?$	

До удара кинетическая энергия бойка равна $E_{k1} = \frac{m1 \times V^2}{2}$, а сваи $E_{k2} = 0$, так как она не двигалась.

Их кинетическая энергия после взаимодействия: $E^*k = \frac{(m1+m2)\times(V^*)^2}{2}$, где V^* - общая скорость. Используем закон сохранения импульса: $m1\times V=(m1+m2)\times V^*$. Откуда $V^* = \frac{m1\times V}{m1+m2}$. Подставляем эту скорость в кинетическую энергию после взаимодействия: $E^*k = \frac{(m1\times V)^2}{2\times(m1+m2)}$.

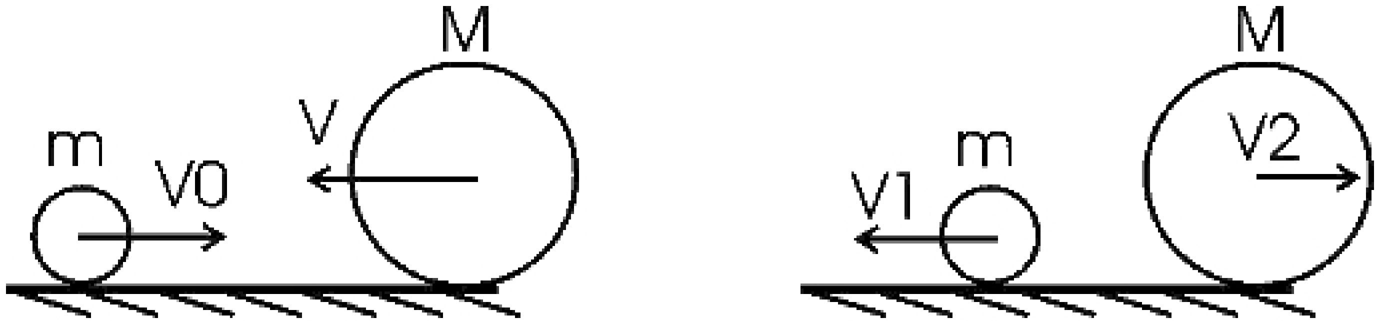
Энергия E^*_k идет на вбивание. Поэтому

$$\eta = \frac{E^*k}{E_{k1}} = \frac{\dfrac{(m1\times V)^2}{2\times(m1+m2)}}{\dfrac{m1\times V^2}{2}} = \frac{m1}{(m1+m2)}.$$

Подставляем числа. $\eta = \frac{500кг}{(120кг + 500кг)} = 0{,}806 = 80{,}6\%$.

$m = 4$ кг
$V0 = 5$ м/с
$M = 6$ кг
$V = 2$ м/с

$V1 = ?$
$V2 = ?$



Из закона сохранения импульса находим: $m \times V0 - M \times V = M \times V2 - m \times V1$. Упрощаем и получаем $m \times (V0 + V1) = M \times (V2 + V)$.

Из закона сохранения энергии получаем: $\dfrac{m \times V0^2}{2} + \dfrac{M \times V^2}{2} = \dfrac{m \times V1^2}{2} + \dfrac{M \times V2^2}{2}$.

Упрощаем и получаем $m \times (V0^2 - V1^2) = M \times (V2^2 - V^2)$. Преобразуем к виду $m \times (V0 - V1) \times (V0 + V1) = M \times (V2 - V) \times (V2 + V)$.

Делим это уравнение на $m \times (V0 + V1) = M \times (V2 + V)$ и получаем:

$$\frac{m \times (V0 - V1) \times (V0 + V1)}{m \times (V0 - V1)} = \frac{M \times (V2 - V) \times (V2 + V)}{M \times (V2 - V)}.$$

Откуда получаем $V0 - V1 = V2 - V$. Из этого уравнения находим $V2 = V0 + V - V1$ и подставляем в закон сохранения импульса $m \times V0 - M \times V = M \times V2 - m \times V1 = M \times (V0 + V - V1) - m \times V1$, откуда скорость первого шара равна : $V1 = -\dfrac{m \times V0 - M \times V - M \times (V0 + V)}{M + m} = \dfrac{(M - m) \times V0 + 2 \times M \times V}{M + m}$. Тогда

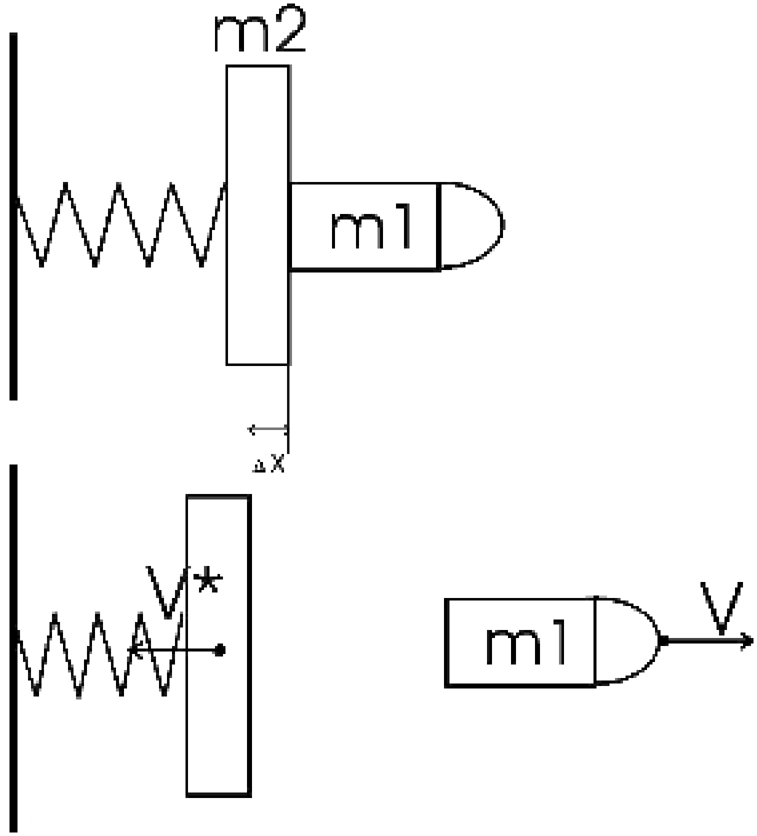
$$V2 = V0 + V - \frac{(M - m) \times V0 + 2 \times M \times V}{M + m} = \frac{(m - M) \times V + 2 \times m \times V0}{M + m}.$$

Подставляем числа. $V1 = \dfrac{(6кг - 4кг) \times 5м/с + 2 \times 6кг \times 2м/с}{6кг + 4кг} = 3{,}4м/с$.

$$V2 = \frac{(4кг - 6кг) \times 2м/с + 2 \times 4кг \times 5м/с}{6кг + 4кг} = 3{,}6м/с.$$

$m1 = 10$ г
$m2 = 200$ г
$k = 25$ кН/м
$V = 300$ м/с

$\Delta x = ?$



Используем закон сохранения импульса: $m1\times V = m2\times V^*$. Откуда $V^* = \dfrac{m1\times V}{m2}$.

Кинетическая энергия затвора после выстрела: $E^*k = \dfrac{m2\times(V^*)^2}{2}$.

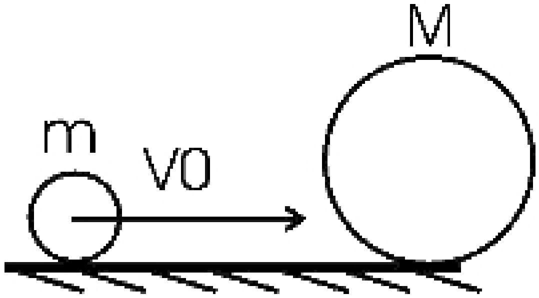
Подставляем эту скорость $V^* = \dfrac{m1\times V}{m2}$ в кинетическую энергию затвора:

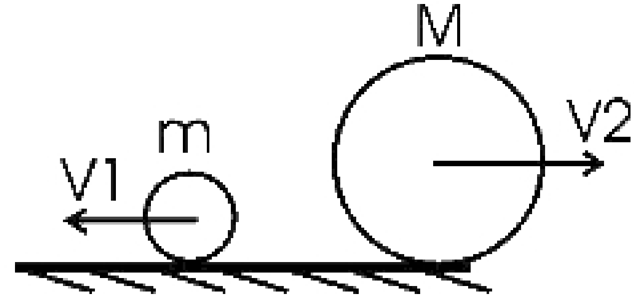
$$E^*k = \frac{m2\times(V^*)^2}{2} = \frac{m2\times(m1)^2\times(V)^2}{2\times(m2)^2} = \frac{(m1)^2\times V^2}{2\times m2}.$$

Эта энергия идет на деформацию пружины. Энергия деформированной пружины: $W = \dfrac{1}{2}k(\Delta x)^2$. Тогда $\dfrac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \dfrac{(m1\times V)^2}{2\times m2}$. Откуда искомая величина $\Delta x = \sqrt{\dfrac{(m1\times V)^2}{k\times m2}} = \sqrt{\dfrac{(0.01\text{кг}\times 300\text{м/с})^2}{25000\text{Н/м}\times 0.2\text{кг}}} = 0{,}042\text{м} = 4{,}2\text{см}$.

$m = 5$кг
$V0 = 1$ м/с
$M = 2$ кг

$V1 = ?$
$V2 = ?$





Шарики должны отскочить в разные стороны так как удар упругий, поэтому из закона сохранения импульса находим: $m \times V0 = -m \times V1 + M \times V2$.

Из закона сохранения энергии получаем: $\dfrac{m \times V0^2}{2} = \dfrac{m \times V1^2}{2} + \dfrac{M \times V2^2}{2}$.

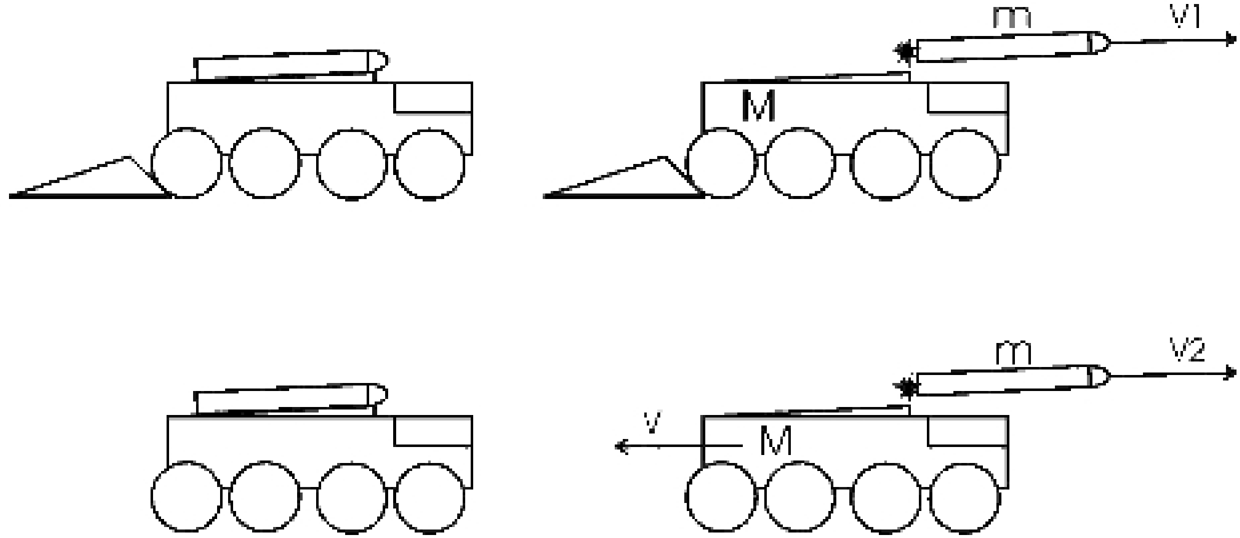
Из первого уравнения находим скорость второго шара $V2 = \dfrac{m}{M}(V0 + V1)$.

Подставляем во второе уравнение: $\dfrac{m \times V0^2}{2} = \dfrac{m \times V1^2}{2} + \dfrac{M \times \left(\dfrac{m}{M}(V0 + V1)\right)^2}{2}$.

Упрощаем: $V0^2 = V1^2 + \dfrac{m}{M} \times (V0 + V1)^2$. Далее $V0^2 - V1^2 = (V0 - V1) \times (V0 + V1) = \dfrac{m}{M} \times (V0 + V1)^2$, откуда получаем $(V0 - V1) = \dfrac{m}{M} \times (V0 + V1)$. И, наконец, находим скорость первого шара после удара: $V1 = \dfrac{V0\left(1 - \dfrac{m}{M}\right)}{\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)} = \dfrac{V0\left(\dfrac{M - m}{M}\right)}{\left(\dfrac{M + m}{M}\right)} = \dfrac{V0 \times (M - m)}{(M + m)}$. Подставляем в $V2 = \dfrac{m}{M}(V0 + V1) = \dfrac{m}{M}\left[V0 + \dfrac{V0 \times (M - m)}{(M + m)}\right] = \dfrac{2 \times m \times V0}{(M + m)}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $V1 = \dfrac{1\text{м}/\text{с} \times (2\text{кг} - 5\text{кг})}{(2\text{кг} + 5\text{кг})} = -0.429\text{м}/\text{с}$. Эта величина отрицательная, следовательно, вектор V1 должен быть направлен в противоположную сторону.

Находим скорость второго шара: $V2 = \dfrac{2 \times 5\text{кг} \times 1\text{м}/\text{с}}{2\text{кг} + 5\text{кг}} = 1.429\text{м}/\text{с}$.

$V1 = 600$ м/с
$V2 = 580$ м/с
$V = ?$



Из закона сохранения импульса получаем, что импульс снаряда во втором случае равен импульсу установки: $m \times V2 = M \times V$. Откуда искомая скорость равна $V = \frac{m}{M} \times V2$.

Из закона сохранения энергии получаем, что кинетическая энергия установки равна разности кинетических энергий снаряда в первом и втором случае: $\frac{m \times V1^2}{2} - \frac{m \times V2^2}{2} = \frac{M \times V^2}{2}$. Откуда $\frac{m}{M} = \frac{V^2}{(V1)^2 - (V2)^2}$. Подставляем в

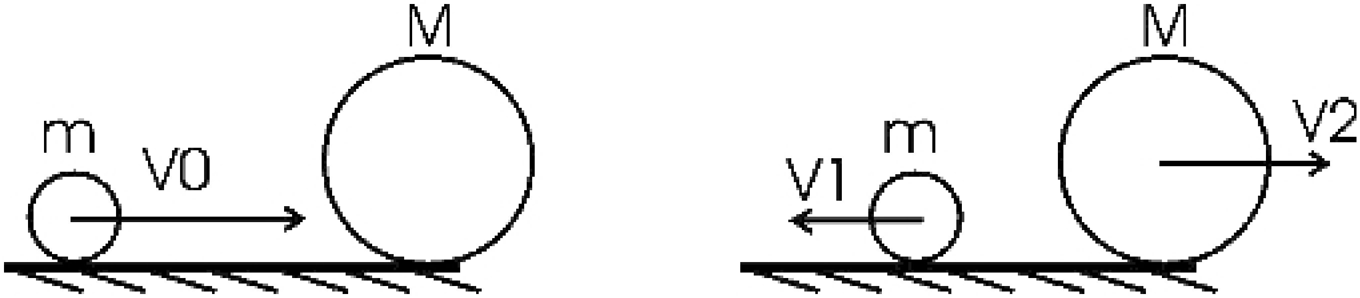
$$V = \frac{m}{M} \times V2 = \frac{V^2 \times V2}{(V1)^2 - (V2)^2}.$$

Откуда

$$V = \frac{(V1)^2 - (V2)^2}{V2} = \frac{(600\text{м/с})^2 - (580\text{м/с})^2}{580\text{м/с}} = 41\text{м/с}$$

$m = 2$кг
$k = 0.4$

$M = ?$



Из закона сохранения импульса находим: $m \times V0 = -m \times V1 + M \times V2$.

Из закона сохранения энергии получаем: $\frac{m \times V0^2}{2} = \frac{m \times V1^2}{2} + \frac{M \times V2^2}{2}$. Из этого уравнения сразу находим потерю кинетической энергии первого шара:

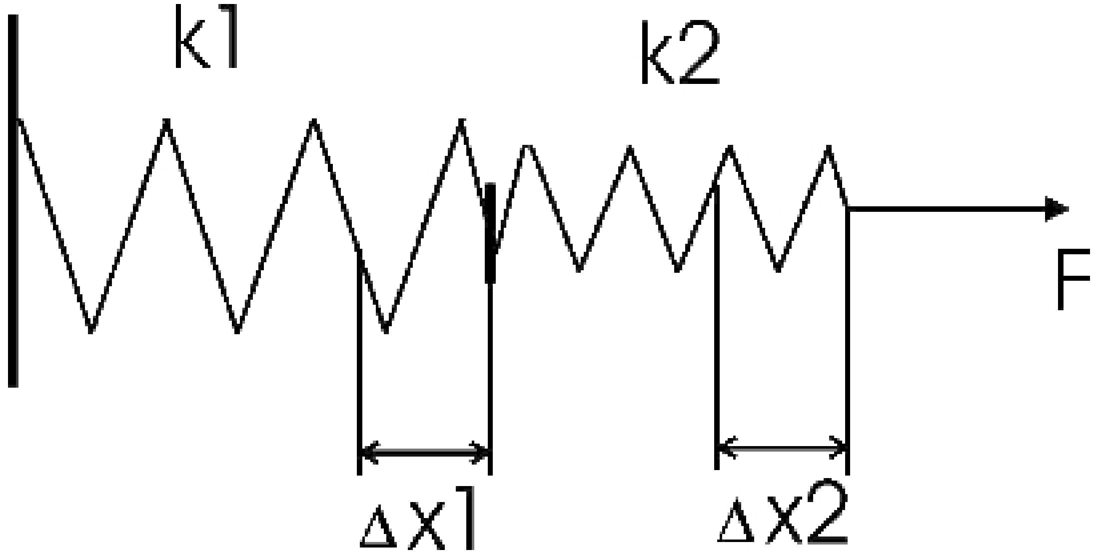
$$\frac{m \times V0^2}{2} - \frac{m \times V1^2}{2} = \frac{M \times V2^2}{2}$$

Нам известно, что малый шар потерял k=40% своей кинетической энергии, поэтому $\frac{m \times V0^2}{2} - \frac{m \times V1^2}{2} = k \times \frac{m \times V0^2}{2}$, и тогда $\frac{m \times V1^2}{2} = (1-k) \times \frac{m \times V0^2}{2}$. Поэтому $V1 = \sqrt{(1-k)} \times V0$.

С другой стороны мы получили, что $\frac{m \times V0^2}{2} - \frac{m \times V1^2}{2} = \frac{M \times V2^2}{2}$, поэтому $k \times \frac{m \times V0^2}{2} = \frac{M \times V2^2}{2}$, и тогда скорость второго шара равна $V2 = \sqrt{\frac{m \times k}{M}} \times V0$. Подставляем полученные V1 и V2 в уравнение закона сохранения импульса: $m \times V0 = -m \times \sqrt{(1-k)} \times V0 + M \times \sqrt{\frac{m \times k}{M}} \times V0$. Делим обе части на V0 и упрощаем: $m = -m \times \sqrt{(1-k)} + \sqrt{M \times m \times k}$. Из этого уравнения находим искомую массу $M = \frac{m \times (1 + \sqrt{(1-k)})^2}{k}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$M = \frac{2\text{кг} \times (1 + \sqrt{(1-0{,}4)})^2}{0{,}4} = 15{,}7\text{кг}.$$

k1=400 Н/м k2=250 Н/м $\Delta x1 = 2$ см
$A = ?$



По определению сила упругости $F_y = k \times \Delta x$, где k – коэффициент жесткости, x – величина деформации. Из третьего закона Ньютона получаем, что сила действующая на первую пружину F=Fy=k1×Δx1. С другой стороны на вторую пружину действует та же самая сила F, и поэтому F=k2×Δx2. Откуда $\Delta x2 = \dfrac{F}{k2} = \dfrac{k1}{k2} \times \Delta x1$.

Работа силы F по деформации пружины равна $A = \dfrac{k \times \Delta x^2}{2}$, где Δx=Δx1+Δx2 – суммарное удлинение обеих пружин, k – их общая жесткость.

Нам уже известно, что $\Delta x1 = \dfrac{F}{k1}$ и $\Delta x2 = \dfrac{F}{k2}$. Поэтому $\Delta x = \Delta x1 + \Delta x2 = \dfrac{F}{k1} + \dfrac{F}{k2} = F \times \left(\dfrac{1}{k1} + \dfrac{1}{k2}\right)$.

А так как F=k×Δx, то можно получить, что $\dfrac{1}{k} = \dfrac{1}{k1} + \dfrac{1}{k2}$, откуда общая жесткость составной пружины равна $k = \dfrac{k1 \times k2}{k1 + k2}$. Подставляем в $A = \dfrac{k \times \Delta x^2}{2} = \dfrac{k1 \times k2}{k1 + k2} \times \dfrac{\Delta x^2}{2} = \dfrac{k1 \times k2}{k1 + k2} \times \dfrac{(\Delta x1 + \Delta x2)^2}{2}$. Нам известно, что $\Delta x2 = \dfrac{k1}{k2} \times \Delta x1$, поэтому

$$A = \frac{k1 \times k2}{k1 + k2} \times \frac{\left(\Delta x1 + \dfrac{k1}{k2} \times \Delta x1\right)^2}{2} = \frac{k1 \times k2}{k1 + k2} \times \frac{(k1 + k2)^2 \times \Delta x1^2}{2 \times k2^2} = \frac{k1 \times (k1 + k2) \times \Delta x1^2}{2 \times k2}.$$

Подставляем числа. $A = \dfrac{400\text{Н/м} \times (400\text{Н/м} + 250\text{Н/м}) \times (0{,}02\text{м})^2}{2 \times 250\text{Н/м}} = 0{,}208\text{Дж}$.

H=600 м

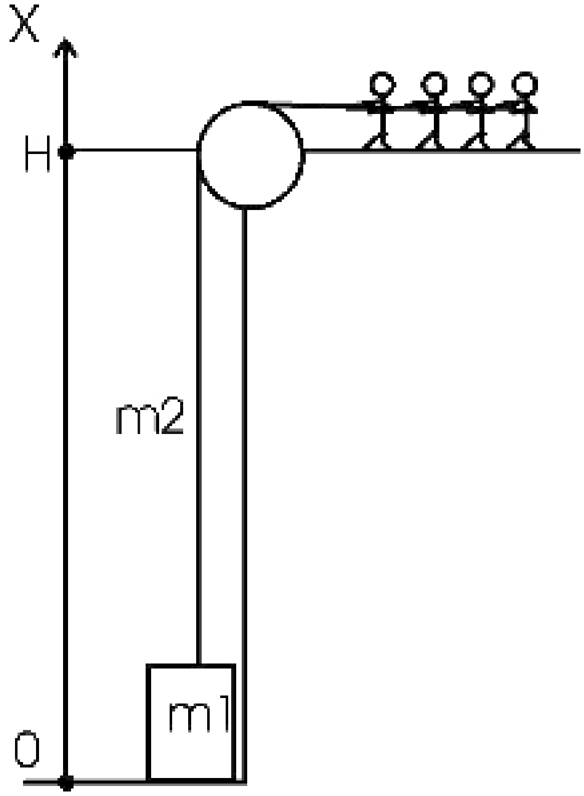
m1 = 3,0 т

m2= 1,5 кг

L = 1м

A = ?

η = ?



Работа, по определению равна $A = \int_0^H F(x)dx$, где F(x) – сила.

В нашем случае $F(x) = m1 \times g + \alpha \times g \times (H - x)$, где $m1 \times g$ – вес клети, $\alpha = \frac{m2}{L}$ - линейная плотность каната. (При поднимании длина троса уменьшается по закону H–x и, поэтому масса, которая свисает, равна $\alpha \times (H-x)$).

Тогда $A = \int_0^H (m1 \times g + \alpha \times g \times (H - x))dx = m1 \times g \times H + \frac{m2}{L} \times g \times \left(H^2 - \frac{H^2}{2}\right)$.

Упрощаем $A = g \times H \times \left(m1 + \frac{m2}{L} \times \frac{H}{2}\right)$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = 9{,}81 м/с^2 \times 600м \times \left(3000кг + \frac{15кг \times}{1м} \times \frac{600м}{2}\right) = 4{,}4 \times 10^7 \text{ Дж} = 44 \text{МДж}.$$

Это совершенная работа, а полезная равна энергии необходимой только на поднятие одной клети: $E = m1 \times g \times H$.

Поэтому кпд равно $\eta = \frac{E}{A} = \frac{m1 \times g \times H}{g \times H \times \left(m1 + \frac{m2}{L} \times \frac{H}{2}\right)} = \frac{m1}{\left(m1 + \frac{m2}{L} \times \frac{H}{2}\right)}$.

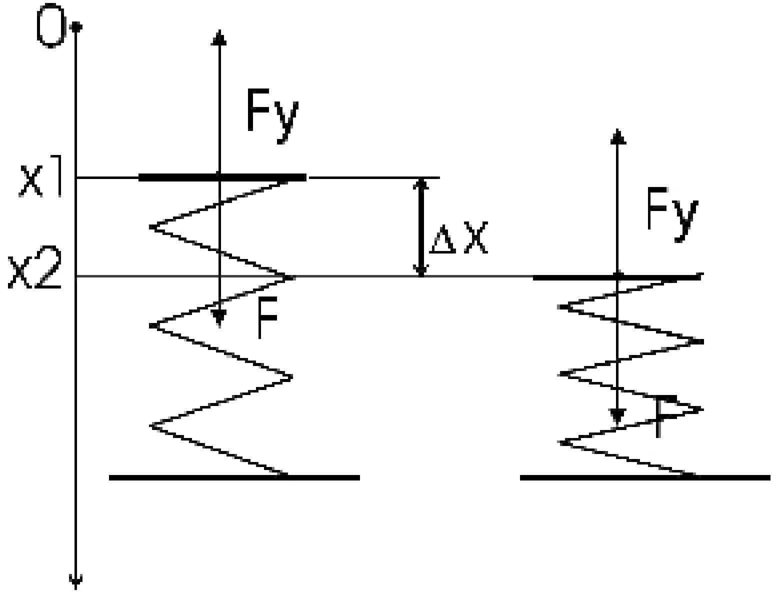
Подставляем числа. $\eta = \frac{E}{A} = \frac{3000кг}{\left(3000кг + \frac{15кг}{1м} \times \frac{600м}{2}\right)} = 0{,}4 = 40\%$.

$k = 500$ Н/м

$F = 100$ Н

$\Delta x = 2$ см

$A = ?$



По определению сила упругости $F_y = k \times x$, где k – коэффициент жесткости, x – величина деформации. Из третьего закона Ньютона получаем $F=Fy=k\times x1$.

Поэтому $x1 = \dfrac{F}{k}$ - начальная деформация пружины.

Конечная деформация пружины будет равна $x2=x1+\Delta x$.

Работа силы $F=Fy=k\times x$ по деформации пружины равна

$$A = \int_{x1}^{x2} F dx = \int_{x1}^{x1+\Delta x} kx dx = \frac{k \times (x1+\Delta x)^2}{2} - \frac{k \times (x1)^2}{2} = k \times x1 \times \Delta x + \frac{k \times (\Delta x)^2}{2} =$$

$$= k \times \Delta x \times \left(\frac{F}{k} + \frac{\Delta x}{2}\right) = 500Н/м \times 0{,}02м \times \left(\frac{100Н}{500Н/м} + \frac{0{,}02м}{2}\right) = 2{,}1Дж.$$

$k1 = 0.5$ кН/м $k2 = 1$ кН/м $\Delta x = 4$ см	Потенциальная энергия системы равна сумме потенциальных энергий П=П1+П2.
$П = ?$	

По определению $П = \frac{k \times \Delta x^2}{2}$, поэтому для обеих пружин имеем:

$П1 = \frac{k1 \times \Delta x^2}{2}$ и $П2 = \frac{k2 \times \Delta x^2}{2}$. (Их деформация одинакова так как они скреплены параллельно).

Поэтому $П = П1 + П2 = \frac{k1 \times \Delta x^2}{2} + \frac{k2 \times \Delta x^2}{2} = \frac{(k1 + k2) \times \Delta x^2}{2}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

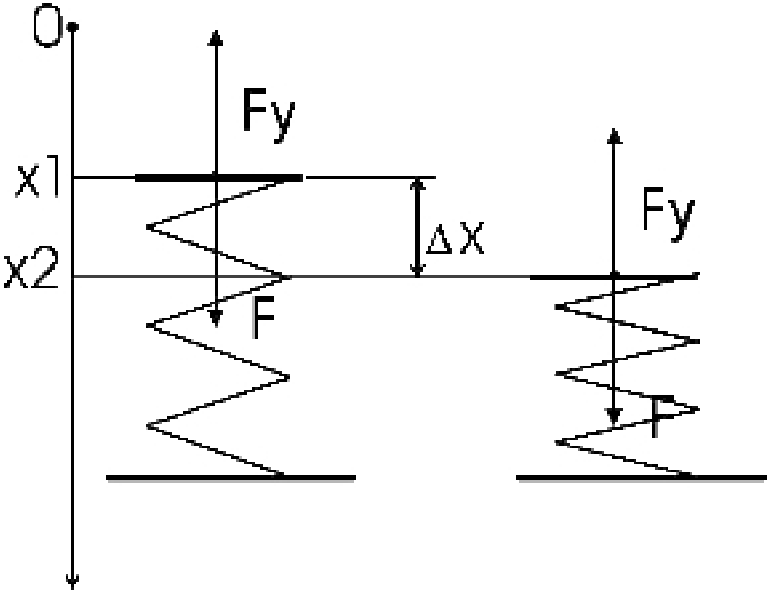
$$П = \frac{(500Н/м + 1000Н/м) \times (0{,}04м)^2}{2} = 1{,}2Дж.$$

k = 800 Н/м

x1 = 6 см

Δx = 8 см

A = ?



По определению сила упругости $F_y = k \times x$, где k – коэффициент жесткости, x – величина деформации.

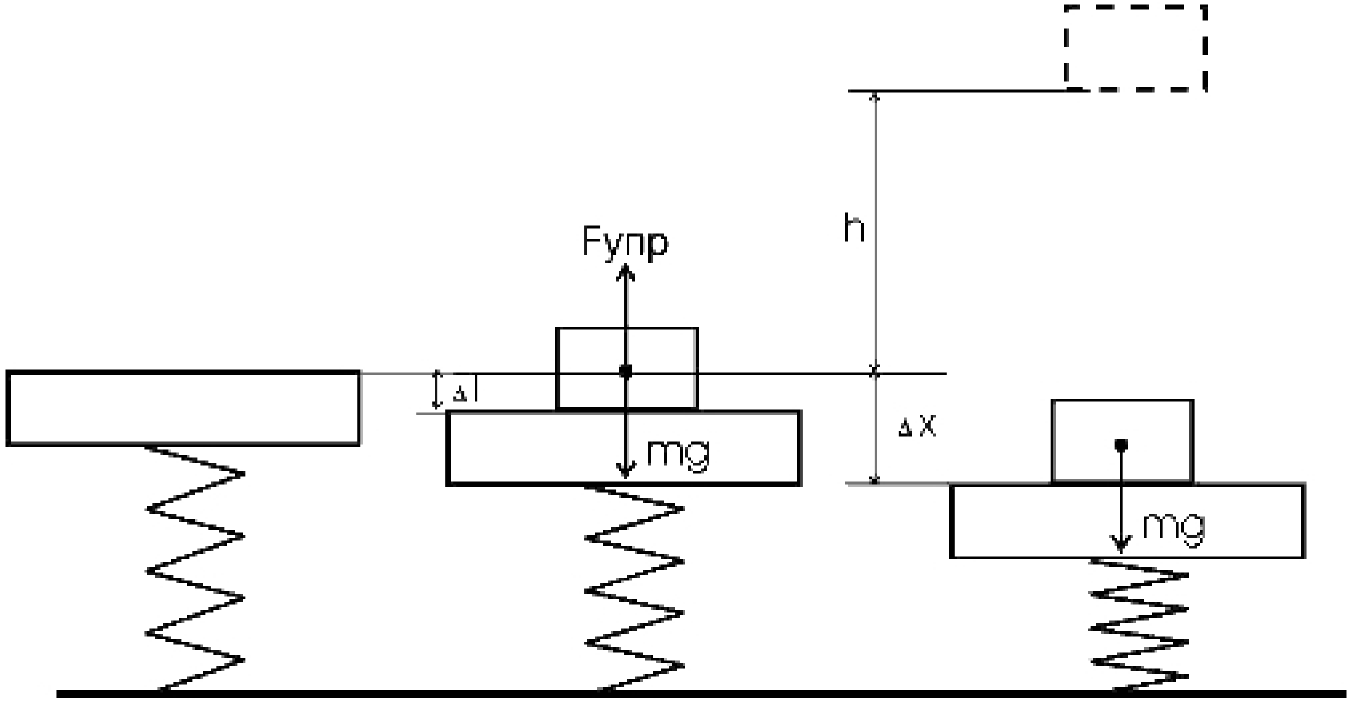
Конечная деформация пружины будет равна x2=x1+Δx.

Работа силы F=Fy=k×x по деформации пружины равна

$$A = \int_{x1}^{x2} F dx = \int_{x1}^{x1+\Delta x} kx dx = \frac{k \times (x1 + \Delta x)^2}{2} - \frac{k \times (x1)^2}{2} = k \times x1 \times \Delta x + \frac{k \times (\Delta x)^2}{2} =$$

$$= k \times \Delta x \times \left(x1 + \frac{\Delta x}{2} \right) = 800\text{Н} / \text{м} \times 0{,}08\text{м} \times \left(0.06\text{м} + \frac{0{,}08\text{м}}{2} \right) = 6{,}4\text{Дж}.$$

$\Delta l = 3$ мм $h = 8$ см
$\Delta x = ?$



По определению сила упругости $F_{упр} = k \times \Delta x$, где k – коэффициент жесткости, Δx – величина деформации.
Рассмотрим случай, когда тело положили на пружину. Оно давит на пружину с силой притяжения mg. Из третьего закона Ньютона получаем $mg = F_{упр} = k \times \Delta l$. Откуда коэффициент жесткости равен $k = \frac{m \times g}{\Delta l}$.
Теперь рассмотрим случай, когда тело упало с высоты h. Из рисунка видно, что разность потенциальных энергий между верхней точкой и нижней равна $\Delta E_p = mg(h + \Delta x)$. Эта энергия равна потенциальной энергии сжатой пружины: $\frac{k \times (\Delta x)^2}{2}$, поэтому $\frac{k \times (\Delta x)^2}{2} = mg(h + \Delta x)$. Из этого уравнения получаем квадратное уравнение на Δx: $\frac{k \times (\Delta x)^2}{2} - mg \times \Delta x - mgh = 0$. Подставляем $k = \frac{m \times g}{\Delta l}$ и получаем $\frac{mg \times (\Delta x)^2}{2 \times \Delta l} - mg \times \Delta x - mgh = 0$. Упрощаем до вида $(\Delta x)^2 - 2 \times \Delta l \times \Delta x - 2 \times \Delta l \times h = 0$.
Откуда искомое значение

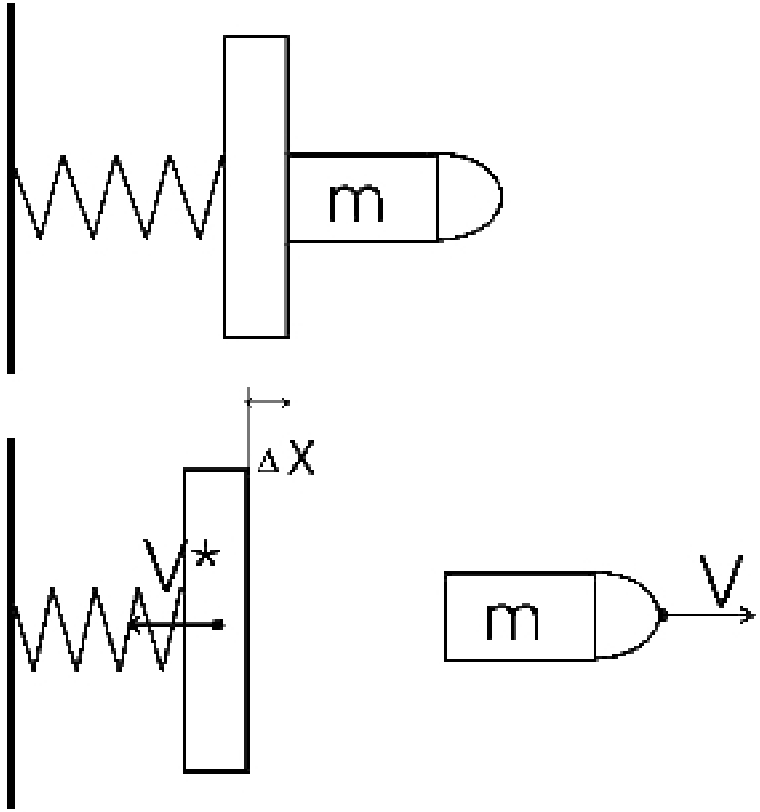
$$\Delta x = \frac{2 \times \Delta l + \sqrt{4 \times (\Delta l)^2 + 8 \times \Delta l \times h}}{2} = \Delta l + \sqrt{(\Delta l)^2 + 2 \times \Delta l \times h}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta x = 0.003\text{м} + \sqrt{(0{,}003\text{м})^2 + 2 \times 0{,}003\text{м} \times 0{,}08\text{м}} = 0{,}025\text{м} = 2{,}5\text{см}.$$

$k = 150$ Н/м
$m = 8$ г
$\Delta x = 4$ см

$V = ?$



Кинетическая энергия пули после выстрела: $Ek = \frac{m \times (V)^2}{2}$, где V – скорость пули.
Эта энергия идет на деформацию пружины. Энергия деформированной пружины: $W = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$. Тогда $\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{m \times (V)^2}{2}$. Откуда искомая величина равна $V = \Delta x \times \sqrt{\frac{k}{m}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $V = 0.04\text{м} \times \sqrt{\frac{150\text{Н/м}}{0{,}008\text{кг}}} = 5{,}48\text{м/с}$.

$m = 16$ т $\Delta x = 8$ см $V = 0{,}6$ м/с
$k = ?$

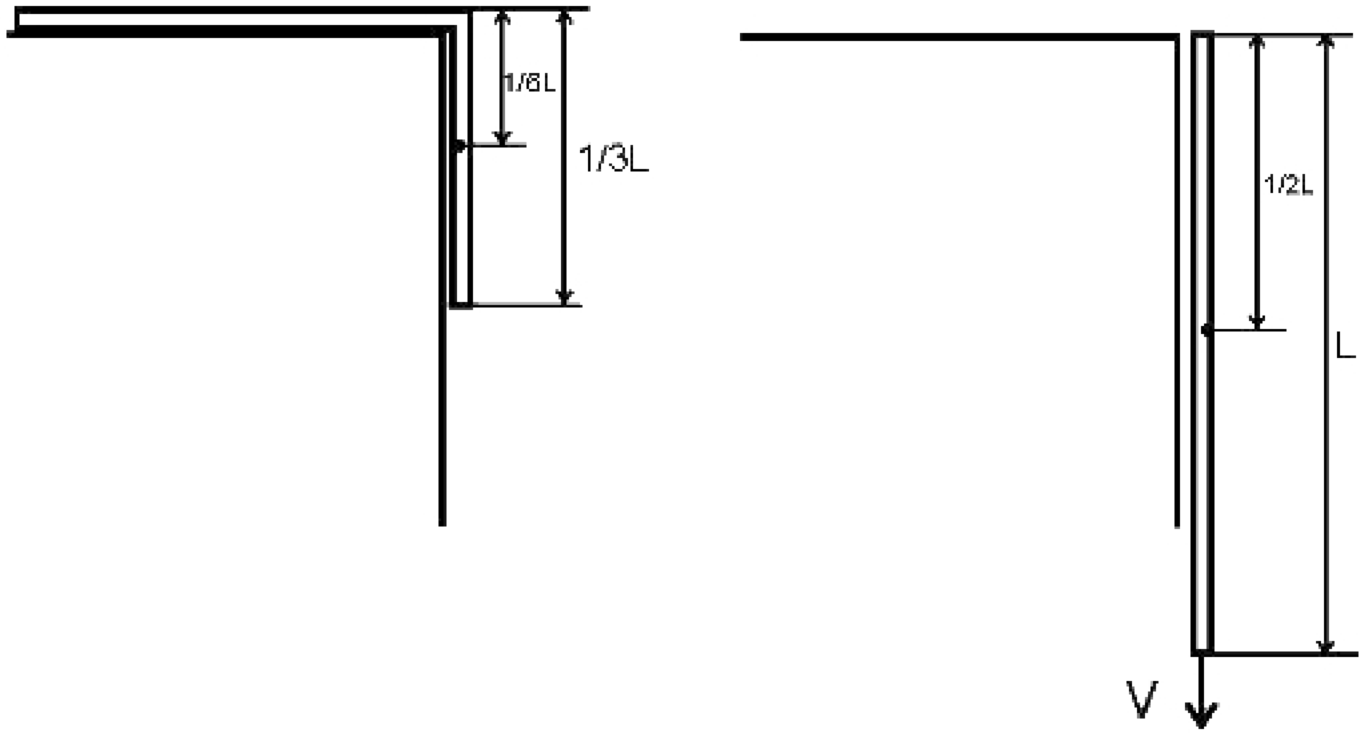
Кинетическая энергия вагона до столкновения: $Ek = \dfrac{m \times (V)^2}{2}$, где V – скорость вагона.

Эта энергия идет на деформацию пружины. Энергия деформированной пружины: $W = \dfrac{1}{2}k(\Delta x)^2$. Тогда $\dfrac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \dfrac{m \times (V)^2}{2}$. Откуда искомая величина равна $k = \dfrac{m \times (V)^2}{(\Delta x)^2}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$k = \frac{16000\text{кг} \times (0{,}6\text{м}/\text{с})^2}{(0{,}08\text{м})^2} = 9 \times 10^5 \text{Н}/\text{м} = 0{,}9\text{МН}/\text{м}.$$

$L = 2$ м

$V = ?$



Пусть масса всей цепи будет m.

Так как в начале свисает 1/3 длины цепи, то масса этой части равна 1/3m, а ее центр тяжести находится на расстоянии 1/6L от поверхности стола (см. рис.).

Поэтому начальная потенциальная энергия равна $Ep1 = \frac{m}{3} \times g \times \frac{L}{6} = \frac{m \times g \times L}{18}$.

После того как цепь полностью соскользнет, ее масса будет равна m, а ее центр тяжести находится на расстоянии 1/2L от поверхности стола (см. рис.).

Поэтому конечная потенциальная энергия равна $Ep2 = m \times g \times \frac{L}{2} = \frac{m \times g \times L}{2}$.

Разность потенциальных энергий равна кинетической энергии цепи:

$Ek = \frac{m \times V^2}{2}$. Поэтому $Ep2 - Ep1 = \frac{m \times g \times L}{2} - \frac{m \times g \times L}{18} = \frac{m \times V^2}{2}$, откуда

$$V = \sqrt{\frac{8}{9} \times g \times L} = \sqrt{\frac{8}{9} \times 9.81 м/с^2 \times 2м} = 4{,}18 м/с.$$

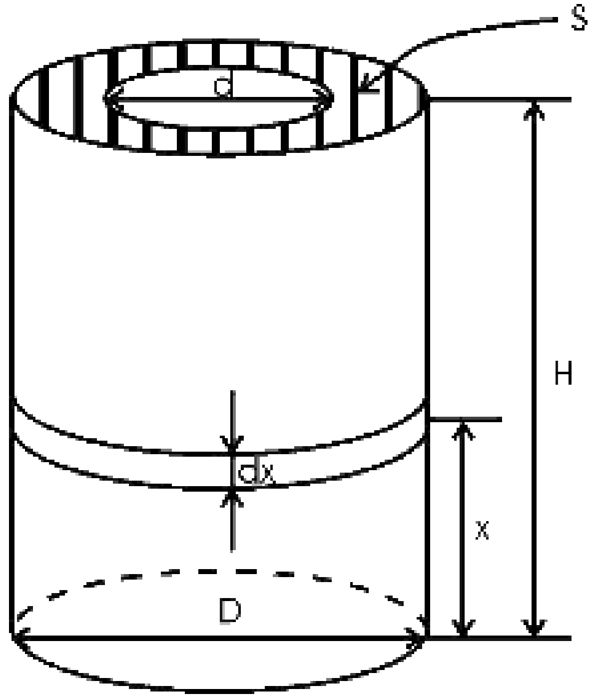
$H = 40$ м

$D = 3{,}0$ м

$d = 2{,}0$ м

$\rho = 2{,}8\times10^3$ кг/м^3

$A = ?$



Найдем потенциальную энергию тонкого слоя dx, находящегося на высоте x. Для этого нам нужно узнать массу этого слоя. Она равна $dm=\rho\times dV$, где ρ – плотность материала, $dV=S\times dx$ – объем этого слоя.

Тогда $dm=\rho\times S\times dx$. Откуда потенциальная энергия равна $dW = dm\times g\times x = \rho\times S\times dx\times g\times x = \rho\times S\times g\times x\times dx$. Проинтегрируем правую и левую части: $\Delta W = \int dW = \int\limits_0^H \rho\times S\times g\times x\times dx = \dfrac{\rho\times S\times g\times H^2}{2}$.

Площадь кольца равна (см. рис) $S = \dfrac{\pi D^2}{4} - \dfrac{\pi d^2}{4} = \dfrac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$. Поэтому потенциальная энергия установки, равная совершенной работе:

$A = \Delta W = \dfrac{\rho\times\pi(D^2 - d^2)\times g\times H^2}{8}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = \frac{2.8\times10^3 кг/м^3\times3{,}14\times((3м)^2-(2м)^2)\times9{,}81 м/с^2\times(40м)^2}{8} = 8{,}6\times10^7 Дж =$$

$=86$ МДж.

$m = 60$ г $L1 = 1{,}2$ м $\nu 1 = 2c^{-1}$ $L2 = 0{,}6$ м	
$A = ?$	

Для определения частоты $\nu 2$ используем закон сохранения момента импульса: $J1 \times \nu 1 = J2 \times \nu 2$, где $J1 = m \times (L1)^2$ - момент инерции шарика относительно оси вращения в начале эксперимента, $J2 = m \times (L2)^2$ - момент инерции шарика относительно оси вращения в начале эксперимента. Поэтому $m \times (L1)^2 \times \nu 1 = m \times (L2)^2 \times \nu 2$, откуда

$$\nu 2 = \frac{m \times (L1)^2 \times \nu 1}{m \times (L2)^2} = \frac{(L1)^2 \times \nu 1}{(L2)^2} = \frac{(1.2м)^2 \times 2c^{-1}}{(0{,}6м)^2} = 8c^{-1}.$$

Для определения работы воспользуемся законом сохранения энергии:

$\frac{J1 \times (\omega 1)^2}{2} + A = \frac{J2 \times (\omega 2)^2}{2}$. Так как $\omega 1 = 2\pi \times \nu 1$, $\omega 2 = 2\pi \times \nu 2$, а $\nu 2 = \frac{(L1)^2 \times \nu 1}{(L2)^2}$,

то $\frac{m \times (L1)^2 \times (2\pi \times \nu 1)^2}{2} + A = \frac{m \times (L2)^2 \times \left(2\pi \times \frac{(L1)^2 \times \nu 1}{(L2)^2}\right)^2}{2}$, откуда

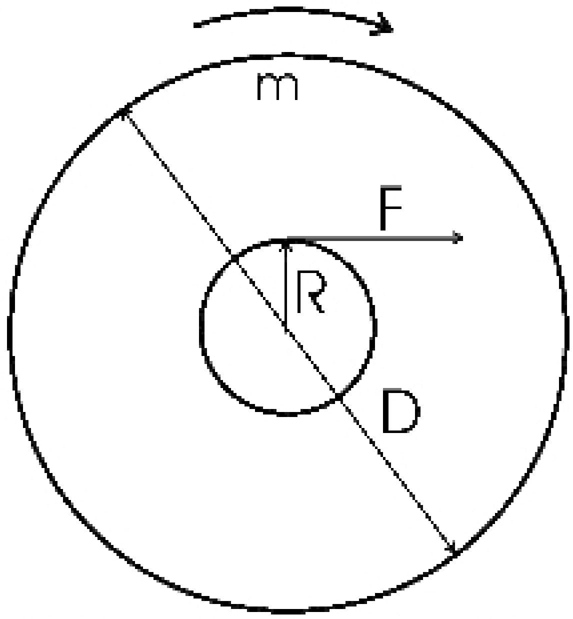
$$A = m \times 2\pi^2 \times \nu 1^2 \times \left(\frac{(L1)^4}{(L2)^2} - (L1)^2\right).$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = 0.06кг \times 2(3{,}14)^2 \times (2c^{-1})^2 \times \left(\frac{(1{,}2м)^4}{(0{,}6м)^2} - (1{,}2м)^2\right) = 20{,}4Дж.$$

$D = 75$ см
$m = 40$ кг
$F = 1$ кН
$t = 10$ с
$R = 12$ см

$\nu = ?$
$\varepsilon = ?$



Из второго закона Ньютона, применяемого к вращающимся телам находим $M = \varepsilon \times J$, где M – вращающий момент, ε – угловое ускорение, J – момент инерции диска. Момент инерции однородного диска массой m и диаметром D равен $J = \frac{m \times D^2}{8}$. Так как сила приложена к краю шкива, то вращающий момент этой силы равен M=F×R. Откуда угловое ускорение $\varepsilon = \frac{M}{J} = \frac{8 \times F \times R}{m \times D^2}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\varepsilon = \frac{8 \times 1000\text{Н} \times 0{,}12\text{м}}{40\text{кг} \times (0{,}75\text{м})^2} = 42{,}67 \text{рад}/\text{c}^2.$$

Если диск вращается равноускоренно, то уравнение вращения $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \times t + \frac{\varepsilon \times t^2}{2}$. Примем начальные условия $\varphi_0 = 0$ и $\omega_0 = 0$ - так как начальная частота вращения равна нулю. Тогда $\varphi = \frac{\varepsilon \times t^2}{2}$.

По определению угловая скорость это производная угла поворота от времени $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\left(\frac{\varepsilon \times t^2}{2}\right)}{dt} = \varepsilon \times t$. Поэтому через время t=T угловая скорость равна $\omega = \varepsilon \times T$. Подставляем сюда $\varepsilon = \frac{M}{J} = \frac{8 \times F \times R}{m \times D^2}$ и получаем $\omega = \frac{8 \times F \times R \times T}{m \times D^2}$.

Частота вращения равна по определению $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, поэтому $\nu = \frac{8 \times F \times R \times T}{2\pi \times m \times D^2}$

Подставляем числа. $\nu = \frac{8 \times 1000\text{Н} \times 0.12\text{м} \times 10\text{с}}{2 \times 3.14 \times 40\text{кг} \times (0{,}75\text{м})^2} = 68\text{c}^{-1}$.

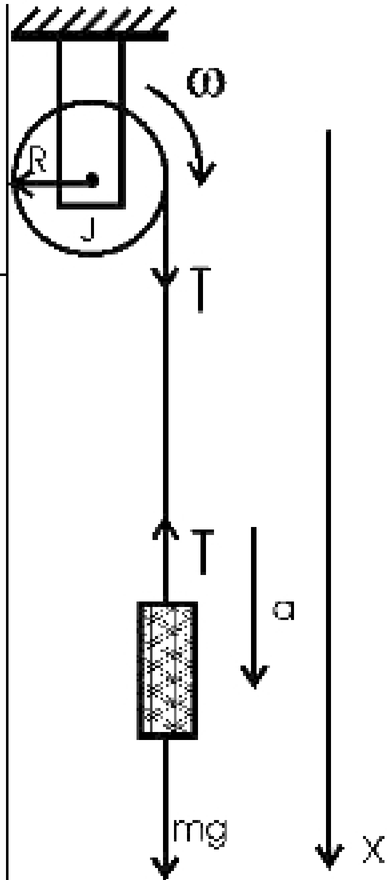
$D = 2 \times R = 60$ см

$m = 2$ кг

$t = 3$ с

$\omega = 9$ рад/с

$J = ?$



Согласно основному закону динамики вращения $J = \dfrac{M}{\varepsilon}$,

где M – вращающий момент силы T натяжения нити,

$\varepsilon = \dfrac{a}{R}$ - угловое ускорение вала. Угловая скорость изменяется по закону $\omega = \varepsilon \times t$. Нам известно, что через время $t=3$с угловая скорость $\omega = 9$ рад/с, поэтому $\omega = \varepsilon \times t$,

откуда $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$.

По определению момента силы $M=T \times R$, где $R=D/2$ – радиус маховика.

Так как натяжение нити и ускорение груза обусловлены его весом $P=mg$, то из второго закона Ньютона получаем $m\bar{a} = m\bar{g} + \bar{T}$.

Проецируем вектора на ось X и получаем: $ma = mg - T$, откуда $T=mg-ma$.

Тогда $M= m \times (g-a) \times R$ и $J = \dfrac{M}{\varepsilon} = \dfrac{m \times (g-a) \times R}{\varepsilon}$. Нам известно, что $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$,

откуда $a=\varepsilon \times R$ откуда $J = \dfrac{m \times (g - \varepsilon \times R) \times R}{\varepsilon}$. Нам также известно, что $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$ и

$R=D/2$, поэтому $J = \dfrac{m \times \left(g - \dfrac{\omega}{t} \times \dfrac{D}{2}\right) \times \dfrac{D}{2} \times t}{\omega}$.

Подставляем числа.

$$J = \frac{2\text{кг} \times \left(9{,}81\text{м}/\text{с}^2 - \dfrac{9\text{рад}/\text{с}}{3\text{с}} \times \dfrac{0{,}6\text{м}}{2}\right) \times \dfrac{0{,}6\text{м}}{2} \times 3\text{с}}{9\text{рад}/\text{с}} = 1{,}78\text{кг} \times \text{м}^2.$$

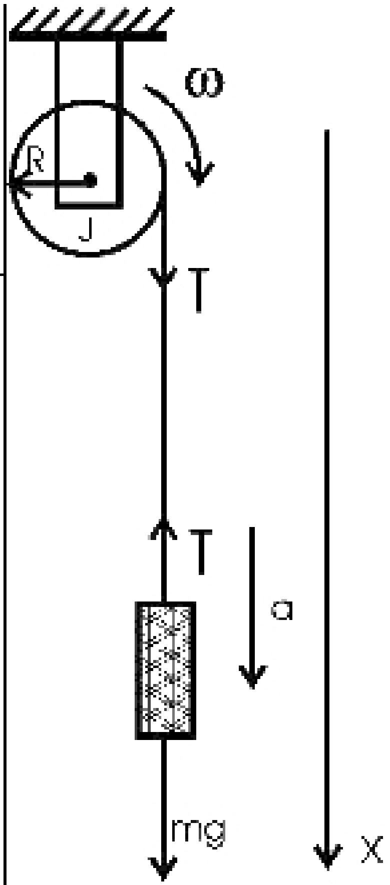
$D = 2\times R = 60$ см

$m = 2$ кг

$t = 3$ с

$\omega = 9$ рад/с

$J = ?$



Согласно основному закону динамики вращения $J = \dfrac{M}{\varepsilon}$, где M – вращающий момент силы T натяжения нити, $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$ - угловое ускорение вала. Угловая скорость изменяется по закону $\omega = \varepsilon\times t$. Нам известно, что через время t=3с угловая скорость $\omega = 9$ рад/с, поэтому $\omega = \varepsilon\times t$, откуда $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$.

По определению момента силы $M = T\times R$, где $R = D/2$ – радиус маховика.

Так как натяжение нити и ускорение груза обусловлены его весом P=mg, то из второго закона Ньютона получаем $m\bar{a} = m\bar{g} + \bar{T}$.

Проецируем вектора на ось X и получаем: $ma = mg - T$, откуда $T = mg - ma$.

Тогда $M = m\times(g-a)\times R$ и $J = \dfrac{M}{\varepsilon} = \dfrac{m\times(g-a)\times R}{\varepsilon}$. Нам известно, что $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$, откуда $a = \varepsilon\times R$ откуда $J = \dfrac{m\times(g-\varepsilon\times R)\times R}{\varepsilon}$. Нам также известно, что $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$ и $R = D/2$, поэтому

$$J = \frac{m\times\left(g - \dfrac{\omega}{t}\times\dfrac{D}{2}\right)\times\dfrac{D}{2}\times t}{\omega}.$$

Подставляем числа.

$$J = \frac{2кг\times\left(9{,}81м/с^2 - \dfrac{9рад/с}{3с}\times\dfrac{0{,}6м}{2}\right)\times\dfrac{0{,}6м}{2}\times 3с}{9рад/с} = 1{,}78кг\times м^2.$$

$J=0{,}048 кг \times м^2$ $\varphi = At + Bt^3$ $A = 2$ рад/с $B = 0{,}2 рад/с^3$ $T = 2с$	Из второго закона Ньютона, применяемого к вращающимся телам находим $M = \varepsilon \times J$, где M – вращающий момент, ε – угловое ускорение, J – момент инерции диска.
$M = ?$	

По определению $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$, $\varphi = At + Bt^3$ тогда

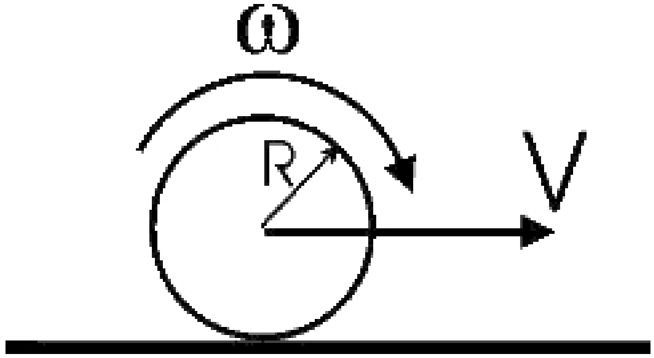
$$\omega(t) = \frac{d(At + Bt^3)}{dt} = A + 3Bt^2.$$

По определению $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$, тогда $\varepsilon(t) = \dfrac{d(A + 3Bt^2)}{dt} = 6Bt$.

В момент времени t=T $\varepsilon(T) = 6BT$.

Тогда $M = \varepsilon \times J = 6B \times T \times J = 6 \times 0.2 рад / с^3 \times 2с \times 0{,}048 кг \times м^2 = 0{,}115 Н \times м$.

V= 8 м/с
S= 18 м
k = ?



Так как диск катится, а не скользит, то он будет вращаться с угловой скоростью ω и двигаться поступательно со скоростью V.

Угловые и линейные величины, характеризующие движение точки по окружности (в нашем случае на поверхности диска) связаны соотношением s=φ×R, где R – радиус диска. Поэтому $V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(\varphi \times R)}{dt} = R \times \frac{d\varphi}{dt} = R \times \omega$.

Откуда $\omega = \frac{V}{R}$.

По определению кинетическая энергия вращения равна $E_{вр} = \frac{J \times \omega^2}{2}$, где $J = \frac{m \times R^2}{2}$ - момент инерции сплошного диска. Тогда $E_{вр} = \frac{m \times R^2 \times \omega^2}{4}$, а так как $\omega = \frac{V}{R}$, то $E_{вр} = \frac{m \times R^2 \times V^2}{4 \times R^2} = \frac{m \times V^2}{4}$.

Помимо вращения существует поступательное движение со скоростью V. По определению кинетическая энергия поступательного движения $E_{кин} = \frac{m \times V^2}{2}$.

Тогда полная кинетическая энергия равна

$$E = E_{вр} + E_{кин} = \frac{m \times V^2}{4} + \frac{m \times V^2}{2} = \frac{3 \times m \times V^2}{4}.$$

Когда диск катится, на него действует сила трения (см. рис.) равная $F_{тр} = k \times mg$, где k – коэффициент сопротивления. Работа сил трения равна A=Fтр×S, где S – пройденный путь. Так как диск остановился, то вся кинетическая энергия пошла на работу против сил трения: A=Eкин. Поэтому $A = k \times mg \times S = \frac{3 \times m \times V^2}{4}$, откуда искомая величина

$$k = \frac{3 \times V^2}{4 \times g \times S} = \frac{3 \times (8м/с)^2}{4 \times 9{,}81м/с^2 \times 18м} = 0{,}27.$$

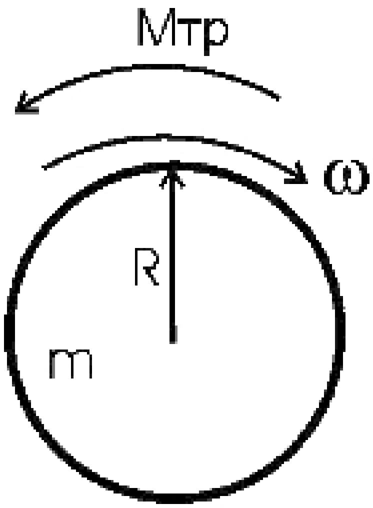
$\nu 0 = 12$ об/с

$D = 30$ см

$T = 8$с

$m = 6$ кг

$M_{тр} = ?$



Из второго закона Ньютона, применяемого к вращающимся телам, находим: $M = \varepsilon \times J$, где M – момент сил, ε – угловое ускорение, J – момент инерции диска. Момент инерции однородного диска массой m и радиусом

R равен $J = \dfrac{m \times R^2}{2}$. Поэтому $M_{тр} = \varepsilon \times \dfrac{m \times R^2}{2}$.

Зависимость угловой скорости при равнозамедленном вращении записывается в виде $\omega = \omega 0 - \varepsilon \times t$, где $\omega 0 = 2\pi\nu 0$ – начальная угловая скорость. Известно, что через время $t = 8$с диск остановился и $\omega = 0$. Поэтому $\omega 0 = \varepsilon \times T$.

Откуда угловое ускорение равно $\varepsilon = \dfrac{\omega 0}{T} = \dfrac{2\pi \times \nu 0}{T}$. Подставляем в

$M_{тр} = \varepsilon \times \dfrac{m \times R^2}{2}$ и получаем: $M_{тр} = \dfrac{2\pi \times \nu 0}{T} \times \dfrac{m \times R^2}{2}$.

Так как радиус $R = D/2$, то $M_{тр} = \dfrac{2\pi \times \nu 0}{T} \times \dfrac{m \times D^2}{8}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$M_{тр} = \frac{2 \times 3.14 \times 12 с^{-1}}{8 с} \times \frac{6 кг \times (0.3 м)^2}{8} = 0{,}64 Н \times м.$$

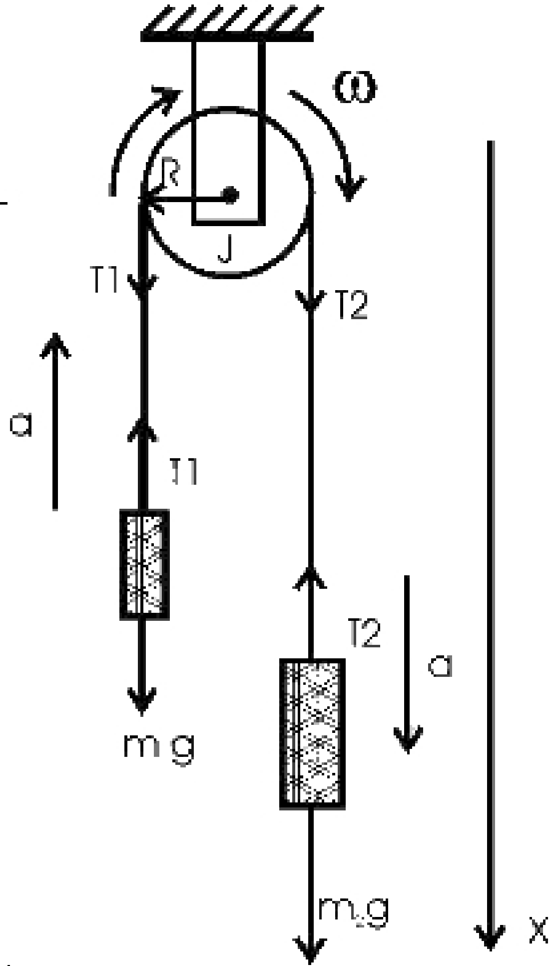
$m1 = 0{,}3$ кг

$m2 = 0{,}7$кг

$m = 0{,}4$ кг

$T1 = ?$

$T2 = ?$



Веса первой и второй гири равны $P1=m1\times g$ и $P2=m2\times g$ соответственно.

Ввиду того, что масса нити пренебрежимо мала, изменения натяжений T1 и T2 вдоль нити можно не учитывать. Используем второй закон Ньютона и, одновременно проецируем силы на ось X. Тогда уравнения движения грузов и блока будут:

$$-m1\times a = -T1 + m1\times g \quad (1)$$

$$m2\times a = -T2 + m2\times g \quad (2)$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = R\times(T2 - T1) \quad (3)$$

, где J – момент инерции блока. Известно, что для однородного диска массой m и радиусом R момент инерции равен: $J = \dfrac{m\times R^2}{2}$.

Если проскальзывания нити по блоку нет, то $R\dfrac{d\omega}{dt} = a$, где a – ускорение грузов, $\dfrac{d\omega}{dt}$ - угловое ускорение блока. Тогда $\dfrac{J\times a}{R^2} = (T2 - T1)$.

Из (1) и (2) уравнений находим $(m1+m2)\times a = -(T2 - T1) + (m2 - m1)\times g$. Подставляем $(T2 - T1) = \dfrac{J\times a}{R^2}$ и получаем $(m1+m2)\times a + \dfrac{J\times a}{R^2} = (m2 - m1)\times g$, откуда ускорение равно

$$a = \frac{(m2 - m1)\times g}{(m1+m2) + \dfrac{J}{R^2}} = \frac{(m2 - m1)\times g}{(m1+m2) + \dfrac{m\times R^2}{2\times R^2}} = \frac{(m2 - m1)\times g}{(m1+m2) + \dfrac{m}{2}}.$$

Подставляем ускорение в (1) и находим T1:

$$T1 = m1\times(g + a) = m1\times\left[g + \frac{(m2 - m1)\times g}{(m1+m2) + \dfrac{m}{2}}\right] = m1\times g\times\left[\frac{(4\times m2 + m)}{2\times(m1+m2) + m}\right].$$

Подставляем ускорение в (2) и находим T2:

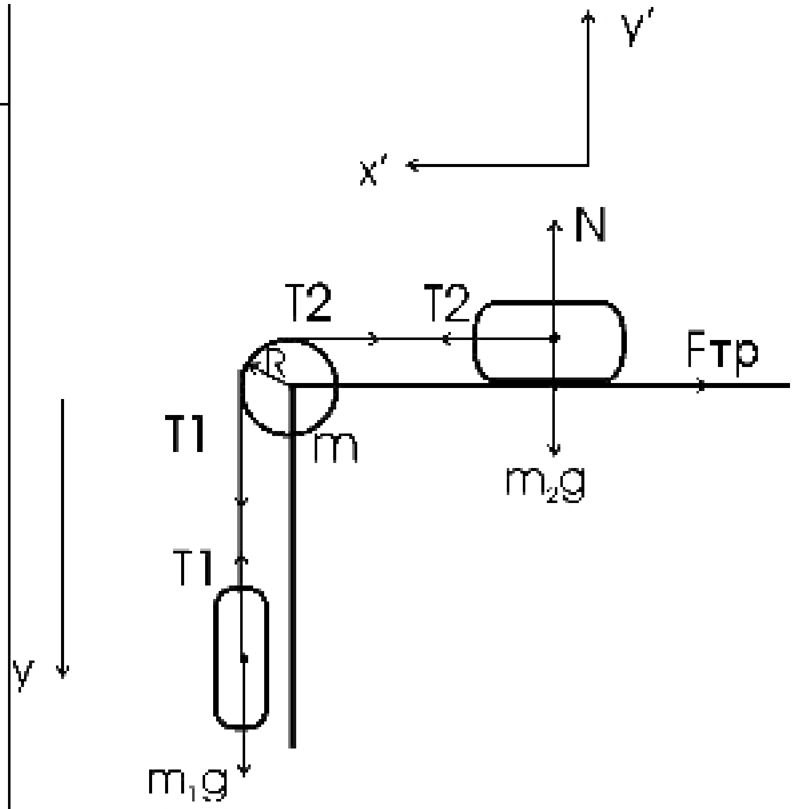
$$T2 = m2\times(g - a) = m2\times\left[g - \frac{(m2 - m1)\times g}{(m1+m2) + \dfrac{m}{2}}\right] = m2\times g\times\left[\frac{(4\times m1 + m)}{2\times(m1+m2) + m}\right].$$

Подставляем числа. $T1 = 0.3\text{кг}\times 9{,}81\text{м}/\text{с}^2\times\left[\dfrac{(4\times 0{,}7 + 0{,}4)\text{кг}}{2\times(0{,}4 + 0{,}7)\text{кг} + 0{,}4\text{кг}}\right] = 3{,}92\text{Н}$.

$T2 = 0.7\text{кг}\times 9{,}81\text{м}/\text{с}^2\times\left[\dfrac{(4\times 0{,}3 + 0{,}4)\text{кг}}{2\times(0{,}4 + 0{,}7)\text{кг} + 0{,}4\text{кг}}\right] = 4{,}58\text{Н}$.

$m_1 = m_2 = m$
$a = 0{,}56$ м/с^2

$\mu = ?$



Для первого тела применяем второй закон Ньютона: $m_1\bar{a} = m_1\bar{g} + \overline{T1}$, где g- ускорение свободного падения, T1 – сила натяжения нити. Теперь применим второй закон Ньютона ко второму телу $m_2\bar{a} = m_2\bar{g} + \overline{T2} + \overline{N} + \overline{F_{Tp}}$. Разложим вектора для каждого тела на проекции вдоль оси X', Y' и Y :

Проекция на ось Y: $m_1 a = m_1 g - T1$ (1)

Проекция на ось X': $m_2 a = T2 - F_{Tp}$ (2)

Проекция на ось Y': $0 = N - m_2 g$. (3)

Также запишем второй закон Ньютона для блока: $J\dfrac{d\omega}{dt} = R\times(T1 - T2)$ (4), где J – момент инерции блока. Известно, что для однородного диска массой m и радиусом R момент инерции равен: $J = \dfrac{m\times R^2}{2}$.

Если проскальзывания нити по блоку нет, то $R\dfrac{d\omega}{dt} = a$, где a – ускорение грузов, $\dfrac{d\omega}{dt}$ - угловое ускорение блока. Тогда $\dfrac{J\times a}{R^2} = (T1 - T2)$, а так как $J = \dfrac{m\times R^2}{2}$, то

$$\frac{m\times R^2\times a}{2R^2} = \frac{m\times a}{2} = (T1 - T2).$$

Из (3) уравнения имеем: $N = m_2 g$. Сила трения по определению равна $F_{тр}=\mu\times N$. Поэтому $F_{тр}=\mu\times m_2\times g$. Подставляем во второе уравнение $m_2 a = T2 - F_{Tp}$ и получаем $m_2 a = T2 - \mu\times m_2 g$.

Теперь сложим его с первым и получим: $m_1 a + m_2 a = m_1 g - \mu\times m_2 g - (T1 - T2)$.

Подставляем $(T1 - T2) = \dfrac{m\times a}{2}$, и получаем $m_1 a + m_2 a = m_1 g - \mu\times m_2 g - \dfrac{m\times a}{2}$,

откуда искомое $\mu = \dfrac{m_1 g - (m_1 + m_2)\times a - \dfrac{m\times a}{2}}{m_2 g}$. Из условий задачи известно, что

$m_1 = m_2 = m$, поэтому $\mu = \dfrac{g - 2.5\times a}{g} = \dfrac{9.81м/с^2 - 2.5\times 0.56м/с^2}{9.81м/с^2} = 0.857$.

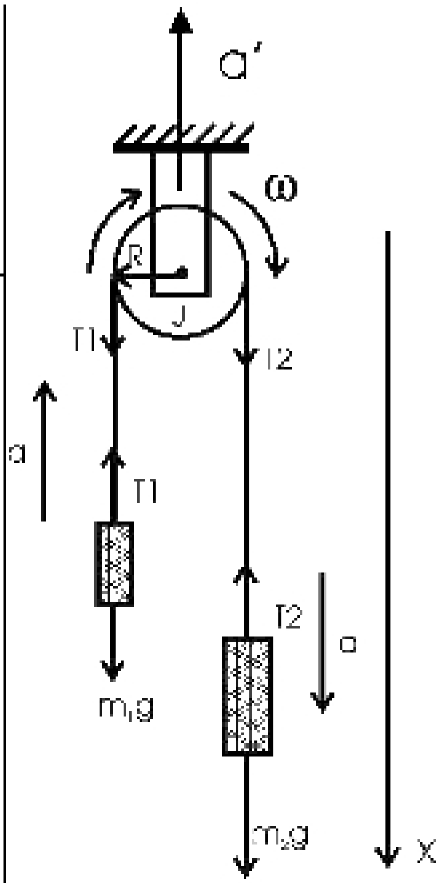
$m1=0{,}2$ кг

$m2=0{,}3$ кг

$m = 0{,}4$ кг

$a' = 2$ м/с^2

$T2/T1 = ?$



Веса первой и второй гири равны $P1=m1\times g$ и $P2=m2\times g$ соответственно.

Ввиду того, что масса нити пренебрежимо мала, изменения натяжений T1 и T2 вдоль нити можно не учитывать. Используем второй закон Ньютона и, одновременно проецируем силы на ось X. Тогда уравнения движения грузов и блока будут:

$$-m1\times(a+a') = -T1+m1\times g \quad (1)$$

$$m2\times(a-a') = -T2+m2\times g \quad (2)$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = R\times(T2-T1) \quad (3)$$, где J – момент инерции блока.

Известно, что для однородного диска массой m и радиусом R момент инерции равен: $J = \frac{m\times R^2}{2}$.

Если проскальзывания нити по блоку нет, то $R\frac{d\omega}{dt} = a$, где a – ускорение грузов, $\frac{d\omega}{dt}$ - угловое ускорение блока. Тогда $\frac{J\times a}{R^2} = (T2-T1)$. Из (1) и (2) уравнений находим

$(m1+m2)\times a-(m2-m1)\times a' = -(T2-T1)+(m2-m1)\times g$. Подставляем $(T2-T1) = \frac{J\times a}{R^2}$ и

получаем $(m1+m2)\times a+\frac{J\times a}{R^2} = (m2-m1)\times(g+a')$, откуда ускорение равно

$$a = \frac{(m2-m1)\times(g+a')}{(m1+m2)+\frac{J}{R^2}} = \frac{(m2-m1)\times(g+a')}{(m1+m2)+\frac{m\times R^2}{2\times R^2}} = \frac{(m2-m1)\times(g+a')}{(m1+m2)+\frac{m}{2}}.$$

Подставляем ускорение в (1) и находим T1:

$$T1 = m1\times(g+a+a') = m1\times\left[g+a'+\frac{(m2-m1)\times(g+a')}{(m1+m2)+\frac{m}{2}}\right] = m1\times(g+a')\times\left[\frac{(4\times m2+m)}{2\times(m1+m2)+m}\right].$$

Подставляем ускорение в (2) и находим T2:

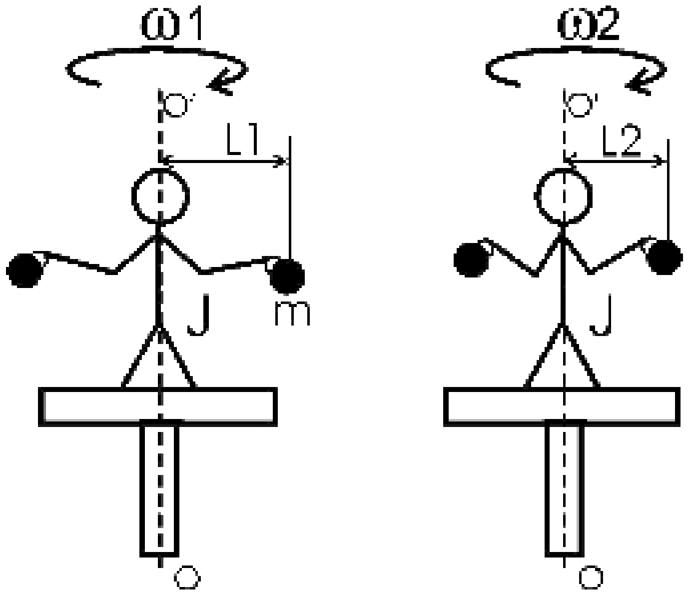
$$T2 = m2\times(g+a'-a) = m2\times\left[g+a'-\frac{(m2-m1)\times(g+a')}{(m1+m2)+\frac{m}{2}}\right] = m2\times(g+a')\times\left[\frac{(4\times m1+m)}{2\times(m1+m2)+m}\right]$$

Отношение

$$\frac{T2}{T1} = \frac{m2\times(g+a')\times\left[\frac{(4\times m1+m)}{2\times(m1+m2)+m}\right]}{m2\times(g+a')\times\left[\frac{(4\times m1+m)}{2\times(m1+m2)+m}\right]} = \frac{m2\times(4\times m1+m)}{m1\times(4\times m2+m)} = \frac{0.3\times(4\times 0.2+0.4)}{0.2\times(4\times 0.3+0.4)} = 1.125.$$

$m=5$ кг
$L1=70$ см
$\nu 1=1 c^{-1}$
$L2=20$ см
$J=2{,}5$ кг$\times$м^2

$\nu 2 = ?$
$A = ?$



Воспользуемся законом сохранения момента импульса: $(J+J1)\times\nu 1=(J+J2)\times\nu 2$ где J – момент импульса человека и скамьи, $J1=2\times m\times(L1)^2$ – момент инерции грузов относительно оси OO', $\nu 2$ – искомая частота вращения, $J2=2\times m\times(L2)^2$ – момент инерции грузов относительно оси OO' после изменений.

Тогда $(J+2m\times(L1)^2)\times\nu 1=(J+2m\times(L2)^2)\times\nu 2$, откуда искомая величина

$$\nu 2=\frac{(J+2m\times(L1)^2)\times\nu 1}{(J+2m\times(L2)^2)}.$$

Подставляем числа. $\omega 1=\dfrac{\left(2.5\text{кг}\times\text{м}^2+5\text{кг}\times(0{,}7\,\text{м})^2\right)\times 1c^{-1}}{\left(2.5\text{кг}\times\text{м}^2+5\text{кг}\times(0{,}2\text{м})^2\right)}=1{,}83c^{-1}$.

Для определения работы воспользуемся законом сохранения энергии: $\dfrac{(J+J1)\times(\omega 1)^2}{2}+A=\dfrac{(J+J2)\times(\omega 2)^2}{2}$. Так как $\omega 1=2\pi\times\nu 1$, $\omega 2=2\pi\times\nu 2$, то $A=(J+J2)\times 2(\pi\times\nu 2)^2-(J+J1)\times 2(\pi\times\nu 1)^2$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$A=2\pi^2[(2.5\text{кг}\times\text{м}^2+5\text{кг}\times(0{,}2\text{м})^2)\times(1.83c^{-1})^2-(2.5\text{кг}\times\text{м}^2+5\text{кг}\times(0{,}7\,\text{м})^2)\times(1c^{-1})^2]=$
$=80{,}7$ Дж.

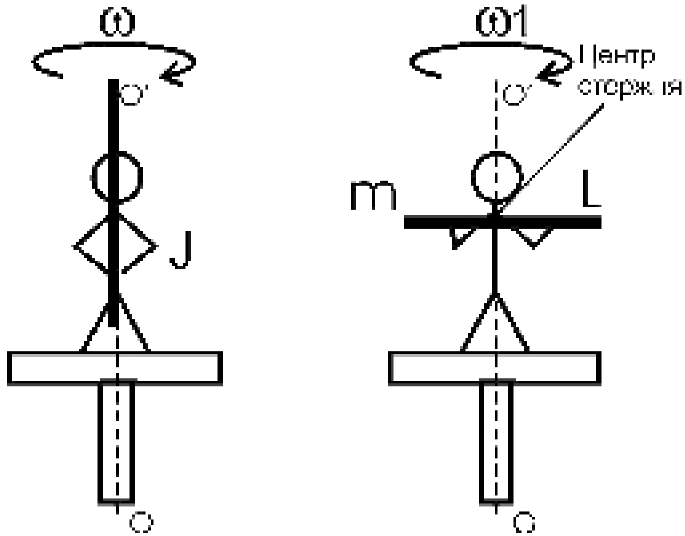
$\omega = 4$ рад/с

$J = 5$ кг$\times$м^2

$L = 1.8$ м

$m = 6$ кг

$\omega 1 = ?$



Воспользуемся законом сохранения момента импульса: $J\times\omega = (J + J1)\times\omega 1$

где J – момент импульса человека и скамьи, J1 – момент инерции стержня относительно оси OO', $\omega 1$ – искомая частота вращения.

Момент инерции тонкого стержня массой m и длинной L относительно его

центра равен $Jc = \dfrac{1}{12}m\times L^2$.

Тогда $J\times\omega = \left(J + \dfrac{1}{12}mL^2\right)\times\omega 1$, откуда искомая частота $\omega 1 = \dfrac{J\times\omega}{\left(J + \dfrac{1}{12}mL^2\right)}$.

Подставляем числа. $\omega 1 = \dfrac{5кг\times м^2\times 4рад/с}{\left(5кг\times м^2 + \dfrac{1}{12}\times 6кг\times(1{,}8м)^2\right)} = 3{,}02рад/с$.

D= 3м m1=180 кг m2=70 кг V=1.8 м/с $\omega = ?$	

Обходя платформу по краю со скоростью V, человек обладает моментом импульса относительно оси вращения: $L2 = m2 \times V \times R = m2 \times V \times \frac{D}{2}$. Момент импульса диска, вращающегося с угловой скоростью ω равен $L1 = J \times \omega$, где

$J = \frac{m1 \times D^2}{8}$ - момент инерции диска диаметром D и массой m.

Из закона сохранения момента импульса имеем L1=L2, откуда

$m2 \times V \times \frac{D}{2} = J \times \omega = \frac{m1 \times D^2}{8} \times \omega$. Поэтому угловая скорость равна

$\omega = \frac{4 \times m2 \times V \times D}{m1 \times D^2} = \frac{4 \times m2 \times V}{m1 \times D}$. Подставляем числа.

$\omega = \frac{4 \times 70кг \times 1{,}8м/с}{180кг \times 3м} = 0{,}93рад/с$.

$m1=280$ кг
$m2=80$ кг
$\varphi = ?$

Обходя платформу по краю со скоростью V, человек обладает моментом импульса относительно оси вращения: $L2 = m2 \times V \times R = m2 \times V \times \frac{D}{2}$. Момент импульса диска, вращающегося с угловой скоростью ω равен $L1 = J \times \omega$, где $J = \frac{m1 \times D^2}{8}$ - момент инерции диска диаметром D и массой m.

Из закона сохранения момента импульса имеем L1=L2, откуда $m2 \times V \times \frac{D}{2} = J \times \omega = \frac{m1 \times D^2}{8} \times \omega$. Поэтому угловая скорость равна $\omega = \frac{4 \times m2 \times V \times D}{m1 \times D^2} = \frac{4 \times m2 \times V}{m1 \times D}$.

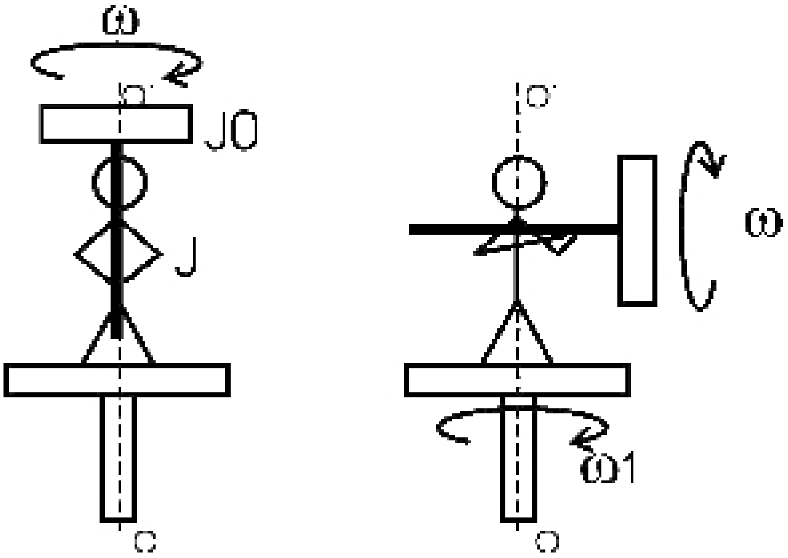
Время, которое человек потратит на то, чтобы со скоростью V обойти платформу периметром π×D, равно $T = \frac{\pi \times D}{V}$. За это время платформа повернется на угол $\varphi = \omega \times T = \frac{4 \times m2 \times V}{m1 \times D} \times \frac{\pi \times D}{V} = \frac{4\pi \times m2}{m1}$. Подставляем числа. $\varphi = \frac{4 \times 3.14 рад \times 80 кг}{280 кг} = 3{,}59 рад = 206°$.

$\omega = 25$ рад/с

$J = 2{,}5$ кг$\times$м^2

$J0 = 0{,}5$кг$\times$ м^2

$\omega1 = ?$

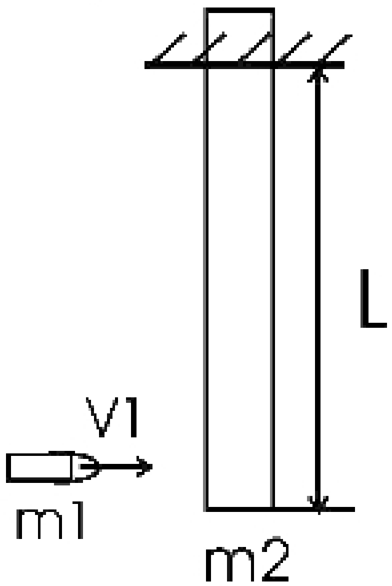


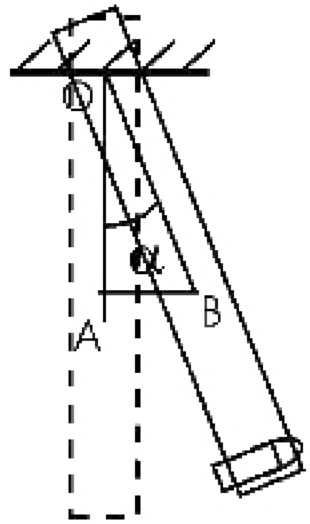
Из закона сохранения момента импульса имеем: в изолированной системе сумма моментов импульса всех тел – величина постоянная. Так как диск повернули на угол 90°, то проекция его момента импульса на ось OO' равна нулю, поэтому $J0 \times \omega = J \times \omega 1$, где J0 - момент инерции диска, J – момент инерции скамьи с человеком относительно оси OO'.

Поэтому искомая величина $\omega 1 = \dfrac{J0 \times \omega}{J} = \dfrac{0.5\text{кг} \times \text{м}^2 \times 25\text{рад}/\text{с}}{2.5\text{кг} \times \text{м}^2} = 5\text{рад}/\text{с}$.

$L = 1{,}0$ м
$m1 = 7$ г
$\alpha = 60°$
$V1 = 360$ м/с

$m2 = ?$





Момент импульса пули равен $M1 = m1 \times V1 \times L$. После столкновения суммарный момент импульса стержня и пули должен быть равен, по закону сохранения, моменту импульсу пули: $m1 \times V1 \times L = (m1 \times L^2 + J2) \times \omega 2$, где $\omega 2$ – общая угловая скорость пули и стержня после столкновения, $J2 = \dfrac{m2 \times L^2}{3}$ - момент импульса стержня относительно его края. Откуда

$$\omega 2 = \frac{m1 \times V1}{\left(m1 + \dfrac{m2}{3}\right) \times L}.$$

Тогда начальная кинетическая энергия стержня и пули равна

$$E_k = \frac{(m1 \times L^2 + J2) \times (\omega 2)^2}{2} = \frac{(m1)^2 \times (V1)^2}{2 \times \left(m1 + \dfrac{m2}{3}\right)}.$$

Через время кинетическая энергия перешла в изменение потенциальной энергии по закону сохранения энергии: $Ek = \Delta Ep$. Начальная потенциальная энергия стержня и пули (относительно точки подвеса) равна $Ep1 = -(0{,}5 \times m2 + m1) \times g \times L$, где L – длина нити, g – ускорение свободного падения. После того как они поднялись на угол α, величина OA (из треугольника) стала равна $OA = L \times \cos\alpha$. Поэтому потенциальная энергия
$Ep2 = -(0{,}5 \times m2 + m1) \times g \times L \times \cos\alpha$. Тогда разность потенциальных энергий
$Ep2 - Ep1 = -(0{,}5 \times m2 + m1) \times g \times L \times \cos\alpha + (0{,}5 \times m2 + m1) \times g \times L = (0{,}5 \times m2 + m1) \times g \times L \times (1 - \cos\alpha)$. Откуда
$E_k = \Delta Ep = (0.5 \times m2 + m1) \times g \times L \times (1 - \cos\alpha)$. Или же

$$\frac{(m1)^2 \times (V1)^2}{2 \times \left(m1 + \dfrac{m2}{3}\right)} = (0.5 \times m2 + m1) \times g \times L \times (1 - \cos\alpha).$$

Пренебрегаем массой пули относительно массы стержня:

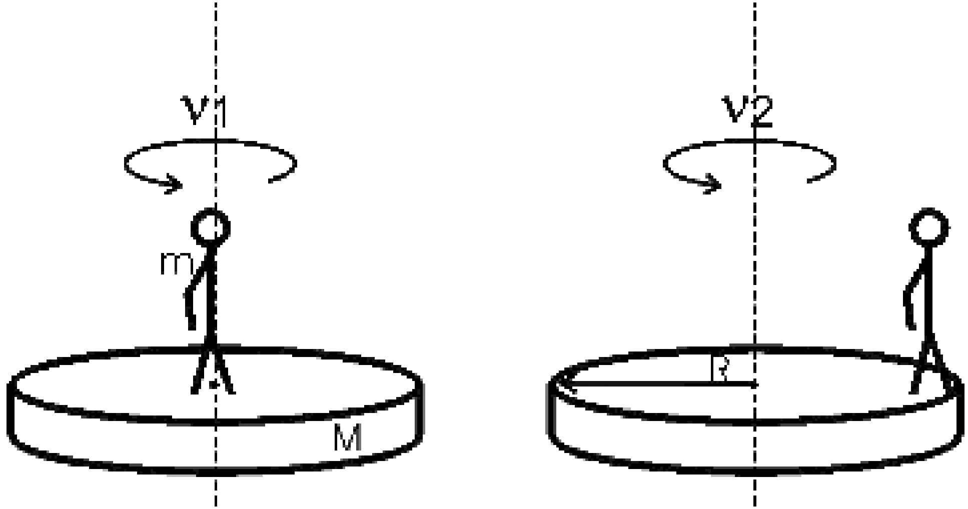
$$\frac{(m1)^2 \times (V1)^2}{2 \times \left(\dfrac{m2}{3}\right)} = (0.5 \times m2) \times g \times L \times (1 - \cos\alpha),$$

откуда

$$m2 = \frac{3 \times m1 \times V1}{\sqrt{g \times L \times (1 - \cos\alpha)}} = \frac{3 \times 0.007кг \times 360м/с}{\sqrt{9{,}81м/с^2 \times 1м \times (1 - \cos 60°)}} = 3{,}41кг.$$

$\nu 2 = 8$ мин$^{-1}$
$m = 70$ кг
$\nu 1 = 10$ мин$^{-1}$

$M = ?$



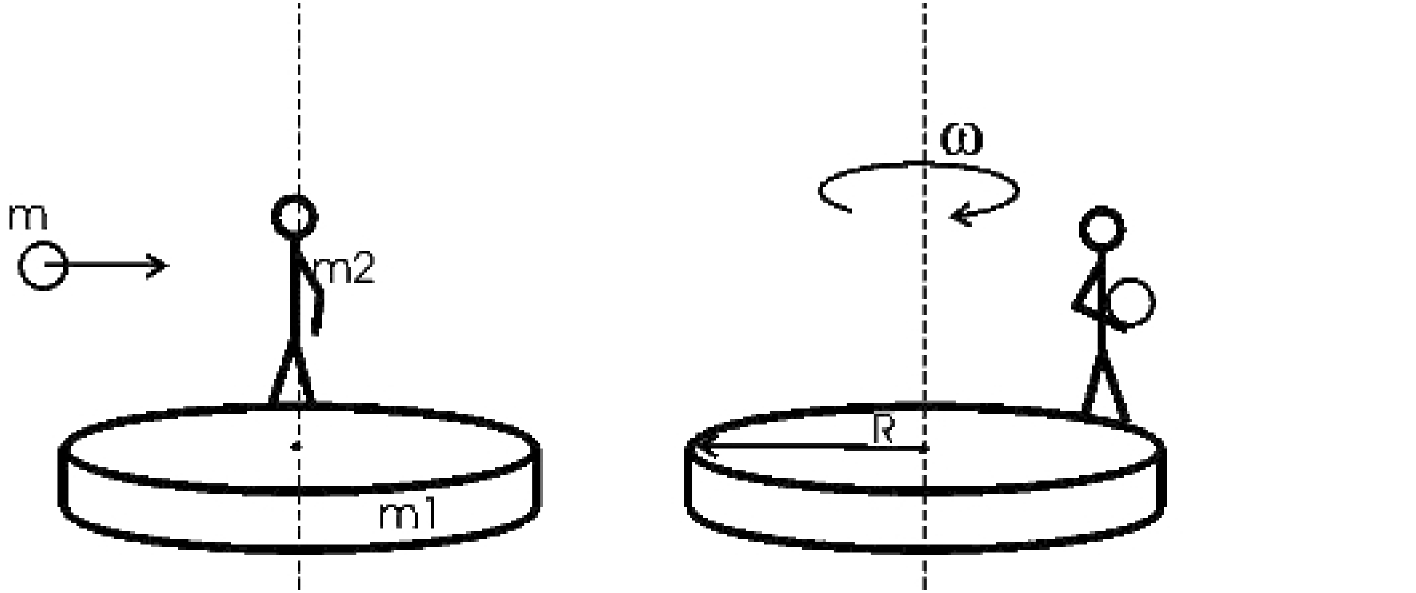
Воспользуемся законом сохранения момента импульса: $(J1+J2)\times\nu 2 = J1\times\nu 1$, где $J1 = \dfrac{M\times R^2}{2}$ - момент инерции сплошного диска радиусом R и массой M, $\nu 2$ – начальная частота вращения человека с диском, J1+J2 – суммарный момент инерции диска и человека, находящегося на краю диска, $\nu 1$ – частота вращения после перехода человека в центр. Момент инерции человека $J2=m\times R^2$, так как он стоял на расстоянии R от оси вращения.

Тогда $\left(\dfrac{M\times R^2}{2}+m\times R^2\right)\times\nu 2 = \dfrac{M\times R^2}{2}\times\nu 1$, откуда $M = \dfrac{2\times m\times\nu 2}{\nu 1-\nu 2}$.

Подставляем числа. $M = \dfrac{2\times 70\text{кг}\times 8\text{мин}^{-1}}{10\text{мин}^{-1}-8\text{мин}^{-1}} = 560\text{кг}$.

D=0,8 м
m1=6 кг
m2=60 кг
m=0,5 кг
V=5 м/с
R=0,4 м
D=2×R

ω = ?



Мяч обладает моментом импульса относительно оси вращения: $M = m \times V \times R$.
Воспользуемся законом сохранения момента импульса:

$$(J1 + J2 + m \times R^2) \times \omega = M = m \times V \times R,$$ где $$J1 = \frac{m1 \times D^2}{8} = \frac{m1 \times R^2}{2}$$ -

момент инерции скамьи диаметром $D = 2 \times R$ и массой m1, ω – угловая скорость вращения человека с диском, J1+J2 – суммарный момент инерции диска и человека, находящегося на краю диска. Момент инерции человека $J2 = m2 \times R^2$, так как он стоял на расстоянии R от оси вращения.

Тогда $$\left(\frac{m1 \times R^2}{2} + m2 \times R^2 + m \times R^2\right) \times \omega = m \times V \times R,$$ откуда

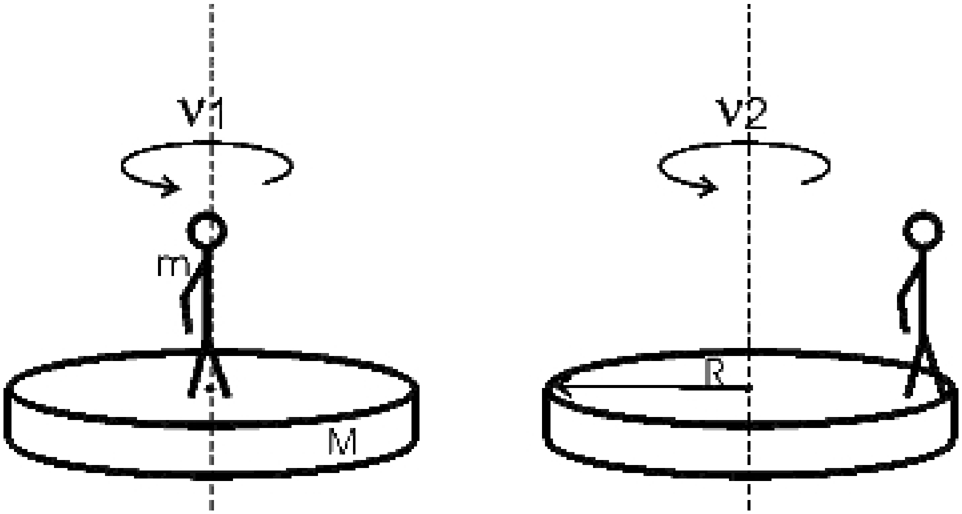
$$\omega = \frac{2 \times m \times V \times R}{(m1 \times R^2 + 2 \times m2 \times R^2 + 2 \times m \times R^2)} = \frac{2 \times m \times V}{(m1 + 2 \times (m2 + m)) \times R}.$$

Подставляем числа.

$$\omega = \frac{2 \times 0.5кг \times 5м/с}{(6кг + 2 \times (60кг + 0,5кг)) \times 0,4м} = 0,098рад/с \cong 0,1рад/с.$$

$M=150$ кг
$\nu2=8$ мин$^{-1}$
$m=70$ кг

$\omega1=?$



Найдем частоту вращения диска с человеком $\nu1$, когда человек перешел в центр диска. Для этого воспользуемся законом сохранения момента импульса: $(J1+J2)\times\nu2 = J1\times\nu1$, где $J1=\dfrac{M\times R^2}{2}$ - момент инерции сплошного диска радиусом R и массой M, $\nu2$ – начальная частота вращения человека с диском, $J1+J2$ – суммарный момент инерции диска и человека, находящегося на краю диска, $\nu1$ – частота вращения после перехода человека в центр. Момент инерции человека $J2=m\times R^2$, так как он стоял на расстоянии R от оси вращения. Поэтому получаем

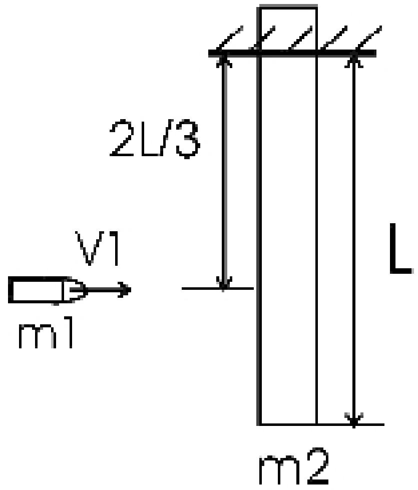
$$\nu1=\frac{(J1+J2)\times\nu2}{J1}=\frac{\left(\dfrac{M\times R^2}{2}+m\times R^2\right)\times\nu2}{\dfrac{M\times R^2}{2}}=\nu2\times\left(1+\frac{2\times m}{M}\right).$$

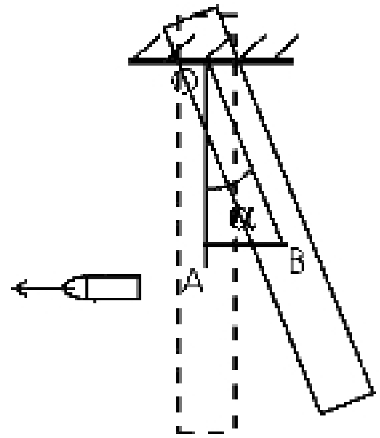
Угловая скорость по определению равна $\omega1=2\pi\times\nu1$, поэтому $\omega1=2\pi\times\nu2\times\left(1+\dfrac{2\times m}{M}\right)$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\omega1=2\times3.14\text{рад}\times(8/60\text{с})\times\left(1+\frac{2\times70\text{кг}}{150\text{кг}}\right)=1{,}62\text{рад}/\text{с}.$$

$L=1{,}0$ м
$m1=5$ г
$m2=0{,}7$ кг
$\alpha=60^\circ$

$V1=?$





Момент импульса пули равен $M1=m1\times V1\times \frac{2}{3}L$. После столкновения момент импульса стержня должен быть равен, по закону сохранения, моменту импульсу пули: $m1\times V1\times \frac{2}{3}L = L2\times\omega 2$, где $\omega 2$ – угловая скорость стержня после столкновения, $J2=\frac{m2\times L^2}{3}$ - момент импульса стержня относительно его края. Откуда $\omega 2=\frac{2\times m1\times V1}{m2\times L}$.

Тогда начальная кинетическая энергия стержня равна

$$E_k=\frac{J2\times(\omega 2)^2}{2}=\frac{2\times(m1)^2\times(V1)^2}{3\times m2}.$$

Через время кинетическая энергия перешла в изменение потенциальной энергии по закону сохранения энергии: $Ek=\Delta Ep$. Начальная потенциальная энергия стержня (относительно точки подвеса) равна $Ep1=-\frac{2}{3}\times m2\times g\times L$, где L – длина нити, g – ускорение свободного падения. После того как он поднялся на угол α, величина OA (из треугольника) стала равна $OA=\frac{2}{3}\times L\times\cos\alpha$. Поэтому потенциальная энергия

$Ep2=-\frac{2}{3}\times m2\times g\times L\times\cos\alpha$. Тогда разность потенциальных энергий

$Ep2-Ep1=-\frac{2}{3}\times m2\times g\times L\times\cos\alpha+\frac{2}{3}\times m2\times g\times L=\frac{2}{3}\times m2\times g\times L\times(1-\cos\alpha)$. Откуда

$E_k=\Delta Ep=\frac{2}{3}\times m2\times g\times L\times(1-\cos\alpha)$. Или же

$\frac{2\times(m1)^2\times(V1)^2}{3\times m2}=\frac{2}{3}\times m2\times g\times L\times(1-\cos\alpha)$. Откуда искомое

$$V1=\frac{m2}{m1}\times\sqrt{g\times L\times(1-\cos\alpha)}=\frac{0.7\text{кг}}{0{,}005\text{кг}}\times\sqrt{9{,}81\text{м}/\text{с}^2\times 1\text{м}\times(1-\cos 60^\circ)}=310\text{м}/\text{с}.$$

$g=9.81 м/с^2$ $R=6400 км$ $h=1000 км$	
$G=?$	

Напряженность гравитационного поля равна $G=\frac{F}{m}$, где m – масса притягиваемого тела, $F=\gamma\times\frac{m\times M}{(R+h)^2}$ - сила притяжения тела m к Земле массой M.

Поэтому $G=\gamma\times\frac{M}{(R+h)^2}$.

Нам известна напряженность поля на поверхности Земли $g=\gamma\times\frac{M}{R^2}$, поэтому

$G=\frac{g\times R^2}{(R+h)^2}$. Подставляем числа. $G=\frac{9.81 м/с^2\times(6400\times10^3 м)^2}{(6400\times10^3 м+1000\times10^3 м)^2}=7.34 м/с^2$.

$h1=R=1000$км $h2=\infty$ $m=2$кг $M=6\times10^{24}$ кг	На тело действует сила всемирного тяготения со стороны Земли, равная $F=\gamma\dfrac{m\times M}{(h+R)^2}$, где $\gamma=6.67\times10^{-11}Н\times м^2/кг^2$ - гравитационная постоянная, M – масса Земли, R – это радиус Земли, h – расстояние от тела до поверхности Земли.
$A1=?$ $A2=?$	

Рассмотрим первый случай: h=1000км. Работа по определению равна $A=\int\limits_{x1}^{x2}F(x)dx$,

где x1 – начальное положение тела (x1=R), x2 – конечное (x2=0), $F(x)=\gamma\dfrac{m\times M}{(x+R)^2}$, а x – это положение (высота) тела. Тогда

$$A1=\int\limits_{h1}^{0}\gamma\frac{m\times M}{(x+R)^2}dx=\gamma\times m\times M\left[-\frac{1}{R}+\frac{1}{(R+h1)}\right]=-\frac{\gamma\times m\times M\times h1}{R\times(R+h1)}.$$

Подставляем числа.

$$A1=-\frac{6.67\times10^{-11}Н\times м^2/кг^2\times2кг\times6\times10^{24}кг\times10^6м}{6{,}4\times10^6м\times(6{,}4\times10^6м+10^6м)}=-1{,}69\times10^7Дж=-16{,}9МДж.$$

Рассмотрим второй случай: h=∞.

$$A2=\int\limits_{\infty}^{0}\gamma\frac{m\times M}{(x+R)^2}dx=\gamma\times m\times M\left[-\frac{1}{R}+\frac{1}{(\infty)}\right]=-\frac{\gamma\times m\times M}{R}.$$

Подставляем числа.

$$A2=-\frac{6.67\times10^{-11}Н\times м^2/кг^2\times2кг\times6\times10^{24}кг}{6{,}4\times10^6м}=-1{,}25\times10^8Дж=-125МДж.$$

$h=\infty$ $m=30$кг $g=9.81$м/с² $R=6400$км	
$A=?$	

На тело действует сила всемирного тяготения со стороны Земли, равная $F=\gamma\frac{m\times M}{(h+R)^2}$, где $\gamma=6.67\times10^{-11}Н\times м^2/кг^2$ - гравитационная постоянная, M – масса Земли, R – это радиус Земли, h – расстояние от тела до поверхности Земли.

Рассмотрим второй случай: $h=\infty$.

Работа по определению равна $A=\int\limits_{x1}^{x2}F(x)dx$, где x1 – начальное положение тела (x1=R), x2 – конечное (x2=0), $F(x)=\gamma\frac{m\times M}{(x+R)^2}$, а x – это положение (высота) тела.

Тогда $A=\int\limits_{\infty}^{0}\gamma\frac{m\times M}{(x+R)^2}dx=\gamma\times m\times M\left[-\frac{1}{R}+\frac{1}{(\infty)}\right]=-\frac{\gamma\times m\times M}{R}$.

Нам известна напряженность поля на поверхности Земли $g=\gamma\times\frac{M}{R^2}$, поэтому

$A=-m\times g\times R=-30кг\times9{,}81м/с^2\times6400\times10^3м=-1{,}88\times10^9Дж$.

$V=5$ км/с
$h=?$

Начальная кинетическая энергия ракеты $Ek=\frac{m\times V^2}{2}$, где m – масса ракеты.

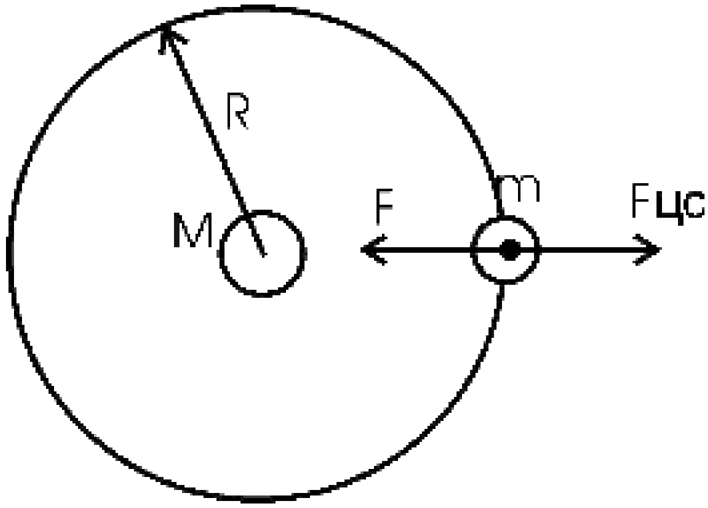
Конечная кинетическая энергия равна 0.

Разность потенциальных энергий между положением ракеты на поверхности Земли и на высоте h равна $Ep=m\times g\times h$.

Из закона сохранения энергии имеем: Ek=Ep. Поэтому $\frac{m\times V^2}{2}=m\times g\times h$,

откуда $h=\frac{V^2}{2\times g}=\frac{(5000\text{м}/\text{с})^2}{2\times 9{,}81\text{м}/\text{с}^2}=1{,}27\times 10^6\text{ м}=1270\text{км}.$

Rз=6400 км T = 90 мин g=9.81м/с²
r = ?



На всякое тело, движущееся по круговой орбите, действует центростремительная сила (если мы поместим начало координат на теле). Она равна $F_{цс} = \frac{m \times V^2}{R}$, где m – масса тела (спутника), R – радиус кривизны траектории. Помимо этой силы инерции на тело действует сила всемирного тяготения со стороны Земли, равная $F = \gamma \frac{m \times M}{R^2}$, где $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} Н \times м^2 / кг^2$ - гравитационная постоянная, М – масса Земли. Так как тело находится на высоте r, то R=Rз+r. Из третьего закона Ньютона получаем F=Fцс, откуда $\frac{m \times V^2}{Rз + r} = \gamma \frac{m \times M}{(Rз + r)^2}$. Поэтому скорость спутника равна $V = \sqrt{\gamma \frac{M}{Rз + r}}$. Если тело находится на поверхности Земли, то сила притяжения равна $F = m \times g = \gamma \frac{m \times M}{Rз^2}$, откуда $g = \gamma \frac{M}{Rз^2}$ - ускорение свободного падения. Поэтому $V = \sqrt{\frac{g \times Rз^2}{Rз + r}}$.

С другой стороны скорость спутника равна $V = \frac{2\pi \times (Rз + r)}{T}$, где $2\pi \times (Rз+r)$ – периметр орбиты, T – период обращения. Поэтому $\frac{2\pi \times (Rз + r)}{T} = \sqrt{\frac{g \times Rз^2}{Rз + r}}$, откуда $\sqrt{(Rз + r)^3} = \frac{T}{2\pi} \sqrt{g \times Rз^2}$. Или же $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times g \times Rз^2}{(2\pi)^2}} - Rз$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

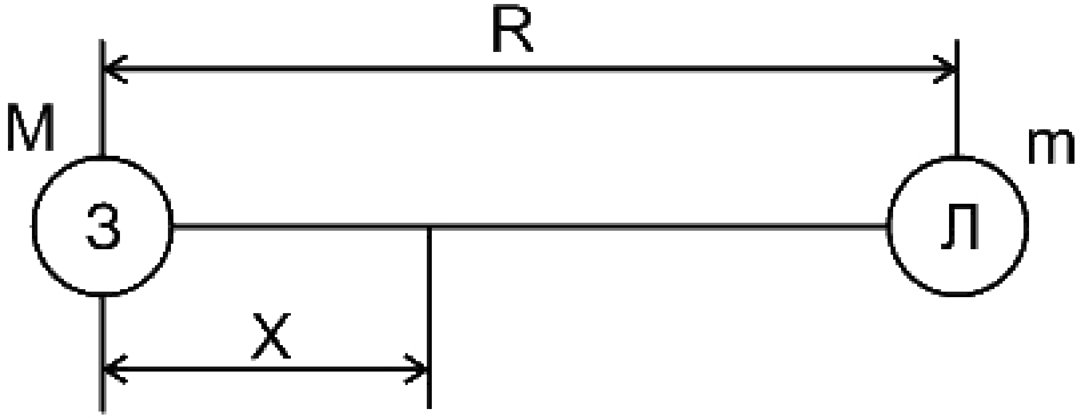
$$r = \sqrt[3]{\frac{(90 \times 60с)^2 \times 9.81м/с^2 \times (6{,}4 \times 10^6 м)^2}{(2 \times 3{,}14)^2}} - 6{,}4 \times 10^6 м =$$

$$= 2{,}73 \times 10^5 м = 273км.$$

$R=60\times R_з$

$\frac{M}{m}=81$

$x=?$

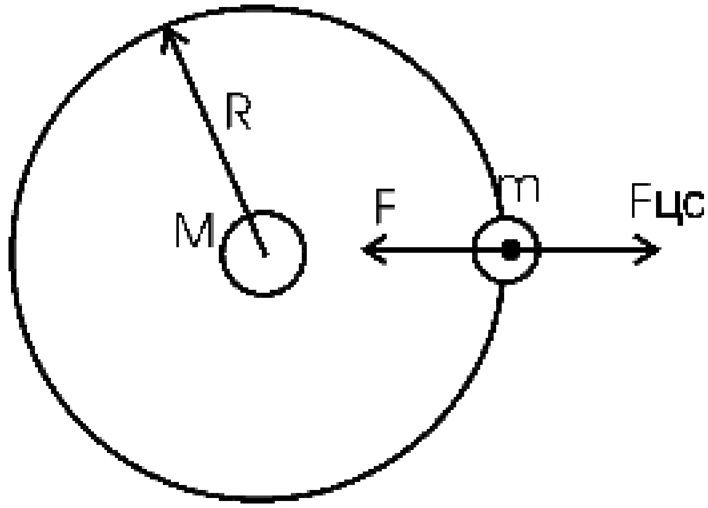


Сила всемирного тяготения действующая на тело массой m_0 на расстоянии x от Земли, равна $F=\gamma\frac{m_0\times M}{x^2}$, где $\gamma=6.67\times10^{-11}Н\times м^2/кг^2$ - гравитационная постоянная, М – масса Земли. Тогда напряженность гравитационного поля Земли в этой точке равна $g_З=\frac{F}{m_0}=\gamma\times\frac{M}{x^2}$.

Напряженность гравитационного поля Луны в этой точке равна $g_Л=\gamma\times\frac{m}{(R-x)^2}$, где m – масса Луны, R-x – расстояние от Луны до этой точки. Чтобы суммарное гравитационное поле Земли и Луны было равно нулю необходимо, чтобы они были равны по модулю $g_З=g_Л$. Поэтому $\gamma\times\frac{M}{x^2}=\gamma\times\frac{m}{(R-x)^2}$. Откуда $x=(R-x)\times\frac{M}{m}$ и поэтому искомое расстояние равно $x=\frac{R\times\frac{M}{m}}{1+\frac{M}{m}}$. Из условий задачи известно, что R=60×Rз, где Rз=6400км – радиус Земли. Тогда $x=\frac{60\times R_З\times\frac{M}{m}}{1+\frac{M}{m}}$.

Подставляем числа. $x=\frac{60\times6400км\times81}{1+81}\cong379300км$.

$R_з=6400$ км $g=9.81 м/с^2$ $r=520$ км	
$T=?$	



На всякое тело, движущееся по круговой орбите, действует центростремительная сила (если мы поместим начало координат на теле). Она равна $F_{цс} = \frac{m \times V^2}{R}$, где m – масса тела (спутника), R – радиус кривизны траектории. Помимо этой силы инерции на тело действует сила всемирного тяготения со стороны Земли, равная $F = \gamma \frac{m \times M}{R^2}$, где $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} Н \times м^2 / кг^2$ - гравитационная постоянная, M – масса Земли. Так как тело находится на высоте r, то R=Rз+r. Из третьего закона Ньютона получаем F=Fцс, откуда $\frac{m \times V^2}{R_з + r} = \gamma \frac{m \times M}{(R_з + r)^2}$. Поэтому скорость спутника равна $V = \sqrt{\gamma \frac{M}{R_з + r}}$. Если тело находится на поверхности Земли, то сила притяжения равна $F=m \times g=\gamma \frac{m \times M}{R_з^2}$, откуда $g = \gamma \frac{M}{R_з^2}$ - ускорение свободного падения. Поэтому $V = \sqrt{\frac{g \times R_з^2}{R_з + r}}$.

С другой стороны скорость спутника равна $V = \frac{2\pi \times (R_з + r)}{T}$, где $2\pi \times (R_з + r)$ – периметр орбиты, T – период обращения. Поэтому $\frac{2\pi \times (R_з + r)}{T} = \sqrt{\frac{g \times R_з^2}{R_з + r}}$, откуда период $T = \frac{2\pi \times \sqrt{(R_з + r)^3}}{\sqrt{g \times R_з^2}}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$T = \frac{2 \times 3.14 \times \sqrt{(6400 \times 10^3 м + 520 \times 10^3 м)^3}}{\sqrt{9{,}81 м/с^2 \times (6400 \times 10^3 м)^2}} = 5700 сек = 95 мин.$$

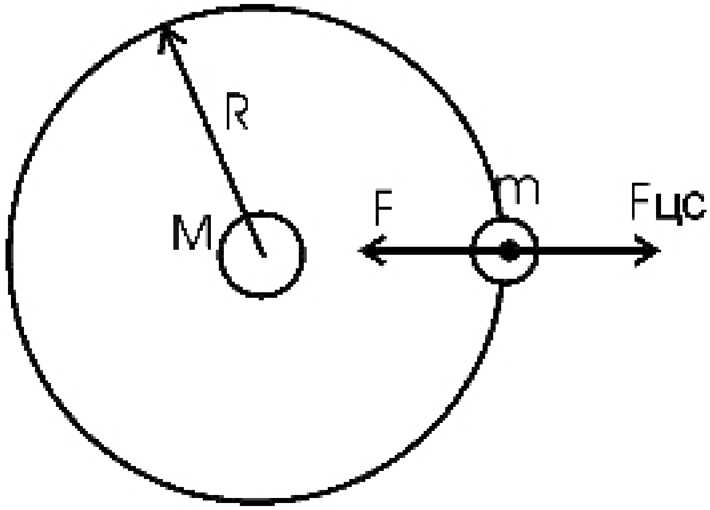
$R_з = 6400$ км

$g = 9.81 м/с^2$

$r = 1000$ км

$V = ?$

$\omega = ?$



На всякое тело, движущееся по круговой орбите, действует центростремительная сила (если мы поместим начало координат на теле). Она равна $F_{цс} = \frac{m \times V^2}{R}$, где m – масса тела (спутника), R – радиус кривизны траектории. Помимо этой силы инерции на тело действует сила всемирного тяготения со стороны Земли, равная $F = \gamma \frac{m \times M}{R^2}$, где $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} Н \times м^2 / кг^2$ - гравитационная постоянная, M – масса Земли. Так как тело находится на высоте r, то R=Rз+r. Из третьего закона Ньютона получаем F=Fцс, откуда $\frac{m \times V^2}{R_з + r} = \gamma \frac{m \times M}{(R_з + r)^2}$. Поэтому скорость спутника равна $V = \sqrt{\gamma \frac{M}{R_з + r}}$.

Если тело находится на поверхности Земли, то сила притяжения равна $F = m \times g = \gamma \frac{m \times M}{R_з^2}$, откуда $g = \gamma \frac{M}{R_з^2}$. Поэтому $V = \sqrt{\frac{g \times R_з^2}{R_з + r}}$.

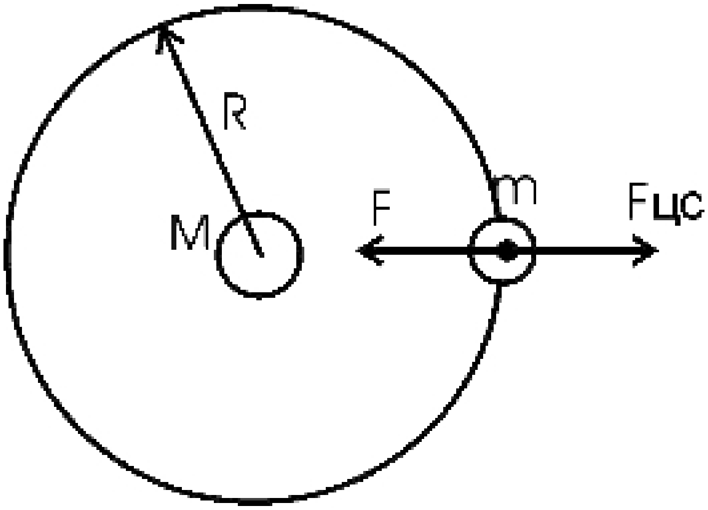
Подставляем числа. $V = \sqrt{\frac{9{,}81 м/с^2 \times (6400 \times 10^3 м)^2}{(6400 + 1000) \times 10^3 м}} = 7368 м/с \cong 7{,}37 км/с$.

Угловая скорость равна по определению $\omega = \frac{V}{R}$, а так как R=Rз+r, то

$$\omega = \sqrt{\frac{g \times R_з^2}{(R_з + r)^3}} = \sqrt{\frac{9{,}81 м/с^2 \times (6400 \times 10^3 м)^2}{((6400 + 1000) \times 10^3 м)^3}} = 9.96 \times 10^{-4} с \cong 10^{-3} с.$$

$R=3{,}84\times10^8$
$T = 1год/13$

$M = ?$



На всякое тело, движущееся по круговой орбите, действует центростремительная сила (если мы поместим начало координат на теле). Она равна $F_{цс} = \dfrac{m\times V^2}{R}$, где m – масса тела (Луны), R – радиус кривизны траектории. Помимо этой силы инерции на тело действует сила всемирного тяготения со стороны Земли, равная $F = \gamma\dfrac{m\times M}{R^2}$, где $\gamma = 6.67\times10^{-11} Н\times м^2/кг^2$ - гравитационная постоянная, M – масса Земли.

Из третьего закона Ньютона получаем F=Fцс, откуда $\dfrac{m\times V^2}{R} = \gamma\dfrac{m\times M}{R^2}$.

Поэтому скорость Луны равна $V = \sqrt{\gamma\dfrac{M}{R}}$.

С другой стороны скорость Луны равна $V = \dfrac{2\pi\times R}{T}$, где $2\pi\times R$ – периметр орбиты, T – период обращения. Поэтому $\dfrac{2\pi\times R}{T} = \sqrt{\gamma\dfrac{M}{R}}$, откуда масса Земли равна $M = \left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2\times\dfrac{R^3}{\gamma}$, где $T = \dfrac{1год}{13}$ - период обращения Луны (за 1 год 13 раз).

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$M = \left(\frac{2\times3.14}{(365\times24\times3600сек/13)}\right)^2\times\frac{(3{,}84\times10^8 м)^3}{6{,}67\times10^{-11} Н\times м^2/кг^2} = 8{,}62\times10^{24} кг.$$

$\frac{P_з}{P_л} = 6$

$\frac{R_з}{R_л} = 3{,}90$

$\frac{\rho_з}{\rho_л} = ?$

Сила всемирного тяготения действующая на тело массой m на расстоянии R от Земли, равна $F = \gamma \frac{m \times M_з}{R^2}$, где $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} Н \times м^2 / кг^2$ - гравитационная постоянная, Мз– масса Земли.

Вес тела на поверхности Земли равен $P_з = \gamma \frac{m \times M_з}{Rз^2}$.

Вес тела на поверхности Луны равен $P_л = \gamma \frac{m \times M_л}{Rл^2}$.

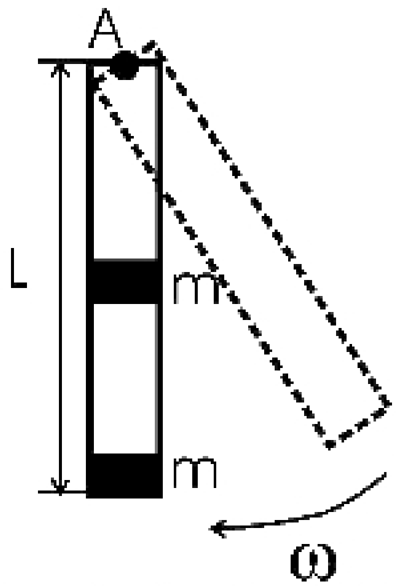
Поделим первое на второе и получим $\frac{P_з}{P_л} = \frac{\gamma}{\gamma} \times \frac{m \times M_з \times Rл^2}{m \times M_л \times Rз^2} = \frac{M_з \times Rл^2}{M_л \times Rз^2}$.

Откуда отношение масс равно $\frac{M_з}{M_л} = \frac{P_з}{P_л} \times \frac{Rз^2}{Rл^2}$.

Плотность земли равна $\rho_з = \frac{M_з}{V_з} = \frac{M_з}{\frac{4}{3}\pi \times Rз^3}$, где $V_з = \frac{4}{3}\pi \times Rз^3$ - обьем Земли. Плотность Луны равна $\rho_л = \frac{M_л}{V_л} = \frac{M_л}{\frac{4}{3}\pi \times Rл^3}$. Тогда отношение равно $\frac{\rho_з}{\rho_л} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times Rл^3 \times M_з}{\frac{4}{3}\pi \times Rз^3 \times M_л} = \frac{Rл^3 \times M_з}{Rз^3 \times M_л}$. Подставляем сюда $\frac{M_з}{M_л} = \frac{P_з}{P_л} \times \frac{Rз^2}{Rл^2}$ и получаем $\frac{\rho_з}{\rho_л} = \frac{Rл^3 \times Rз^2}{Rз^3 \times Rл^2} \times \frac{P_з}{P_л} = \frac{Rл}{Rз} \times \frac{P_з}{P_л}$.

Подставляем числа. $\frac{\rho_з}{\rho_л} = \frac{1}{3{,}9} \times 6 = 1{,}54$.

$L = 30$ см
$T = ?$ $L_0 = ?$



Известно, что период колебаний физического маятника (ф.м. - это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси) равно $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{M \times g \times R}}$, где J – момент инерции тела относительно точки подвеса, M – масса физического маятника, R – расстояние от точки подвеса до центра тяжести тела (в нашем случае $R = \dfrac{m \times \frac{L}{2} + m \times L}{2m} = \dfrac{3}{4} \times L$).

Для нашего случая нужно найти момент инерции двух грузов J=J1+J2 относительно точки подвеса A.

Момент инерции первого груза, находящегося на конце стержня, равен $J1 = m \times L^2$, а второго $J2 = m \times \left(\dfrac{L}{2}\right)^2 = \dfrac{m \times L^2}{4}$.

Поэтому $J = J1 + J2 = m \times L^2 + \dfrac{m \times L^2}{4} = \dfrac{5}{4} m \times L^2$.

Так как масса обоих грузов равна 2m, то масса физического маятника равна M=2m.

Тогда $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\frac{5}{4} m \times L^2}{2m \times g \times \frac{3}{4} L}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{5L}{6g}}$. Подставляем числа.

$$T = 2 \times 3.14\sqrt{\frac{5 \times 0.3\text{м}}{6 \times 9{,}81\text{м}/\text{с}^2}} = 1\text{с}.$$

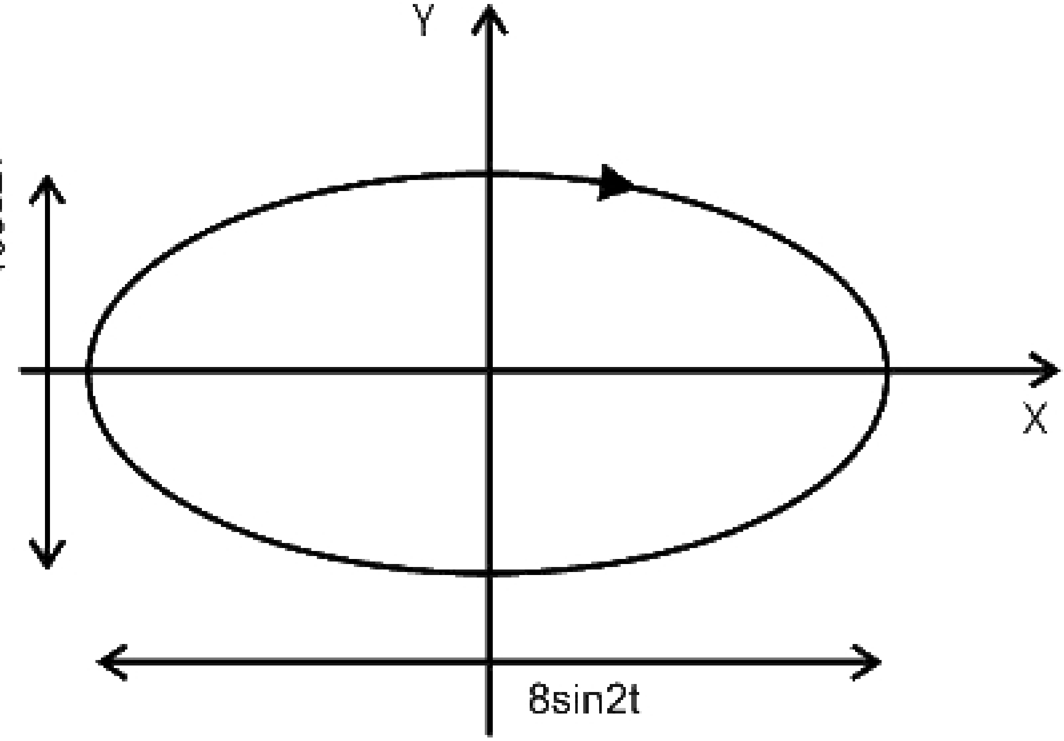
Приведенная длинна – это длина математического маятника, колеблющегося с тем же периодом. Его период равен $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L_0}{g}}$. Так как периоды равны, то $\sqrt{\dfrac{L_0}{g}} = \sqrt{\dfrac{J}{M \times g \times R}} = \sqrt{\dfrac{5L}{6g}}$, откуда приведенная длина равна

$$L_0 = \frac{5}{6} \times L = \frac{5}{6} \times 0.3\text{м} = 0{,}25\text{м}.$$

$x=8\sin 2t$ см

$y=4\cos 2t$ см

Траектория - ?



Видно, что $(x)^2+(2y)^2=(8\sin 2t)^2+(8\cos 2t)^2=64(\sin^2 2t+\cos^2 2t)=64$.

Уравнение $x^2+(2y)^2=64$ - это эллипс. По другому его записывают в

виде $\left(\frac{x}{8}\right)^2+\left(\frac{y}{4}\right)^2=1$. Из этого уравнения видно, что радиус эллипса вдоль x равен 8см, а вдоль y равен 4см. Итак, траектория – эллипс. Теперь найдем направление движения. В момент t=0 получаем:

x(t=0)=0см, а y(t=0)=4см. То есть точка находится на оси Y.

В момент t=π/2 получаем:

x(t= π/4)=8см, а y(t= π/4)=0см. То есть точка находится на оси X. Из этого делаем вывод, что точка движется от оси Y к оси X, то есть по часовой стрелке.

$A=5$см $\omega=2c^{-1}$ $Ep=0,1$ мДж $F=5$ мН $T=?$	

Уравнение гармонических колебаний $x = A\sin(\omega t)$, где x – смещение колеблющейся величины, A – амплитуда колебаний, ωt - фаза колебаний, ω - циклическая частота.

Скорость равна $V = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A \times \sin(\omega \times t))}{dt} = A\omega \times \cos(\omega \times t)$.

Максимальная скорость равна Vmax=A×ω. Поэтому полная энергия маятника равна $E = \frac{m \times V^2}{2} = \frac{m \times (A \times \omega)^2}{2}$.

Скорость в момент времени t=T равна $V = A\omega \times \cos(\omega \times T)$, тогда кинетическая энергия в этот момент времени равна $Ek = \frac{m \times V^2}{2} = \frac{m \times (A \times \omega \times \cos(\omega \times T))^2}{2} = \frac{m \times (A \times \omega)^2}{2} \times \cos^2(\omega \times T)$.

Согласно закону сохранения E=Ep+Ek потенциальная энергия равна Ep=E–Ek, поэтому

$$Ep = \frac{m \times (A \times \omega)^2}{2} - \frac{m \times (A \times \omega)^2}{2} \times \cos^2(\omega \times T) = \frac{m \times (A \times \omega)^2}{2} \times \sin^2(\omega \times T).$$

Ускорение точки, совершающей гармонические колебания $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t)$. В момент времени t=T ускорение будет равным $a(t = T) = -A \times \omega^2 \sin(\omega \times T)$. Тогда сила действующая на точку равна по второму закону Ньютона: $F = m \times a = -m \times A \times \omega^2 \sin(\omega \times T)$. Модуль возвращающей силы равен $F = m \times A \times \omega^2 \sin(\omega \times T)$.

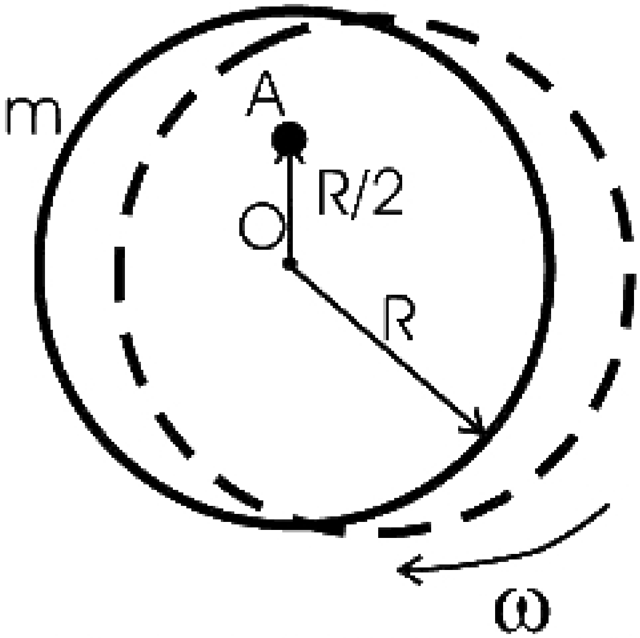
Поделим потенциальную энергию на силу и получим

$$\frac{Ep}{F} = \frac{\frac{m \times (A \times \omega)^2}{2} \times \sin^2(\omega \times T)}{m \times A \times \omega^2 \sin(\omega \times T)} = \frac{A \times \sin(\omega \times T)}{2}.$$

Откуда время равно $T = \frac{1}{\omega} \times \arcsin\left(\frac{2 \times Ep}{F \times A}\right)$. Подставляем числа.

$$T = \frac{1}{2рад/с} \times \arcsin\left(\frac{2 \times 0.1 \times 10^{-3}\,Дж}{5 \times 10^{-3}\,Н \times 0,05м}\right) = 0,46с.$$

$R = 20$ см
$\nu = ?$



Известно, что период колебаний физического маятника (ф.м. - это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси) равно $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgL}}$, где J – момент инерции тела относительно точки подвеса, m – масса физического маятника, L – расстояние от точки подвеса до центра тяжести тела (в нашем случае L=R).

Для нашего случая нужно найти момент инерции диска J относительно точки подвеса А. Для того чтобы вычислить J воспользуемся теоремой Штейнера: если ось вращения тела параллельна оси симметрии, но смещена от нее на расстояние x, то момент инерции J относительно параллельно смещенной оси выражается соотношением $J=J'+mx^2$, где J' – момент инерции тела относительно его оси симметрии. В нашем случае x=R/2, а $J'=\dfrac{1}{2}m\times R^2$ – момент инерции диска относительно его оси симметрии, поэтому $J = \dfrac{1}{2}mR^2 + mx^2 = m(0{,}5R^2 + (R/2)^2) = 0{,}75mR^2$.

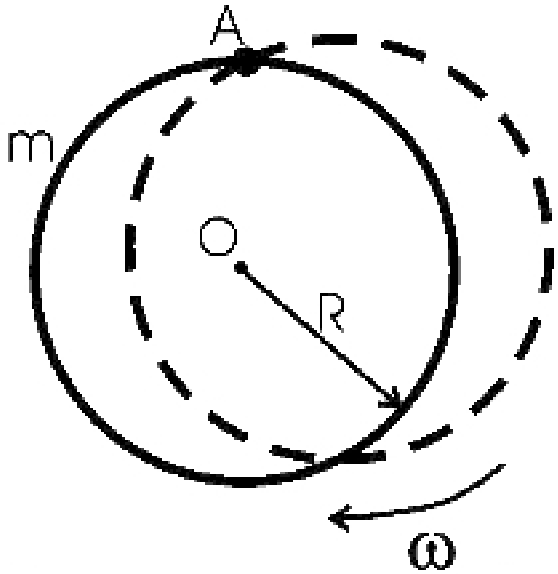
Тогда $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}75mR^2}{mgR}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}75\times R}{g}}$. Частота равна по определению $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{0.75\times R}}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\nu = \frac{1}{2\times 3.14}\sqrt{\frac{9.81 м/с^2}{0.75\times 0{,}2 м}} = 0.407 Гц.$$

$R = 40$ см

$T = ?$



Известно, что период колебаний физического маятника (ф. м. - это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси) равно $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgL}}$, где J – момент инерции тела относительно точки подвеса, m – масса физического маятника, L – расстояние от точки подвеса до центра тяжести тела (в нашем случае L=AO=R).

Для нашего случая нужно найти момент инерции диска J относительно точки подвеса А. Для того чтобы вычислить J воспользуемся теоремой Штейнера: если ось вращения тела параллельна оси симметрии, но смещена от нее на расстояние x, то момент инерции J относительно параллельно смещенной оси выражается соотношением $J=J'+mx^2$, где J' – момент инерции тела относительно его оси симметрии. В нашем случае x=R, а $J'=\frac{1}{2}m\times R^2$ – момент инерции диска относительно его оси симметрии, поэтому $J = \frac{1}{2}mR^2 + mx^2 = m(0{,}5R^2 + R^2) = 1{,}5mR^2$.

Тогда $T = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}5mR^2}{mgR}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}5\times R}{g}}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$T = 2\times 3.14\sqrt{\frac{1.5\times 0{,}4м}{9.81м/с^2}} = 4{,}9с$.

$\Delta r = 18$ см $V_{max} = 16$ см/с	Средняя скорость за один период равна $< V >= \frac{V_{max}}{2}$, так как в крайних точках скорость равна нулю, а в нижней – V_{max}.
$T = ?$	С другой стороны средняя скрость за период равна $< V >= \frac{\Delta r}{T}$. Поэтому $\frac{V_{max}}{2} = \frac{\Delta r}{T}$, откуда период равен $T = \frac{2 \times \Delta r}{V_{max}}$. Подставляем числа. $T = \frac{2 \times 18 см}{16 см/с} = 2{,}25 с$.

$x_0=4$ см $V_0=10$ см/с $T=2$ с	
$A=?$ $\varphi_0=?$	

Уравнение гармонических колебаний $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, где x – смещение колеблющейся величины, A – амплитуда колебаний, $\omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний, ω - циклическая частота, φ_0 – начальная фаза.

Скорость равна $V = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A\times\sin(\omega\times t + \varphi_0))}{dt} = A\omega\times\cos(\omega\times t + \varphi_0)$.

В начальный момент t=0 имеем $x_0 = A\sin(\varphi_0)$ и $V_0 = A\omega\times\cos(\varphi_0)$.

Поделим начальное смещение на скорость и получим $\frac{x_0}{V_0} = \frac{A\sin(\varphi_0)}{A\omega\times\cos(\varphi_0)} = \frac{tg(\varphi_0)}{\omega}$. Циклическая частота равна по определению $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T – период. Поэтому $tg(\varphi_0) = \frac{2\pi\times x_0}{T\times V_0}$.

Начальная фаза равна $\varphi_0 = arctg\left(\frac{2\pi\times x_0}{T\times V_0}\right)$. Подставляем числа.

$$\varphi_0 = arctg\left(\frac{2\times 3.14\times 4см}{2с\times 10см/с}\right) = 51.5°.$$

Теперь найдем амплитуду. Умножим $x_0 = A\sin(\varphi_0)$ на ω, возведем все в квадрат и сложим с $V_0 = A\omega\times\cos(\varphi_0)$, возведенным в квадрат. Получим следующее: $(x_0\times\omega)^2 + (V_0)^2 = (A\times\omega)^2\sin^2(\varphi_0) + (A\times\omega)^2\cos^2(\varphi_0)$.

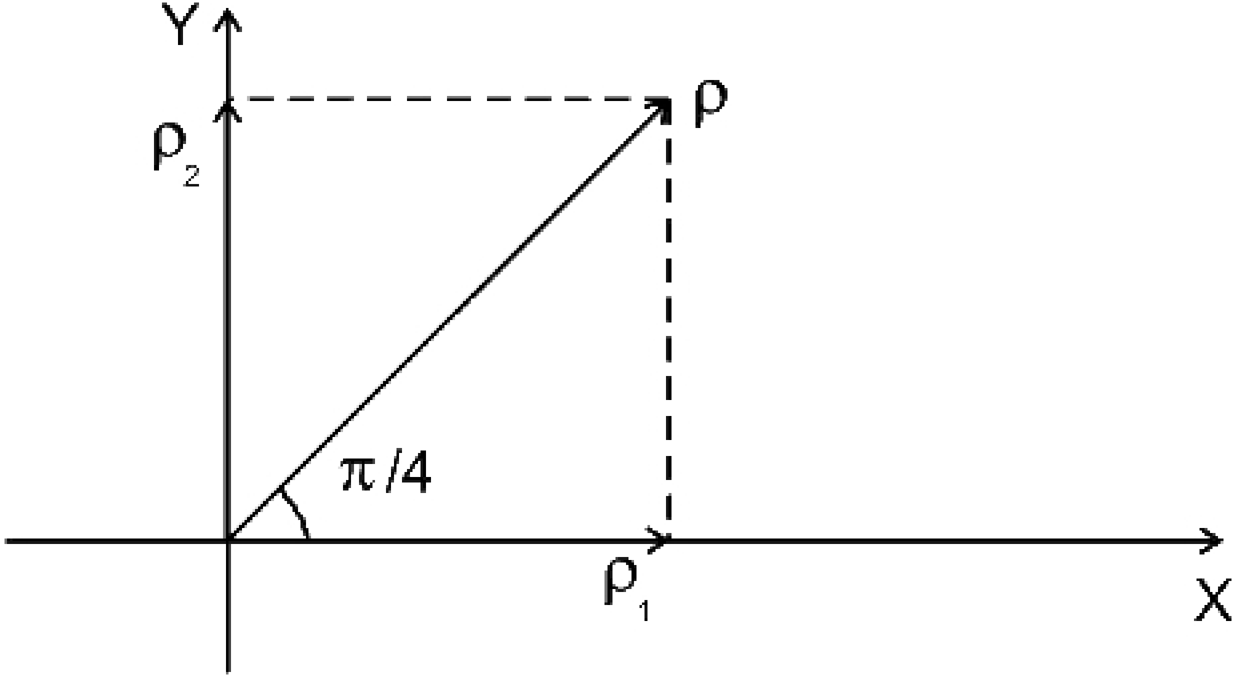
Так как $\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1$, то $(x_0\times\omega)^2 + (V_0)^2 = (A\times\omega)^2$.

Откуда амплитуда равна $A = \frac{\sqrt{(x_0\times\omega)^2 + (V_0)^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{\left(x_0\times\frac{2\pi}{T}\right)^2 + (V_0)^2}}{2\pi/T}$.

Подставляем числа. $A = \frac{\sqrt{\left(4см\times\frac{2\pi}{2с}\right)^2 + (10см/с)^2}}{2\pi/2с} = 5.11см$.

$x1=3\sin(\pi t)$

$x2=3\sin(\pi t+\pi/2)$

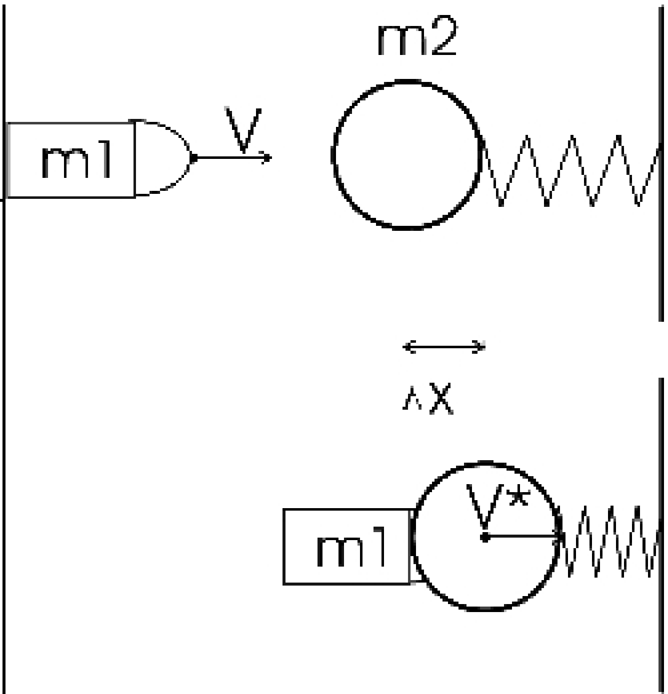


Уравнение результирующего колебания представится следующим выражением: $x = x1 + x2 = 3\times\sin(\pi\times t) + 3\times\sin(\pi\times t + \pi/2) =$
$= 6\times\sin(\pi\times t + \pi/4)\times\cos(\pi/4) = 3\sqrt{2}\times\sin(\omega\times t + \pi/4)$.

Синусоидальную величину, например $3\sin(\omega t + \pi/2)$, удобно изображать на плоскости в виде радиуса-вектора с полярными координатами $\rho=3$, $\varphi=\pi/2$. Сумма двух синусоидальных величин изображается суммой векторов (см. рис.). На рисунке ρ – это результирующий радиус-вектор.

$m1 = 10$ г
$m2=200$г
$k=500$Н/м
$V=300$м/с

A= ?



Используем закон сохранения импульса, учитывая, что после удара пуля вошла в шар и их масса стала m1+m2: $m1\times V=(m2+m1)\times V^*$. Откуда $V^* = \dfrac{m1\times V}{m1+m2}$.

Кинетическая энергия шара и пули после удара: $E^*k = \dfrac{(m2+m1)\times(V^*)^2}{2}$.

Подставляем эту скорость $V^* = \dfrac{m1\times V}{m1+m2}$ в кинетическую энергию:

$$E^*k = \frac{(m2+m1)\times(V^*)^2}{2} = \frac{(m2+m1)\times(m1)^2\times(V)^2}{2\times(m2+m1)^2} = \frac{(m1)^2\times V^2}{2\times(m2+m1)}.$$

Эта энергия идет на деформацию пружины. Энергия деформированной пружины: $W = \dfrac{1}{2}k(\Delta x)^2$. Вся кинетическая энергия переходит в потенциальную при $\Delta x=A/2$.

Тогда $\dfrac{1}{2}k\times\left(\dfrac{A}{2}\right)^2 = \dfrac{(m1)^2\times V^2}{2\times(m2+m1)}$. Откуда искомая величина

$$A = 4\times\sqrt{\frac{(m1)^2\times V^2}{k\times(m2+m1)}} = 4\times\sqrt{\frac{(0.01кг)^2\times(300м/с)^2}{500Н/м\times(0.2кг+0,01кг)}} = 1.17м.$$

Средняя скорость за четверть периода T/4 (замедление от максимальной скорости $V^* = \dfrac{m1\times V}{m1+m2}$, до нулевой) равна $<V>= \dfrac{m1\times V}{2\times(m1+m2)}$. За это время тело сместится на половину амплитуды и поэтому средняя скорость равна $<V>= \dfrac{A/2}{T/4} = 2\times\dfrac{A}{T}$. Откуда период равен $T = \dfrac{2\times A}{<V>}$. Подставляем сюда амплитуду и среднюю скорость:

$$T = \frac{2\times4\times\sqrt{\dfrac{(m1)^2\times V^2}{k\times(m2+m1)}}}{\dfrac{m1\times V}{2\times(m1+m2)}} = 16\times\sqrt{\frac{(m2+m1)}{k}}.$$

Подставляем числа.

$$T = 16\times\sqrt{\frac{(0.2кг+0,01кг)}{500Н/м}} = 0,33сек.$$

m=60 г
x_0=4 см
T=2 с
E=0,02 Дж

Уравнение гармонических колебаний $x = A\sin(\omega t+\varphi_0)$, где x – смещение колеблющейся величины, A – амплитуда колебаний, $\omega t+\varphi_0$ - фаза колебаний, ω - циклическая частота, φ_0 – начальная фаза.

Скорость равна $V = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A\times\sin(\omega\times t+\varphi_0))}{dt} = A\omega\times\cos(\omega\times t+\varphi_0)$.

В начальный момент t=0 имеем $x_0 = A\sin(\varphi_0)$ и $V_0 = A\omega\times\cos(\varphi_0)$. Тогда начальная энергия равна $E = \frac{m\times(V_0)^2}{2} = \frac{m\times(A\omega\times\cos(\varphi_0))^2}{2}$.

Отношение $\frac{(x_0\times\omega)^2}{E} = \frac{2\times(A\omega\times\sin(\varphi_0))^2}{m\times(A\omega\times\cos(\varphi_0))^2} = 2\times\frac{tg^2\varphi_0}{m}$.

Циклическая частота равна по определению $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T – период. Поэтому

$$tg(\varphi_0) = \sqrt{\frac{m\times\left(x_0\times\frac{2\pi}{T}\right)^2}{2\times E}}.$$

Начальная фаза равна $\varphi_0 = arctg\left(\sqrt{\frac{m}{2\times E}}\times\left(x_0\times\frac{2\pi}{T}\right)\right)$. Подставляем числа.

$$\varphi_0 = arctg\left(\sqrt{\frac{0.06кг}{2\times 0,02Дж}}\times\left(0,04м\times\frac{2\pi}{2c}\right)\right) = 8,7°.$$

Теперь найдем амплитуду. Умножим $x_0 = A\sin(\varphi_0)$ на $\sqrt{\frac{m\times\omega^2}{2}}$, возведем все в квадрат и сложим с $E = \frac{m\times(A\omega\times\cos(\varphi_0))^2}{2}$. Получим следующее:

$$\frac{m\times(\omega)^2\times(x_0)^2}{2} + E = \frac{m\times(A\times\omega)^2}{2}\sin^2(\varphi_0) + \frac{m\times(A\times\omega)^2}{2}\cos^2(\varphi_0).$$

Так как $\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1$, то $(x_0)^2 + \frac{2\times E}{m\times(\omega)^2} = A^2$.

Откуда амплитуда равна $A = \sqrt{(x_0)^2 + \frac{2\times E}{m\times\omega^2}} = \sqrt{(x_0)^2 + \frac{2\times E}{m\times(2\pi/T)^2}}$.

Подставляем числа. $A = \sqrt{(0.04м)^2 + \frac{2\times 0,02Дж}{0,06кг\times(2\pi/2c)^2}} = 0,26м$.

Поэтому уравнение гармонических колебаний $x = 0,26м\times\sin((2\pi/2сек)t + 8,7°)$.

Ускорение равно $a = \frac{dV}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t+\varphi_0)$. Тогда сила равна

$$F = ma = -mA\omega^2\sin(\omega t+\varphi_0) = -0.06кг\times 0.04м\times(2\pi/2c)^2\times\sin(\omega t+\varphi_0) =$$

$$= -0.06кг\times 0.04м\times(2\pi/2c)^2\times\sin(\omega t+\varphi_0) = -0.024Н\times\sin(\omega t+8.7°).$$

Дано	Решение
O_2 $m = 0{,}5$ кг $M = 0.032$ кг/моль $\nu = ?$ $N = ?$	Количество молей в массе вещества m равно $\nu = \frac{m}{M}$, где M – молярная масса вещества. Поэтому $\nu = \frac{0.5\text{кг}}{0{,}032\text{кг / моль}} = 15{,}63\text{моль}$. Число молекул в ν количестве молей равно $N = N_A \times \nu$, где $N_A = 6.023 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда $N = N_A \times \nu = 6.023 \times 10^{23}\text{моль}^{-1} \times 15{,}63\text{моля} = 9{,}4 \times 10^{24}\text{молекул}$.

Дано	Решение
Hg 1) ν=0,2 моль 2) m=1 г $M = 0.2006$ кг/моль — $N1 = ?$ $N2 = ?$	1) Число атомов в ν количестве молей равно $N=N_A\times\nu$, где $N_A=6.023\times10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда $N1 = N_A \times \nu = 6.023\times10^{23}$ моль$^{-1} \times 0{,}2$ моля $= 1.2\times10^{23}$ атомов. 2) Количество молей в массе вещества m равно $\nu = \frac{m}{M}$, где M – молярная масса вещества. Число молекул в ν количестве молей равно $N=N_A\times\nu$, где N_A = 6.023×10^{23} моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда $N2 = N_A \times \nu = N_A \times \frac{m}{M} = 6.023\times10^{23}$ моль$^{-1} \times \frac{0{,}001 \text{кг}}{0{,}2006 \text{кг / моль}} =$ $= 3\times10^{21}$ атомов.

Дано	Решение
H_2O $M = 0.018$ кг/моль $t=4°C$ $V = 1$ см^3 $\nu = ?$ $N = ?$	Количество молей в массе вещества m равно $\nu = \frac{m}{M}$, где M – молярная масса вещества. Масса воды равна $m=\rho\times V$, где $\rho=1000$кг/м^3 – плотность воды, V – обьем. Тогда $\nu = \frac{\rho\times V}{M}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\nu = \frac{1000\text{кг} / \text{м}^3 \times 10^{-6}\,\text{м}^3}{0{,}018\text{кг} / \text{моль}} = 0{,}056\text{моль}.$$

Число молекул в ν количестве молей равно $N=N_A\times\nu$, где $N_A=6.023\times10^{23}$моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда

$$N = N_A \times \nu = 6.023\times10^{23}\,\text{моль}^{-1}\times 0{,}056\text{моля} = 3{,}4\times10^{22}\,\text{молекул}.$$

NaCl	
$M = ?$ $m_м = ?$	Одна “молекула” соли состоит из одного атома Na и одного атома Cl. Молярная масса натрия M(Na)=23г/моль, а хлора M(Cl)=35.5г/моль. Тогда молярная масса молекулы M=M(Na)+M(Cl)=(23+35.5)г/моль=58,5 г/моль. То есть один моль соли весит m=58.8г. Число молекул в 1 моле вещества равно $N = 1 моль \times N_A$, где $N_A = 6.023\times10^{23} моль^{-1}$ – число Авогадро. Тогда масса одной молекулы $m_м = \frac{m}{N} = \frac{m}{N_A} = \frac{58.8 г}{1 моль \times 6{,}023\times10^{23} моль^{-1}} = 9{,}8\times10^{-23} г \cong 10^{-27} кг$.

CO_2	Одна молекула CO_2 состоит из одного атома C и двух атомов O. Молярная масса углерода M(C)=12г/моль, а кислорода M(O)=16г/моль. Тогда молярная масса молекулы
$m_м = ?$	

$M=M(C)+2\times M(O)=(12+32)$г/моль=44 г/моль.

То есть один моль CO_2 весит m=44г.

Число молекул в 1 моле вещества равно $N=1\text{моль}\times N_A$, где

$N_A = 6.023\times10^{23}\text{моль}^{-1}$ – число Авогадро. Тогда масса одной молекулы

$$m_м = \frac{m}{N} = \frac{m}{N_A} = \frac{44\text{г}}{1\text{моль}\times 6{,}023\times 10^{23}\,\text{моль}^{-1}} = 7{,}3\times10^{-23}\text{г} = 7.3\times10^{-26}\text{кг}.$$

$V = 2л$ $\nu = 0{,}2$ моля $n = ?$	Число атомов в ν количестве молей равно $N = N_A \times \nu$, где $N_A = 6.023 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда концентрация равна

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \times \nu}{V} = \frac{6.023 \times 10^{23}\,\text{моль}^{-1} \times 0{,}2\,\text{моля}}{2 \times 10^{-3}\,\text{м}^3} = 6{,}02310^{25}\,\text{м}^{-3}.$$

$V = 3л$ $n = 2\times10^{18}$ м$^{-3}$ $\nu = ?$	Число атомов в ν количестве молей равно $N = N_A \times \nu$, где $N_A = 6.023\times10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда концентрация равна

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \times \nu}{V}.$$

Откуда искомая величина

$$\nu = \frac{n \times V}{N_A} = \frac{2\times10^{18}\,\text{м}^{-3} \times 3\times10^{-3}\,\text{м}^3}{6{,}023\times10^{23}\,\text{моль}^{-1}} \cong 10^{-8}\,\text{моль}.$$

O_2 $V = 3л$ $m = 10г$ $M = 0{,}032 кг/моль$	Число атомов в v количестве молей равно $N = N_A \times v$, где $N_A = 6.023 \times 10^{23} моль^{-1}$ – число Авогадро.
$n = ?$	

По определению $\nu = \dfrac{m}{M}$, где m – масса газа, M – молярная масса.

Тогда концентрация равна

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \times \nu}{V} = \frac{N_A \times m}{V \times M}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему

СИ). $n = \dfrac{6.023 \times 10^{23} моль^{-1} \times 0.01 кг}{3 \times 10^{-3} м^3 \times 0{,}032 кг/моль} = 6{,}27 \times 10^{25} м^{-3}$.

Дано:	Решение:
1) H_2O 2) CO_2 3) $NaCl$ $Mr=?$	1) Одна молекула H_2O состоит из одного атома O и двух атомов H. Молярная масса кислорода $M(O)=16$г/моль, а водорода $M(H)=1$г/моль. Тогда молярная масса молекулы $M=M(O)+2\times M(H)=(16+2)$г/моль$=18$ г/моль. Поэтому относительная молекулярная масса равна $Mr=18$. 2) Одна молекула CO_2 состоит из одного атома C и двух атомов O. Молярная масса углерода $M(C)=12$г/моль, а кислорода $M(O)=16$г/моль. Тогда молярная масса молекулы $M=M(C)+2\times M(O)=(12+32)$г/моль$=44$ г/моль. Поэтому относительная молекулярная масса равна $Mr=44$. 3) Одна “молекула” соли состоит из одного атома Na и одного атома Cl. Молярная масса натрия $M(Na)=23$г/моль, а хлора $M(Cl)=35.5$г/моль. Тогда молярная масса молекулы $M=M(Na)+M(Cl)=(23+35.5)$г/моль$=58,5$ г/моль. Поэтому относительная молекулярная масса равна $Mr=58.5$.

Дано	Решение
N_2 $m = 0{,}2$ кг $M = 0.028$ кг/моль	Количество молей в массе вещества m равно $\nu = \dfrac{m}{M}$, где M – молярная масса вещества. Поэтому $\nu = \dfrac{0.2\text{кг}}{0{,}028\text{кг / моль}} = 7{,}14\text{моль}$.
$\nu = ?$ $N = ?$	Число молекул в ν количестве молей равно $N = N_A \times \nu$, где $N_A = 6.023 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Тогда $N = N_A \times \nu = 6.023 \times 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \times 7{,}14\text{моля} = 4{,}3 \times 10^{24}\ \text{молекул}$.

воздух $T1=T2=300K$ $T=const$ $P1=1.01\times10^5$Па (нормальные условия) $L1=1,6$м $S=200$см^2 $L2=10$см $F=?$	Так как поршень вдвигают медленно, то процесс является изотермическим. Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV=\frac{m}{M}RT$ где P давление, M– молярная масса (для кислорода M=0.028кг/моль), V – объем цилиндра, T – температура газа, R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому $P1\times V1=\frac{m}{M}R\times T1$ и $P2\times V2=\frac{m}{M}R\times T2$. Так как температуры равны T2=T1=300K, то поделив первое уравнение на второе получим $\frac{P1\times V1}{P2\times V2}=\frac{T1}{T2}=1$. Откуда находим давление газа после сжатия $P2=\frac{P1\times V1}{V2}$. Так как цилиндр имеет длину L1, то начальный объем равен V1=S×L1. Конечный объем равен V2=S×L2. Поэтому $P2=\frac{P1\times S\times L1}{S\times L2}=\frac{P1\times L1}{L2}$. Сила действующая на поршень равна давлению умноженному на площадь поршня: $F=P2\times S=\frac{P1\times L1\times S}{L2}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $F=\frac{1.01\times10^5\text{Па}\times1{,}6\text{м}\times200\times10^{-4}\text{м}^2}{0{,}1\text{м}}=3{,}2\times10^4\text{Н}=32\text{кН}$.

$T1 = 400$ K $P2/P1 = 1.5$	
$T2 = ?$	

Так как баллон несжимаемый, то V1=V2 и процесс изохорный.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$ где P давление, m – масса газа, M – молярная масса газа, V – объем газа (баллона), T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

Поэтому $P1 \times V1 = \frac{m}{M}R \times T1$ и $P2 \times V2 = \frac{m}{M}R \times T2$. Поделим первое на второе

и получим $\frac{P1 \times V1}{P2 \times V2} = \frac{T1}{T2}$, так как V1=V2, то $\frac{P1}{P2} = \frac{T1}{T2}$, откуда искомая

температура равна $T2 = \frac{P2}{P1}T1 = 1.5 \times 400K = 600K$.

N_2 (M=0.028кг/моль) $V1 = V2 = V = 20$ л $\Delta P = 200$ кПа $T1 = T2 = T = 400$ К	
$\Delta m = ?$	

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – обьем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

В первом случае $P1 \times V = \frac{m1}{M} R \times T1$, откуда $m1 = \frac{P1 \times V \times M}{R \times T1}$.

Во втором случае $P2 \times V = \frac{m2}{M} R \times T2$, откуда $m2 = \frac{P2 \times V \times M}{R \times T2}$.

Тогда искомая разница $\Delta m = m1 - m2 = \frac{P1 \times V \times M}{R \times T1} - \frac{P2 \times V \times M}{R \times T2}$. Так как температуры равны, то $\Delta m = \frac{(P1 - P2) \times V \times M}{R \times T} = \frac{\Delta P \times V \times M}{R \times T}$.

Подставляем числа

$$\Delta m = \frac{200 \times 10^3 \text{ Па} \times 20 \times 10^{-3} \text{ м}^3 \times 0{,}028 \text{кг / моль}}{8{,}31 \text{Дж /(моль К)} \times 400 \text{К}} = 0.034 \text{кг} = 34 \text{г}.$$

Ar (M=0.040кг/моль) V1 = V2 =V= 15 л P1 = 600 кПа P2 = 400 кПа T1 = 300 К T2 = 260 К	
Δm = ?	

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

В первом случае $P1 \times V = \frac{m1}{M}R \times T1$, откуда $m1 = \frac{P1 \times V \times M}{R \times T1}$.

Во втором случае $P2 \times V = \frac{m2}{M}R \times T2$, откуда $m2 = \frac{P2 \times V \times M}{R \times T2}$.

Тогда искомая разница $\Delta m = m1 - m2 = \frac{P1 \times V \times M}{R \times T1} - \frac{P2 \times V \times M}{R \times T2}$. Упрощаем

$$\Delta m = \left(\frac{P1}{T1} - \frac{P2}{T2}\right) \times \frac{V \times M}{R}$$ Подставляем числа

$$\Delta m = \left(\frac{600 \times 10^3 Па}{300К} - \frac{400 \times 10^3 Па}{260К}\right) \times \frac{15 \times 10^{-3} м^3 \times 0,04кг / моль}{8,31Дж/(мольК)} = 0.033кг = 33г.$$

O_2 ($M=0.032$кг/моль) $V1 = V2$ $V=2\times V1$ $P1 = 2$ МПа $P2 = 2{,}5$ МПа $T1 = 800$ К $T2 = 200$ К	
$P = ?$	

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

В первом случае $P1\times V = \frac{m1}{M}R\times T1$, откуда $m1 = \frac{P1\times V1\times M}{R\times T1}$.

Во втором случае $P2\times V = \frac{m2}{M}R\times T2$, откуда $m2 = \frac{P2\times V2\times M}{R\times T2}$.

Тогда суммарная масса газа после объединения газов равна

$m=m1+m2=\frac{P1\times V1\times M}{R\times T1}+\frac{P2\times V2\times M}{R\times T2}$. А так как V1=V2, то

$$m = \left(\frac{P1}{T1}+\frac{P2}{T2}\right)\times\frac{V1\times M}{R}.$$

Из уравнения Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$ находим искомое давление $P = \frac{m}{M}\times\frac{RT}{V} = \left(\frac{P1}{T1}+\frac{P2}{T2}\right)\times\frac{V1\times M\times RT}{R\times M\times V} = \left(\frac{P1}{T1}+\frac{P2}{T2}\right)\times\frac{V1\times T}{2\times V1} =$

$$=\left(\frac{P1}{T1}+\frac{P2}{T2}\right)\times\frac{T}{2}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $P = \left(\frac{2\times10^6\,Па}{800К}+\frac{2{,}5\times10^6\,Па}{200К}\right)\times\frac{200К}{2} = 1{,}5\times10^6\,Па = 1.5МПа$.

$T = 400K$ $P = 2$ МПа $M = 0.028$кг/моль (азот N_2) — $\rho = ?$	Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к азоту $PV = \frac{m}{M}RT$, P –давление азота, V – объем сосуда, T – температура газа, $R = 8.31$Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Откуда $\frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$. Нам известно, что плотность $\rho = \frac{m}{V}$, поэтому $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\rho = \frac{2 \times 10^6 \text{Па} \times 0{,}028\text{кг / моль}}{8{,}31\text{Дж /(моль} \times \text{К)} \times 400\text{К}} = 16.8\text{кг / м}^3$.

$T = 154K$ $P = 2{,}8МПа$ $\rho = 6{,}1\ кг/м^3$	
$Mr = ?$	

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV = \frac{m}{M}RT$, P –давление газа, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Откуда $\frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Нам известно, что плотность $\rho = \frac{m}{V}$, поэтому $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Откуда искомая величина $M = \frac{\rho \times RT}{P}$

Подставляем числа.

$$M = \frac{6.1кг/м^3 \times 8{,}31Дж/(моль \times К) \times 154К}{2.8 \times 10^6 Па} = 0{,}0028кг/моль = 2{,}8г/моль.$$

Поэтому относительная молекулярная масса равна Mr=2.8.

$T = 400K$

$P = 2$ МПа

$M = 0.028$кг/моль

(азот N_2)

$\rho = ?$

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к азоту $PV = \frac{m}{M}RT$, P –давление азота, V – объем сосуда, T – температура газа, $R = 8.31$Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

Откуда $\frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Нам известно, что плотность $\rho = \frac{m}{V}$, поэтому $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\rho = \frac{2\times10^6 \text{Па} \times 0{,}028\text{кг / моль}}{8{,}31\text{Дж /(моль} \times \text{К)} \times 400\text{К}} = 16.8\text{кг / м}^3$.

O_2

(M=0.032кг/моль)

$V1 = V2 = V = 40$ л

$\Delta P = 100$ кПа

$T1 = 300$ К

$T2 = 300$ К

$\Delta m = ?$

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – обьем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

В первом случае $P1 \times V = \frac{m1}{M} R \times T1$, откуда $m1 = \frac{P1 \times V \times M}{R \times T1}$.

Во втором случае $P2 \times V = \frac{m2}{M} R \times T2$, откуда $m2 = \frac{P2 \times V \times M}{R \times T2}$.

Тогда искомая разница $\Delta m = m1 - m2 = \frac{P1 \times V \times M}{R \times T1} - \frac{P2 \times V \times M}{R \times T2}$. Так как температуры равны, то $\Delta m = \frac{(P1 - P2) \times V \times M}{R \times T1} = \frac{\Delta P \times V \times M}{R \times T1}$.

Подставляем числа

$$\Delta m = \frac{100 \times 10^3 \text{Па} \times 40 \times 10^{-3} \text{м}^3 \times 0{,}032\text{кг} / \text{моль}}{8{,}31\text{Дж} /(\text{мольК}) \times 300\text{К}} = 0.051\text{кг} = 51\text{г}.$$

$T = 250K$

$P = 2.5$ кПа

$M = 0.018$кг/моль

(пар воды H_2O)

$\rho = ?$

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к пару $PV = \frac{m}{M}RT$, P –давление пара, V – обьем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Откуда $\frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Нам известно, что плотность $\rho = \frac{m}{V}$, поэтому $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\rho = \frac{2.5 \times 10^3 \text{ Па} \times 0{,}018 \text{кг / моль}}{8{,}31 \text{Дж /(моль} \times \text{К)} \times 250\text{К}} = 0.022 \text{кг / м}^3$.

H_2

$T = 300$ K

$\nu = 0{,}5$ моль

$\langle \varepsilon_{кин} \rangle = ?$

$U = ?$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{i}{2}kT$, где $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны). Подставляем числа.

$$\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \text{Дж} / \text{К} \times 300\text{К} = 6{,}21 \times 10^{-21} \text{Дж}.$$

По определению внутренняя энергия газа равна $U = \nu \times C_V \times T$, где Cv – молярная изохорная теплоемкость азота. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы (для водорода 3 поступательные и 2 вращательные i=5). Поэтому

$$U = \nu \times \frac{5 \times R}{2} \times T = 0.5\text{моль} \times \frac{5 \times 8{,}31\text{Дж} / \text{Кмоль}}{2} \times 300\text{К} = 1{,}56\text{кДж}.$$

$P = 540$ кПа $V = 3$ л	Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle\varepsilon_{кин}\rangle = \frac{i}{2}kT$, где $k=1.38\times10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны).
$E_К = ?$	

Общее количество молекул в ν молей вещества равно $N=N_A\times\nu$, где $N_A=6.023\times10^{23}$моль$^{-1}$ – число Авогадро. Поэтому суммарная кинетическая энергия равна $E_k = N\times\langle\varepsilon_{кин}\rangle = N_A\times\nu\times\frac{i}{2}kT = \nu\times\frac{i}{2}RT$, где R=8.31Дж/(К×моль) – газовая постоянная.

Нужно найти величину $\nu\times R\times T$.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV = \nu\times R\times T$, где P – давление, V – объем сосуда, T – температура газа, ν – количество молей газа. Поэтому

$$E_k = \nu\times\frac{i}{2}RT = \frac{i}{2}\times P\times V = \frac{3}{2}\times540\times10^{3}\text{Па}\times3\times10^{-3}\text{м}^{3} = 2430\text{Дж} = 2{,}43\text{кДж}.$$

$\nu = 1{,}5$ моль $T = 120$ К	
$E_к = ?$	

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{i}{2} kT$, где $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны).

Общее количество молекул в ν молей вещества равно $N = N_A \times \nu$, где $N_A = 6.023 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Поэтому суммарная кинетическая энергия равна $E_k = N \times \langle \varepsilon_{кин} \rangle = N_A \times \nu \times \frac{i}{2} kT = \nu \times \frac{i}{2} RT$, где R=8.31Дж/(К×моль) – газовая постоянная.

Поэтому

$$E_k = \nu \times \frac{i}{2} RT = 1.5 \text{моль} \times \frac{3}{2} \times 8{,}31 \text{Дж} / \text{Кмоль} \times 120 \text{К} = 2240 \text{Дж} = 2{,}24 \text{кДж}.$$

Дано	Решение
двухатомный газ U_m=6,02кДж/моль $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = ?$	Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT$, где $k=1.38\times10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана, $i_{вр}$ – поступательные степени свободы молекулы ($i_{вр}$=2 в нашем случае т.к. молекула двухатомная). Поэтому $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT = \frac{2}{2}kT = kT$. Нужно найти температуру T. По определению молярная внутренняя энергия газа равна $U_m = C_V \times T$, где Cv – молярная изохорная теплоемкость азота. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы (для двухатомного газа 3 поступательные и 2 вращательные i=5). Поэтому $U_m = \frac{5 \times R}{2} \times T$. Откуда температура $T = \frac{2 \times U_m}{5 \times R}$. Подставляем $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = kT = \frac{2 \times k \times U_m}{5 \times R} = \frac{2 \times U_m}{5 \times N_A}$, где N_A=k/R=6.02×10^{23}моль$^{-1}$ – число Авогадро. Поэтому $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{2 \times 6{,}02 \times 10^3 \text{ Дж / моль}}{5 \times 6{,}02 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 4 \times 10^{-21}$ Дж.

пар $T = 500$ К	
$\langle \varepsilon_{кин} \rangle = ?$	Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{i}{2} kT$, где $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны). Подставляем числа. $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23}$ Дж / К $\times 500$К $= 1{,}03 \times 10^{-20}$ Дж.

$P = 200$ кПа $V = 2$ л $m = 0{,}3$ г	
$V_{кв} = ?$	

По определению среднеквадратичная скорость $V_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

Откуда $\frac{RT}{M} = \frac{PV}{m}$. Подставляем в $V_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{m}}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V_{кв} = \sqrt{\frac{3 \times 200 \times 10^{3}\,\text{Па} \times 2 \times 10^{-3}\,\text{м}^{3}}{0{,}3 \times 10^{-3}\,\text{кг}}} = 2000\,\text{м/с}.$$

H_2 $\nu = 0{,}5$ моль $T=300K$ --- $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = ?$ $E_k = ?$	Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT$, где $k=1.38\times10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана, $i_{вр}$ – поступательные степени свободы молекулы ($i_{вр}=2$ в нашем случае т.к. молекула двухатомная). Поэтому $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT = \frac{2}{2}kT = kT$. Подставляем числа. $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 1.38\times10^{-23}$ Дж / моль $\times 300K = 4{,}1\times10^{-21}$ Дж. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{i}{2}kT$, где $k=1.38\times10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы ($i=3$ в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны). Общее количество молекул в ν молей вещества равно $N=N_A\times\nu$, где $N_A=6.023\times10^{23}$моль$^{-1}$ – число Авогадро. Поэтому суммарная кинетическая энергия равна $E_k = N\times\langle \varepsilon_{кин} \rangle = N_A \times \nu \times \frac{i}{2}kT = \nu \times \frac{i}{2}RT$, где $R=8.31$Дж/(К×моль) – газовая постоянная. Поэтому $E_k = \nu \times \frac{i}{2}RT = 0.5\text{моль} \times \frac{3}{2} \times 8{,}31\text{Дж / Кмоль} \times 300K = 1870\text{Дж} = 1{,}87\text{кДж}$.

$\langle \varepsilon_{кин} \rangle = 4.14 \times 10^{-21}$ Дж
$T = ?$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{i}{2} kT$, где $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны). Откуда $T = \frac{2 \times \langle \varepsilon_{кин} \rangle}{i \times k} = \frac{2 \times \langle \varepsilon_{кин} \rangle}{3 \times k}$.

Подставляем числа. $T = \frac{2 \times 4.14 \times 10^{-21} \text{ Дж}}{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж / К}} = 213\text{К}$.

$m = 6\times10^{-10}$г M=0.028кг/моль T=400 К	
$V_{кв}$ =? $<\varepsilon_{кин}>$ =?	

По определению среднеквадратичная скорость $V_{кв} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$,

$k=1.38\times10^{-23}$Дж/К –постоянная Больцмана, m – масса молекулы (пылинки). Поэтому скорость пылинки

$$V_{кв} = \sqrt{\frac{3\times1.38\times10^{-23}\,Дж/К\times400К}{6\times10^{-13}кг}} = 1{,}6\times10^{-4}\,м/с = 0{,}16мм/с.$$

С другой стороны среднеквадратичная скорость $V_{кв} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$, R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, M – молярная масса газа. Поэтому скорость молекул азота

$$V_{кв} = \sqrt{\frac{3\times8.31Дж/Кмоль\times400К}{0{,}028кг/моль}} = 597м/с.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle\varepsilon_{кин}\rangle = \dfrac{i}{2}kT$, где $k=1.38\times10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны). Поэтому $\langle\varepsilon_{кин}\rangle = \dfrac{3kT}{2}$.

Средняя энергия поступательного движения пылинки равна $\langle\varepsilon_{кин}\rangle = \dfrac{m\times(V_{кв})^2}{2} = \dfrac{m\times3kT}{2\times m} = \dfrac{3kT}{2}$. Видно, что средние кинетические энергии пылинки и молекул азота равны друг другу.

Подставляем числа.

$$\langle\varepsilon_{кин}\rangle = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}Дж/К\times400К = 8{,}28\times10^{-21}Дж.$$

N_2 $T=1000K$	
$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = ?$ $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = ?$ $\langle \varepsilon \rangle = ?$	

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{i}{2}kT$, где $k=1.38\times10^{-23}$Дж/К – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы (i=3 в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны). Подставляем числа.

$$\langle \varepsilon_{кин} \rangle = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\,Дж\,/\,К\times1000К = 2{,}06\times10^{-20}\,Дж.$$

Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT$, где $i_{вр}$ – поступательные степени свободы молекулы ($i_{вр}=2$ в нашем случае т.к. молекула двухатомная). Поэтому $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT = \frac{2}{2}kT = kT$. Подставляем числа.

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 1.38\times10^{-23}\,Дж\,/\,моль\times1000К = 1{,}38\times10^{-20}\,Дж.$$

Полная энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_{кин} \rangle + \langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{3}{2}kT + kT = \frac{5}{2}kT$.

Подставляем числа.

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{5}{2}\times1.38\times10^{-23}\,Дж\,/\,моль\times1000К = 3{,}45\times10^{-20}\,Дж.$$

$c_p - c_v = 260$ Дж/(кг× К)	По определению молярные теплоемкости $Cp = c_p \times M$ и $Cv = c_v \times M$. С другой стороны Cp–Cv=R, где R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому $Cp - Cv = (c_p - c_v) \times M = R$.
$M = ?$ $c_p = ?$ $c_v = ?$	

Откуда искомое

$$M = \frac{R}{c_p - c_v} = \frac{8.31 \text{Дж}/(\text{мольК})}{260 \text{Дж}/\text{кгК}} = 32 \times 10^{-3} \text{кг}/\text{моль} =$$

$= 32 \text{г}/\text{моль}$. Этот газ кислород O_2.

Удельная теплоемкость при постоянном обьеме $c_v = \dfrac{i \times R}{2M}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная.

Удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = \dfrac{(i+2)R}{2M}$.

В нашем случае число степеней свободы равно 5 (3 поступательные, и 2 вращательные). Поэтому

$$c_v = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.032} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 649 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

$$c_p = \frac{7 \times 8.31}{2 \times 0.04} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 909 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

CO_2 $\mu = 44$г/моль	
$C_p = ?$ $c_p = ?$ $C_V = ?$ $c_V = ?$	

Удельная теплоемкость при постоянном обьеме $c_V = \frac{i \times R}{2\mu}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная.

Удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = \frac{(i+2)R}{2\mu}$.

В нашем случае число степеней свободы равно 6 (3-поступательные и 3 - вращательные, так как газ трехатомный). Поэтому

$$c_V = \frac{6 \times 8.31}{2 \times 0.044} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 566.6 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

$$c_p = \frac{8 \times 8.31}{2 \times 0.044} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 755.5 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

Молярная теплоемкость при постоянном обьеме

$$C_V = \frac{i \times R}{2} = \frac{6 \times 8.31}{2} \text{Дж}/(\text{мольК}) = 25 \text{Дж}/(\text{мольК}).$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{8 \times 8.31}{2} \text{Дж}/(\text{мольК}) = 33{,}2 \text{Дж}/(\text{мольК}).$$

$T=350K$ $P = 0{,}4$ МПа $V=300$л $C_v=857$Дж/К	
$\gamma = ?$	

Уравнение адиабаты идеального газа в переменных P и V: $pV^{\gamma} = \text{const}$

, где $\gamma = \left(1+\dfrac{R}{C_{\mu v}}\right)$ - показатель адиабаты, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, $C_{\mu v}$ - молярная изохорная теплоемкость газа.

Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_{\mu v} = C_v \times \dfrac{M}{m}$, где C_v – изохорная теплоемкость газа, M – молекулярная масса газа. Поэтому $\gamma = \left(1+\dfrac{R\times m}{C_v \times M}\right)$.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \dfrac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – обьем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Откуда $\dfrac{R\times m}{M} = \dfrac{P\times V}{T}$. Подставляем в

$$\gamma = \left(1+\frac{R\times m}{C_v \times M}\right) = \left(1+\frac{P\times V}{C_v \times T}\right).$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\gamma = \left(1+\dfrac{0.4\times10^6\,\text{Па}\times300\times10^{-3}\,\text{м}^3}{857\,\text{Дж}/\text{К}\times350\text{К}}\right) = 1{,}4$.

нормальные условия T=300K $P = 1.01 \times 10^5$ Па V=6л	Изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = C_{\mu V} \times \frac{m}{M}$, где $C_{\mu V}$ – молярная изохорная теплоемкость газа, M – молекулярная масса газа.
$C_V = ?$	Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×K) – молярная газовая постоянная. Откуда $\frac{m}{M} = \frac{P \times V}{R \times T}$. Поэтому

$$C_V = C_{\mu V} \times \frac{m}{M} = C_{\mu V} \times \frac{P \times V}{R \times T}.$$

С другой стороны молярная теплоемкость при постоянном объеме равна $C_{\mu V} = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольK – молярная газовая постоянная. В нашем случае число степеней свободы равно 5 (3-поступательные и 2 - вращательные, так как газ двухатомный). Тогда $C_{\mu V} = \frac{5 \times R}{2}$. Подставляем в

$$C_V = C_{\mu V} \times \frac{P \times V}{R \times T} = \frac{5 \times R}{2} \times \frac{P \times V}{R \times T} = \frac{5}{2} \times \frac{P \times V}{T}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $C_V = \frac{5}{2} \times \frac{1.01 \times 10^5 \text{Па} \times 6 \times 10^{-3} \text{м}^3}{300\text{K}} = 5{,}05 \text{Дж} / \text{K}$.

$c_p - c_v = 2{,}08$ кДж/(кг× К)	
$M = ?$ $Mr = ?$	По определению молярные теплоемкости $Cp = c_p \times M$ и $Cv = c_v \times M$. С другой стороны $Cp - Cv = R$, где $R = 8.31$ Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому $Cp - Cv = (c_p - c_v) \times M = R$. Откуда искомое $$M = \frac{R}{c_p - c_v} = \frac{8.31 \text{Дж}/(\text{моль}К)}{2{,}08 \times 1000 \text{Дж}/\text{кг}К} = 4 \times 10^{-3} \text{кг}/\text{моль} =$$ $= 4 \text{г}/\text{моль}$. Этот газ – гелий He. По определению $M = 10^{-3}$ кг/моль×Mr. Поэтому Mr=4.

c_v=10,4кДж/(кг×К) c_p= 14,6 кДж/(кг×К)	По определению молярные теплоемкости $Cp=c_p \times M$ и $Cv=c_v \times M$.
$C_p = ?$ $C_v = ?$	С другой стороны Cp-Cv=R, где R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому

$Cp-Cv=(c_p - c_v)\times M$ =R. Откуда молярная масса газа равна

$$M = \frac{R}{c_p - c_v} = \frac{8.31 Дж/(мольК)}{(14,6 - 10.4)\times 1000 Дж/кгК} = 2\times 10^{-3} кг/моль =$$

$= 2г/моль$. Этот газ – водород H_2.

Тогда

$$C_p = c_p \times M = 14.6\times 10^3 Дж/кгК \times 2\times 10^{-3} кг/моль = 29.2 Дж/мольК$$

$$C_v = c_v \times M = 10.4\times 10^3 Дж/кгК \times 2\times 10^{-3} кг/моль = 20.8 Дж/мольК$$

N_2 He $\mu(N_2)$=28г/моль $\mu(He)$=4г/моль	
$C_p = ?$ c_p=? $C_v = ?$ c_v=?	

Удельная теплоемкость при постоянном объеме $c_V = \frac{i \times R}{2\mu}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная.

Удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = \frac{(i+2)R}{2\mu}$.

1) Рассмотрим сначала **азот**:

Число степеней свободы для азота равно 5 (3-поступательные и 2 - вращательные, так как газ двухатомный). Поэтому

$$c_V = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.028} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 742 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

$$c_p = \frac{7 \times 8.31}{2 \times 0.028} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 1038.8 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i \times R}{2} = \frac{5 \times 8.31}{2} \text{Дж}/(\text{мольК}) = 20.8 \text{Дж}/(\text{мольК}).$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{7 \times 8.31}{2} \text{Дж}/(\text{мольК}) = 29{,}1 \text{Дж}/(\text{мольК}).$$

2) Рассмотрим теперь **гелий**:

Число степеней свободы для гелия равно 3 (3-поступательные и ни одной вращательной, так как газ одноатомный). Поэтому

$$c_V = \frac{3 \times 8.31}{2 \times 0.004} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 3120 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

$$c_p = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.004} \text{Дж}/(\text{кгК}) = 5194 \text{Дж}/(\text{кгК}).$$

Молярная теплоемкость при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i \times R}{2} = \frac{3 \times 8.31}{2} \text{Дж}/(\text{мольК}) = 12.5 \text{Дж}/(\text{мольК}).$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{5 \times 8.31}{2} \text{Дж}/(\text{мольК}) = 20{,}8 \text{Дж}/(\text{мольК}).$$

$\mu = 4\times10^{-3}$ кг/моль $Cp/Cv = 1{,}67$	Удельные теплоемкости газа равны $c_p = \dfrac{C_p}{\mu}$, $c_v = \dfrac{C_v}{\mu}$. То есть нам
$c_p = ?$ $c_v = ?$	

нужно найти Cp и Cv. Нам известно, что Cp=Cv+R, где R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная. Из условий задачи $\dfrac{Cp}{Cv} = 1.67$, то есть $\dfrac{Cp}{Cv} = \dfrac{Cv + R}{Cv} = 1 + \dfrac{R}{Cv} = 1.67$. Откуда $Cv = \dfrac{R}{0.67} = 3R$. Соответственно $Cp = Cv + R = 4R$. Подставляем:

$$c_p = \frac{C_p}{\mu} = \frac{4R}{\mu} = \frac{4\times 8.31\text{Дж}/\text{мольК}}{4\times10^{-3}\text{кг}/\text{моль}} = 8{,}31\times10^{3}\,\text{Дж}/\text{кгК} =$$

$=8{,}31\text{кДж}/\text{кгК}$.

$$c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{3R}{\mu} = \frac{3\times 8.31\text{Дж}/\text{мольК}}{4\times10^{-3}\text{кг}/\text{моль}} = 6{,}23\times10^{3}\,\text{Дж}/\text{кгК} =$$

$=6{,}23\times\text{кДж}/\text{кгК}$.

$T=20°C$ $P = 240\times10^3$ Па $V=10$л	
$C_p = ?$	

Изобарная теплоемкость вычисляется по формуле $C_p = C_{\mu p}\times\frac{m}{M}$, где $C_{\mu p}$ – молярная изохорная теплоемкость газа, M – молекулярная масса газа.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, $R = 8.31$Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Откуда $\frac{m}{M} = \frac{P\times V}{R\times T}$. Поэтому

$$C_p = C_{\mu p}\times\frac{m}{M} = C_{\mu p}\times\frac{P\times V}{R\times T}.$$

С другой стороны молярная теплоемкость при постоянном давлении равна $C_{\mu p} = \frac{(i+2)\times R}{2}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная. В нашем случае число степеней свободы равно 6 (3-поступательные и 6 - вращательные, так как газ трехатомный). Тогда $C_{\mu p} = \frac{(6+2)\times R}{2}$.

Подставляем в $C_p = C_{\mu p}\times\frac{P\times V}{R\times T} = \frac{8\times R}{2}\times\frac{P\times V}{R\times T} = 4\times\frac{P\times V}{T}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $C_v = 4\times\frac{240\times10^3\,\text{Па}\times10\times10^{-3}\,\text{м}^3}{(20+273)\text{К}} = 32{,}8\text{Дж}/\text{К}$.

нормальные условия T=300K $P = 1.01\times10^5$ Па V=5л	
$C_v = ?$	

Изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = C_{\mu V}\times\frac{m}{M}$, где $C_{\mu v}$ – молярная изохорная теплоемкость газа, M – молекулярная масса газа.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Откуда $\frac{m}{M} = \frac{P\times V}{R\times T}$. Поэтому

$$C_V = C_{\mu V}\times\frac{m}{M} = C_{\mu V}\times\frac{P\times V}{R\times T}.$$

С другой стороны молярная теплоемкость при постоянном объеме равна $C_{\mu V} = \frac{i\times R}{2}$, где i – число степеней свободы, R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная. В нашем случае число степеней свободы равно 3 (3-поступательные и ни одной вращательной, так как газ одноатомный). Тогда $C_{\mu V} = \frac{3\times R}{2}$. Подставляем в

$$C_V = C_{\mu V}\times\frac{P\times V}{R\times T} = \frac{3\times R}{2}\times\frac{P\times V}{R\times T} = \frac{3}{2}\times\frac{P\times V}{T}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $C_V = \frac{3}{2}\times\frac{1.01\times10^5\,Па\times5\times10^{-3}\,м^3}{300К} = 2{,}53Дж/К$.

$t=1$ с $T = 200$ К $P = 2$ кПа He $d=1.9\times10^{-10}$м $M=0{,}004$кг/моль	
$\langle\lambda\rangle = ?$ $\langle z\rangle = ?$	

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$. Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1.38\times10^{-23}\text{Дж}/\text{К}\times200\text{К}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times(1.9\times10^{-10}\text{м})^2\times2000\text{Па}} = 8{,}6\times10^{-6}\text{м} = 8{,}6\text{мкм}.$$

Средняя арифметическая скорость молекул, равна

$$\langle V\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8\times8{,}31\text{Дж}/\text{моль К}\times200\text{К}}{3{,}14\times4\times10^{-3}\text{кг}/\text{моль}}} = 1028\text{м}/\text{с}.$$

Поэтому среднее число столкновений молекул за t=1c равно:

$$\langle z\rangle = \frac{\langle V\rangle}{\langle\lambda\rangle}\times t = \frac{1028\text{м}/\text{с}}{8.6\times10^{-6}\text{м}}\times1\text{с} = 1{,}2\times10^{8}.$$

$V=5$ л $m=0{,}5$ г N_2 $d=3\times10^{-10}$м $M=0{,}028$кг/моль	Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n=\dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle=\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.
$\langle\lambda\rangle=?$	

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV=\dfrac{m}{M}RT$, где P – давление, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, M – молярная масса азота (M=28г/моль). Откуда $\dfrac{T}{P}=\dfrac{V\times M}{m\times R}$. Подставляем в

$$\langle\lambda\rangle=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}=\frac{k\times V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times R}=\frac{V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times N_A}.$$ Мы учли что $R=N_A\times k$.

Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle=\frac{5\times10^{-3}\text{м}^3\times0{,}028\text{кг / моль}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times(3\times10^{-10}\text{м})^2\times0{,}5\times10^{-3}\text{кг}\times6.023\times10^{23}\text{моль}^{-1}}=$$

$$=1{,}16\times10^{-6}\text{м}=1{,}16\text{мкм}\cdot$$

Дано	Решение
$T = 300$ К $P = 20$ мкПа H_2 $d = 2.3 \times 10^{-10}$ м $M = 0{,}002$ кг/моль $\langle \lambda \rangle = ?$	Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle \lambda \rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle \lambda \rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$. Подставляем числа $$\langle \lambda \rangle = \frac{1.38 \times 10^{-23}\,\text{Дж}/\text{К} \times 300\text{К}}{\sqrt{2} \times 3{,}14 \times (2.3 \times 10^{-10}\,\text{м})^2 \times 20 \times 10^{-6}\,\text{Па}} = 881\text{м}.$$

H_2

$<\lambda>=0,160$ мкм

$M=0,002$ кг/моль

нормальные

условия

$P=1.01$ кПа

$T=300$ К

$d=?$

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n=\dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle=\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.

Откуда $d=\sqrt{\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\times\langle\lambda\rangle\times P}}$.

Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle=\sqrt{\frac{1.38\times10^{-23}\,\text{Дж}/\text{К}\times300\,\text{К}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times0.16\times10^{-6}\,\text{м}\times1.01\times10^{5}\,\text{Па}}}=2{,}4\times10^{-10}\,\text{м}.$$

Дано	Решение
$<\lambda>=100$нм O_2 $d=2.7\times10^{-10}$м $M=32$г/моль нормальные условия $P=1{,}01\times10^{5}$Па $\langle V\rangle = ?$	

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \times P}$.

Откуда $T = \dfrac{\sqrt{2}\pi d^2 \times \langle\lambda\rangle \times P}{k}$

Подставляем числа

$$T = \frac{\sqrt{2}\times 3{,}14\times(3\times10^{-10}\text{ м})^2\times100\times10^{-9}\text{ м}\times1.01\times10^{5}\text{ Па}}{1.38\times10^{-23}\text{ Дж/К}} =$$

$= 293\text{К}$.

Средняя арифметическая скорость молекул, равна

$$\langle V\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8\times8{,}31\text{Дж/моль К}\times293\text{К}}{3{,}14\times32\times10^{-3}\text{г/моль}}} = 440\text{м/с}.$$

$t=1$ с $T = 200$ К $P = 133$ нПа O_2 $d=2.7\times10^{-10}$м $M=0,032$кг/моль	Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \frac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$. Подставляем числа
$\langle z\rangle = ?$	$$\langle\lambda\rangle = \frac{1.38\times10^{-23}\text{Дж/К}\times200\text{К}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times(2.7\times10^{-10}\text{м})^2\times133\times10^{-9}\text{Па}} = 64\times10^3\text{ м} = 64\text{км}.$$ Средняя арифметическая скорость молекул, равна $$\langle V\rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8\times8{,}31\text{Дж/мольК}\times200\text{К}}{3{,}14\times32\times10^{-3}\text{кг/моль}}} = 363\text{м/с}.$$ Поэтому среднее число столкновений молекул за t=1c равно: $$\langle z\rangle = \frac{\langle V\rangle}{\langle\lambda\rangle}\times t = \frac{363\text{м/с}}{64\times10^3\text{м}}\times1\text{с} = 5{,}7\times10^{-3}.$$

$T = 10^\circ C$ N_2 $d=3\times10^{-10}$м $M=0{,}028$кг/моль	
$P = ?$	

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.

Откуда $P = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \times \langle\lambda\rangle}$.

Подставляем числа

$$P = \frac{1.38\times10^{-23}\text{Дж / К}\times(10+273)\text{К}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times(3\times10^{-10}\text{м})^2\times1\text{м}} = 9{,}7\times10^{-3}\text{Па} = 9{,}7\text{мПа}.$$

Дано	Решение
$V=5$ л $m = 0,5$ г H_2 $d=2.3\times 10^{-10}$ м $M=0,002$ кг/моль $\langle\lambda\rangle = ?$	

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV = \dfrac{m}{M}RT$, где P – давление, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, M – молярная масса (M=2г/моль). Откуда $\dfrac{T}{P} = \dfrac{V\times M}{m\times R}$. Подставляем в

$$\langle\lambda\rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} = \frac{k\times V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times R} = \frac{V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times N_A}.$$

Мы учли что $R=N_A\times k$.

Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle = \frac{5\times 10^{-3}\,м^3\times 0,002кг/моль}{\sqrt{2}\times 3,14\times(2.3\times 10^{-10}\,м)^2\times 0,5\times 10^{-3}\,кг\times 6.023\times 10^{23}\,моль^{-1}} =$$

$$= 1,4\times 10^{-7}\,м = 0,14мкм.$$

Дано	Решение
$\langle\lambda\rangle$=2мм H_2 $d=2.3\times10^{-10}$м M=0,002кг/моль ρ= ?	

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV = \dfrac{m}{M}RT$, где P – давление, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, M – молярная масса (M=2г/моль). Откуда $\dfrac{T}{P} = \dfrac{V\times M}{m\times R}$. Подставляем в

$$\langle\lambda\rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} = \frac{k\times V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times R} = \frac{V\times M}{\sqrt{2}\pi d^2\times m\times N_A}.$$

Мы учли что $R=N_A\times k$.

С другой стороны известно, что плотность $\rho = \dfrac{m}{V}$. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{M}{\sqrt{2}\pi d^2\times\rho\times N_A}$. Откуда $\rho = \dfrac{M}{\sqrt{2}\pi d^2\times\langle\lambda\rangle\times N_A}$.

Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle = \frac{0{,}002\text{кг / моль}}{\sqrt{2}\times 3{,}14\times(2.3\times10^{-10}\,\text{м})^2\times 2\times10^{-3}\,\text{м}\times 6.023\times10^{23}\,\text{моль}^{-1}} =$$

$$= 7\times10^{-6}\,\text{кг / м}^3.$$

$T = 250$ К

$P = 80$ мкПа

N_2

$d=3\times10^{-10}$м

$M=0{,}028$кг/моль

$\langle\lambda\rangle = ?$

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле $\langle\lambda\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$, где d – эффективный диаметр молекулы, n – число молекул в единице обьема, которое можно найти из уравнения $n = \dfrac{P}{kT}$, где k – постоянная Больцмана. Поэтому $\langle\lambda\rangle = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$. Подставляем числа

$$\langle\lambda\rangle = \frac{1.38\times10^{-23}\,\text{Дж}/\text{К}\times250\text{К}}{\sqrt{2}\times3{,}14\times(3\times10^{-10}\,\text{м})^2\times80\times10^{-6}\,\text{Па}} = 108\text{м}.$$

Известно, что обьем сферической колбы радиусом R равен $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Откуда $R = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{3\times3\times10^{-3}\,\text{м}^3}{4\pi}} = 0{,}09\text{м}$. Очевидно, что линейные размеры сосуда много меньше длины свободного пробега $\langle\lambda\rangle=108$м. Поэтому вакуум будет высоким.

V=V1=V2=50л
$P2 = P1 + \Delta P$
$\Delta P = 0{,}5$МПа
$Q = ?$

Количество тепла Q, необходимое для изохорного нагрева газа определяется по формуле $Q = \nu \times C_V \times \Delta T$, где v – количество молей газа, Cv – молярная изохорная теплоемкость. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы газа. Так как кислород - газ двухатомный, то i=5 (3 поступательные и 2 вращательные степени свободы). Поэтому $Q = \nu \times \frac{i \times R}{2} \Delta T = \nu \times \frac{5}{2} R \times \Delta T$.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV = \nu RT$, где P – давление, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Тогда $P1 \times V1 = \nu R \times T1$ и $(P2 + \Delta P) \times V2 = (P2 + \Delta P) \times V1 = \nu R \times T2$. Из второго вычитаем первое и получаем $\Delta P \times V1 = \nu \times R \times (T2 - T1)$. Откуда $\Delta T = (T2 - T1) = \frac{\Delta P \times V1}{\nu \times R}$.

Подставляем это в

$$Q = \nu \times \frac{5}{2} R \times \Delta T = \nu \times \frac{5}{2} R \times \frac{\Delta P \times V1}{\nu \times R} = \frac{5}{2} \times \Delta P \times V1.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$Q = 2.5 \times 0.5 \times 10^6 \text{ Па} \times 50 \times 10^{-3} \text{ м}^3 = 62500\text{Дж} = 62.5\text{кДж}.$$

Дано	Решение
N_2 $m = 0{,}20$ кг $n=V2/V1=2$ $T=$ const $=280K$	Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: $Q=\Delta U+A$.
$A = ?$ $\Delta U = ?$ $Q = ?$	

Величина $\Delta U = m \times c_v \times \Delta T = 0$ при изотермическом процессе так как T=const и $\Delta T=0$. Поэтому изменение внутренней энергии газа равно нулю.

Тогда $Q=\Delta U+A=A$, откуда работа совершаемая газом $A=Q$.

С другой стороны работа равна $A = \int_{V1}^{V2} P(V)dV$. Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$ где P давление, m – масса азота, M – молярная масса кислорода (M = 0.028кг/моль), V – обьем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

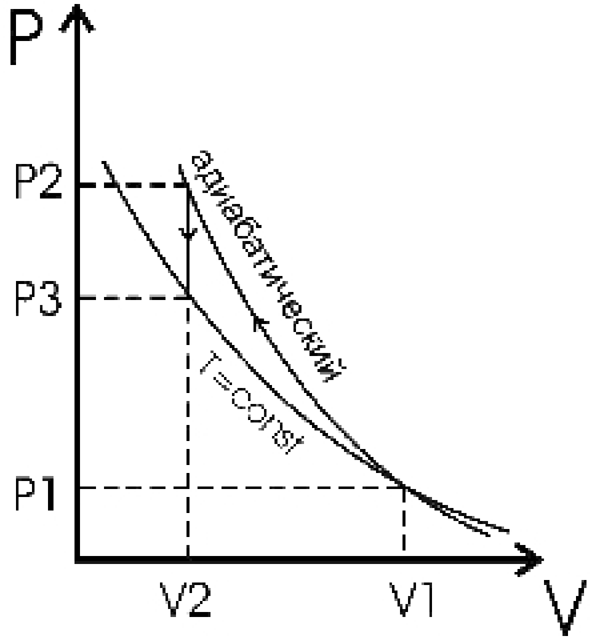
Поэтому $P(V) = \frac{mRT}{MV}$. Подставляем в интеграл и получаем $A = \int_{V1}^{V2} \frac{mRT}{MV} dV = \frac{mRT}{M} \int_{V1}^{V2} \frac{dV}{V} = \frac{mRT}{M} \ln \frac{V2}{V1}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = \frac{0.2\text{кг} \times 8{,}31\text{Дж}/(\text{моль} \times \text{К}) \times 280\text{К}}{0.028\text{кг}/\text{моль}} \ln 2 = 11520\,\text{Дж} = 11{,}52\text{кДж}.$$

$P1 = 50$ кПа

$P2 = 0{,}5$ МПа

$P3 = ?$



Уравнение адиабаты идеального газа в переменных P и V: $pV^{\gamma} = \text{const}$, где $\gamma = \left(1 + \frac{R}{C_V}\right)$. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_V = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы (для воздуха существует 3 поступательные и 2 вращательные степени свободы i=3+2=5.). Поэтому $\gamma = \left(1 + \frac{2R}{5R}\right) = \frac{7}{5}$ и тогда $P \times V^{7/5} = \text{const}$.

Так как эта величина константа, то получаем при давлении P1 и P2:

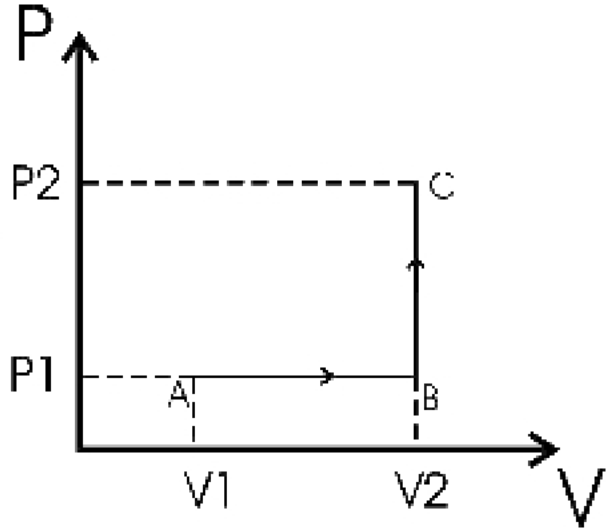
$P1 \times V1^{7/5} = P2 \times V2^{7/5}$, откуда $\frac{P2}{P1} = \left(\frac{V1}{V2}\right)^{7/5}$. Или же $\frac{V1}{V2} = \left(\frac{P2}{P1}\right)^{5/7}$.

Так как начальная и конечная точки лежат на изотерме T=const (так как в условии сказано, что начальная и конечная температуры равны), то из уравнения изотермы PV=const получаем: P3×V2=P1×V1 (см. рис.). Тогда искомое давление $P3 = P1 \times \frac{V1}{V2}$. Подставляем $\frac{V1}{V2} = \left(\frac{P2}{P1}\right)^{5/7}$ и получаем $P3 = P1 \times \left(\frac{P2}{P1}\right)^{5/7}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$P3 = 50 \times 10^3\,\text{Па} \times \left(\frac{0.5 \times 10^6\,\text{Па}}{50 \times 10^3\,\text{Па}}\right)^{5/7} = 2.59 \times 10^5\,\text{Па} = 0.259\text{МПа}.$$

$m = 200$ г
$V1 = 100$ л
$P1=200$кПа
$V2=300$ л
$P2=500$кПа

$A = ?$
$\Delta U = ?$
$Q = ?$



Рассмотрим сначала первый процесс.

При изобарическом процессе количество затраченной энергии на нагрев газа: $Q1 = \frac{m}{M} \times C_p \times \Delta T$, где m – масса газа, M=32г/моль – молярная масса кислорода, Cp – молярная изобарная теплоемкость кислорода. Молярная изобарная теплоемкость вычисляется по формуле $C_p = \frac{(i+2) \times R}{2}$, где R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, i – число степеней свободы молекулы (для кислорода 3 поступательные степени свободы и 2 вращательные: i=3+2=5). Поэтому $Q = \frac{m}{M} \times \frac{(i+2) \times R}{2} \times \Delta T$. Найдем величину ΔT=T2–T1. Из уравнения Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M} RT$ получаем: $P1 \times V1 = \frac{m}{M} R \times T1$ и $P1 \times V2 = \frac{m}{M} R \times T2$, откуда $T2 - T1 = \frac{P1 \times (V2 - V1) \times M}{m \times R}$. Тогда $Q1 = \frac{C_p \times P1 \times (V2 - V1)}{R} = \frac{(i+2) \times P1 \times (V2 - V1)}{2} = \frac{7 \times P1 \times (V2 - V1)}{2}$. Найдем работу A1=P1×ΔV=P1×(V2–V1). Теперь применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: Q=ΔU+A. Откуда

$$\Delta U1 = Q1 - A1 = P1 \times (V2 - V1) \times \left(\frac{C_p}{R} - 1 \right) = P1 \times (V2 - V1) \times \frac{i}{2} = P1 \times (V2 - V1) \times \frac{5}{2}.$$

При втором процессе работа A2=P×ΔV=0 так как ΔV=0. Поэтому $Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} \times C_v \times \Delta T$, где Cv – молярная изохорная теплоемкость кислорода. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_v = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы. Найдем величину ΔT=T3–T2. Из уравнения Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M} RT$ получаем: $P1 \times V2 = \frac{m}{M} R \times T2$ и $P2 \times V2 = \frac{m}{M} R \times T3$, откуда $T2 - T1 = \frac{V2 \times (P2 - P1) \times M}{m \times R}$. Поэтому

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} \times C_v \times \frac{V2 \times (P2 - P1) \times M}{m \times R} = \frac{i \times V2 \times (P2 - P1)}{2} = \frac{5 \times V2 \times (P2 - P1)}{2}.$$

Итак, полная работа A=A1+A2=A1= P1×(V2–V1)=200×10^3Па×200×10^{-3}м^3=40кДж.

Тепло Q=Q1+Q2=3.5 P1×(V2–V1)+2.5V2(P2-P1)=3.5×40кДж+2,5×300×10^{-3}м^3×300кПа==0,365МДж

Внутренняя энергия ΔU=ΔU1+ΔU2=2.5 P1×(V2–V1)+2.5V2(P2-P1)==2.5×40кДж+2,5×300×10^{-3}м^3×300кПа=0,325МДж.

H_2 $m = 200$ г $n=V2/V1=3$ $T= 300K=const$	
$A = ?$ $Q = ?$	

Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: $Q=\Delta U+A$.

Величина $\Delta U = m\times c_v\times\Delta T = 0$ при изотермическом процессе так как T = const и $\Delta T=0$. Поэтому изменение внутренней энергии газа равно нулю.

Тогда $Q=\Delta U+A=A$, откуда работа совершаемая газом $A=Q$.

С другой стороны работа равна $A = \int\limits_{V1}^{V2} P(V)dV$. Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$ где P давление, m – масса водорода, M – молярная масса водорода (M = 0.002кг/моль), V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная.

Поэтому $P(V) = \frac{mRT}{MV}$. Подставляем в интеграл и получаем

$$A = \int\limits_{V1}^{V2} \frac{mRT}{MV} dV = \frac{mRT}{M} \int\limits_{V1}^{V2} \frac{dV}{V} = \frac{mRT}{M} \ln\frac{V2}{V1}.$$

Поэтому

$$A = Q = \frac{0.2\text{кг}\times 8{,}31\text{Дж}/(\text{моль}\times\text{К})\times 300\text{К}}{0.002\text{кг}/\text{моль}} \ln 3 = 2{,}74\times 10^5\ \text{Дж} = 0{,}274\text{МДж}.$$

$m = 0{,}1$кг $P = const$ $T1 = 200$ К $T2 = 400$ К	
$Q = ?$ $A = ?$ $\Delta U = ?$	

При изобарическом процессе количество затраченной энергии на нагрев азота: $Q = \frac{m}{\mu} \times C_p \times \Delta T$, где m – масса азота, μ=28г/моль – молярная масса азота, Cp – молярная изобарная теплоемкость азота. Молярная изобарная теплоемкость вычисляется по формуле $C_p = \frac{(i+2) \times R}{2}$, где R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, i – число степеней свободы молекулы (для азота 3 поступательные и 2 вращательные i=5). Поэтому $Q = \frac{m}{\mu} \times \frac{(i+2) \times R}{2} \times \Delta T$.

Подставляем числа

$$Q = \frac{0.1\text{кг}}{0{,}028\text{кг / моль}} \times \frac{(5+2) \times 8{,}31\text{Дж /(моль} \times \text{К)}}{2} \times (400 - 200)\text{К} =$$

$$= 21 \times 10^3 \text{Дж} = 21\text{кДж}.$$

По определению изменение внутренней энергии газа равно $\Delta U = \frac{m}{\mu} \times C_v \times \Delta T$, где Cv – молярная изохорная теплоемкость азота.

Выражаем изменение внутренней энергии через Q: $\Delta U = \frac{C_v}{C_p} \times Q$.

Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_v = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы. Поэтому

$$\Delta U = \frac{i \times R}{2 \times C_p} \times Q = \frac{i \times R \times 2}{2 \times (i+2) \times R} \times Q = \frac{i}{(i+2)} \times Q = \frac{5}{7} \times Q =$$

$$= \frac{5}{7} \times 21\text{кДж} = 15\text{кДж}.$$

Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: Q=ΔU+A. Откуда $A = Q - \Delta U = 21\text{кДж} - 15\text{кДж} = 6\text{кДж}$.

$Q = 800$Дж $\nu = 0.4$моль $T = const$ $T = 300$ K $V2/V1=?$	Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: $Q=\Delta U+A$.

Величина $\Delta U = m\times c_v\times\Delta T = 0$ при изотермическом процессе так как $T = const$ и $\Delta T=0$. Поэтому изменение внутренней энергии газа равно нулю.

Тогда $Q=\Delta U+A=A$, откуда работа совершаемая газом $A=Q=800$Дж.

С другой стороны работа равна $A = \int\limits_{V1}^{V2} P(V)dV$. Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, $R = 8.31$Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому $P(V) = \frac{\nu RT}{V}$. Подставляем в интеграл и получаем $A = \int\limits_{V1}^{V2}\frac{\nu RT}{V}dV = \nu RT\int\limits_{V1}^{V2}\frac{dV}{V} = \nu RT\ln\frac{V2}{V1}$.

Работа A нам известна, поэтому мы можем найти V2/V1:

$$\frac{V2}{V1} = \exp\left(\frac{A}{\nu RT}\right) = \exp\left(\frac{Q}{\nu RT}\right) = \exp\left(\frac{800\text{Дж}}{0.4\text{моля}\times 8{,}31\text{Дж}/\text{мольК}\times 300\text{К}}\right) = 2{,}23.$$

То есть объем увеличится в 2.23 раза.

H_2 $m = 5$ г $n=V2/V1=3$ $T = 290К = const$	
$A = ?$	

Работа равна $A = \int\limits_{V1}^{V2} P(V)dV$. Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M}RT$ где P давление, m – масса водорода, M – молярная масса водорода (M = 0.002кг/моль), V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому $P(V) = \frac{mRT}{MV}$. Подставляем в интеграл и получаем

$$A = \int\limits_{V1}^{V2} \frac{mRT}{MV} dV = \frac{mRT}{M} \int\limits_{V1}^{V2} \frac{dV}{V} = \frac{mRT}{M} \ln\frac{V2}{V1}.$$

Поэтому $A = \frac{0.005кг \times 8,31Дж/(моль \times К) \times 290К}{0.002кг/моль} \ln 3 = 6618Дж = 6.618кДж$

$P = const$	
$\omega 1 = \frac{\Delta U}{Q} = ?$	
$\omega 2 = \frac{A}{Q} = ?$	

При изобарическом процессе количество затраченной энергии на нагрев азота: $Q = \frac{m}{\mu} \times C_p \times \Delta T$, где m – масса газа, μ – молярная масса газа, Cp – молярная изобарная теплоемкость газа. Молярная изобарная теплоемкость вычисляется по формуле $C_p = \frac{(i+2) \times R}{2}$, где R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, i – число степеней свободы молекулы (для одноатомного газа 3 поступательные (i1=3), для двухатомного газа 3 поступательные и 2 вращательные (i2=5), для трехатомного газа 3 поступательные и 3 вращательные (i3=6)).

Поэтому $Q = \frac{m}{\mu} \times \frac{(i+2) \times R}{2} \times \Delta T$.

По определению изменение внутренней энергии газа равно $\Delta U = \frac{m}{\mu} \times C_v \times \Delta T$, где Cv – молярная изохорная теплоемкость азота. Выражаем изменение внутренней энергии через Q: $\Delta U = \frac{C_v}{C_p} \times Q$.

Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_v = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы. Поэтому

$$\Delta U = \frac{i \times R}{2 \times C_p} \times Q = \frac{i \times R \times 2}{2 \times (i+2) \times R} \times Q = \frac{i}{(i+2)} \times Q$$

Откуда искомое $\omega 1 = \frac{\Delta U}{Q} = \frac{i}{i+2}$.

Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: Q=ΔU+A. Откуда $A = Q - \Delta U = Q - \frac{i}{(i+2)} \times Q = \frac{2}{(i+2)} \times Q$. Поэтому искомое $\omega 2 = \frac{A}{Q} = \frac{2}{i+2}$.

Подставляем числа.

1) i1=3: $\omega 2 = \frac{A}{Q} = \frac{2}{i1+2} = \frac{2}{3+2} = 0.4$; $\omega 1 = \frac{\Delta U}{Q} = \frac{i1}{i1+2} = \frac{3}{3+2} = 0.6$

2) i2=5: $\omega 2 = \frac{A}{Q} = \frac{2}{i1+5} = \frac{2}{5+2} = 0.286$; $\omega 1 = \frac{\Delta U}{Q} = \frac{i1}{i1+2} = \frac{5}{5+2} = 0.714$

3) i1=6: $\omega 2 = \frac{A}{Q} = \frac{2}{i1+2} = \frac{2}{6+2} = 0.25$; $\omega 1 = \frac{\Delta U}{Q} = \frac{i1}{i1+2} = \frac{6}{6+2} = 0.75$

$P = const$ $Q = 21$ кДж $A = ?$ $\Delta U = ?$	При изобарическом процессе количество затраченной энергии на нагрев азота: $Q = \frac{m}{\mu} \times C_p \times \Delta T$, где m – масса азота, μ=28г/моль – молярная масса азота, Cp – молярная изобарная теплоемкость азота. Молярная изобарная теплоемкость вычисляется по формуле $C_p = \frac{(i+2) \times R}{2}$, где R=8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, i – число степеней свободы молекулы (для азота 3 поступательные и 2 вращательные i=5). Поэтому $Q = \frac{m}{\mu} \times \frac{(i+2) \times R}{2} \times \Delta T$. По определению изменение внутренней энергии газа равно $\Delta U = \frac{m}{\mu} \times C_v \times \Delta T$, где Cv – молярная изохорная теплоемкость азота. Выражаем изменение внутренней энергии через Q: $\Delta U = \frac{C_v}{C_p} \times Q$. Молярная изохорная теплоемкость вычисляется по формуле $C_v = \frac{i \times R}{2}$, где i – число степеней свободы молекулы. Поэтому $\Delta U = \frac{i \times R}{2 \times C_p} \times Q = \frac{i \times R \times 2}{2 \times (i+2) \times R} \times Q = \frac{i}{(i+2)} \times Q = \frac{5}{7} \times Q =$ $= \frac{5}{7} \times 21кДж = 15кДж$. Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q, переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A: Q=ΔU+A. Откуда $A = Q - \Delta U = 21кДж - 15кДж = 6кДж$.

T2=290 K T1 = 400 K T1' = 600 K	
$\frac{\eta'}{\eta} = ?$	

КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника.

Тогда $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, и $\eta' = \frac{T_1' - T_2}{T_1'}$.

Искомое отношение равно $\frac{\eta'}{\eta} = \frac{(T_1' - T_2) \times T_1}{(T_1 - T_2) \times T_1'} = \frac{(600K - 290K) \times 400K}{(400K - 290K) \times 600K} = 1{,}88$.

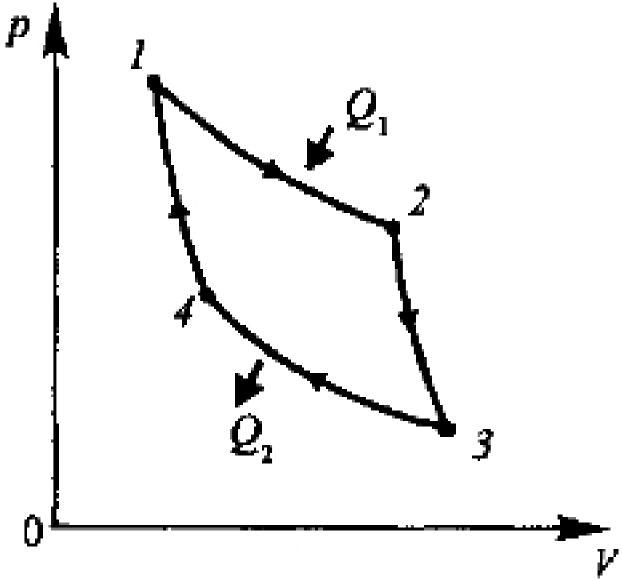
Дано	Решение
$T1 = n \times T2$ $n=4$ $\frac{Q_2}{Q_1} = ?$	КПД тепловой машины равен отношению производимой работы A к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \frac{A}{Q_1}$. Совершенная работа равна $A=Q_1-Q_2$. Откуда $Q_1=A+Q_2$, где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Поэтому $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$. Откуда искомое $\frac{Q_2}{Q_1} = (1-\eta)$. С другой стороны КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника. Поэтому $\eta = 1 - \frac{1}{n}$. Подставляем в $\frac{Q_2}{Q_1} = (1-\eta)$ и получаем $\frac{Q_2}{Q_1} = \left(1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)\right) = \frac{1}{n} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$.

$\eta = 0{,}4$

$A_{12} = 8$ Дж

$A_{34} = ?$

,



КПД тепловой машины равен отношению производимой работы A к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.

Совершенная работа равна $A = Q_1 - Q_2$, где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Поэтому $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$.

Полная работа равна сумме работ при изотермическом сжатии (процесс 1-2) и расширении (процесс 3-4): $A = A_{12} + A_{34}$.

С другой стороны $A = A_{12} + A_{34} = \eta \times A_{12}$. Поэтому $A_{34} = (\eta - 1) \times A_{12}$.

Подставляем числа. $A_{34} = (0.4 - 1) \times 8$кДж$= -4.8$кДж.

$Q_2 = 14$кДж

$A = 6$ кДж

$T_2 = 280$К

$T_1 = ?$

КПД тепловой машины равен отношению производимой работы A к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.

Совершенная работа равна $A = Q_1 - Q_2$, где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Поэтому $Q_1 = A + Q_2$ и тогда $\eta = \dfrac{A}{A + Q_2}$.

С другой стороны $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника.

Откуда $T_1 = \dfrac{T_2}{1 - \eta} = \dfrac{T_2}{1 - \dfrac{A}{A + Q_2}} = \dfrac{T_2}{\dfrac{Q_2}{A + Q_2}} = \dfrac{T_2 \times (A + Q_2)}{Q_2}$.

Подставляем числа. $T_1 = \dfrac{280\text{К} \times (6\text{кДж} + 14\text{кДж})}{14\text{кДж}} = 400\text{К}$.

$Q_1 = 4.38$ кДж
$A = 2{,}4$ кДж
$T_2 = 273K$
$T_1 = ?$

КПД тепловой машины равен отношению производимой работы A к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.

С другой стороны $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника.

Откуда $T_1 = \dfrac{T_2}{1-\eta} = \dfrac{T_2}{1 - \dfrac{A}{Q_1}} = \dfrac{T_2}{\dfrac{Q_1 - A}{Q_1}} = \dfrac{T_2 \times Q_1}{Q_1 - A}$.

Подставляем числа. $T_1 = \dfrac{273K \times 4{,}38кДж}{4{,}38кДж - 2{,}4кДж} = 604K$.

$Q_2 = 0.67 \times Q_1$ $T_1 = 400K$ $T_2 = ?$	КПД тепловой машины равен отношению производимой работы А к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \frac{A}{Q_1}$. Совершенная работа равна $A = Q_1 - Q_2$, где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Поэтому $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$. С другой стороны $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника. Откуда $T_2 = T_1 \times (1 - \eta) = T_1 \times \left(1 - 1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right) = T_1 \times \frac{Q_2}{Q_1}$. Подставляем числа. $T_2 = 400K \times 0{,}67 = 268K$.

$T2 = 280$ K

$T1 = 380$ K

$T1' = 560$ K

$\dfrac{\eta'}{\eta} = ?$

КПД тепловой машины равен $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника.

Тогда $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$, и $\eta' = \dfrac{T_1' - T_2}{T_1'}$.

Искомое отношение равно $\dfrac{\eta'}{\eta} = \dfrac{(T_1' - T_2)\times T_1}{(T_1 - T_2)\times T_1'} = \dfrac{(560K - 280K)\times 380K}{(380K - 280K)\times 560K} = 1{,}9$.

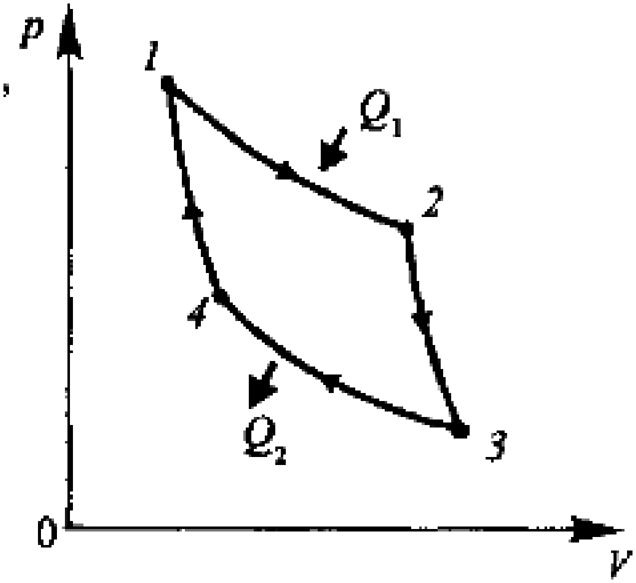
$T_1 = 500$ К

$T_2 = 250$ К

$A_{34} = 8$ Дж

$A_{12} = ?$

$\eta = ?$



КПД тепловой машины равен отношению производимой работы A к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.

Совершенная работа равна $A = Q_1 - Q_2$, где Q_2 - количество теплоты, переданное холодильнику. Поэтому $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$.

Полная работа равна сумме работ при изотермическом сжатии (процесс 1-2) и расширении (процесс 3-4): $A = A_{12} + A_{34}$.

С другой стороны $A = A_{12} + A_{34} = \eta \times A_{12}$. Поэтому $A_{12} = \dfrac{A_{34}}{\eta - 1}$.

Известно, что КПД цикла Карно равен $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

Подставляем числа. $\eta = 1 - \dfrac{250К}{500К} = 0{,}5 = 50\%$.

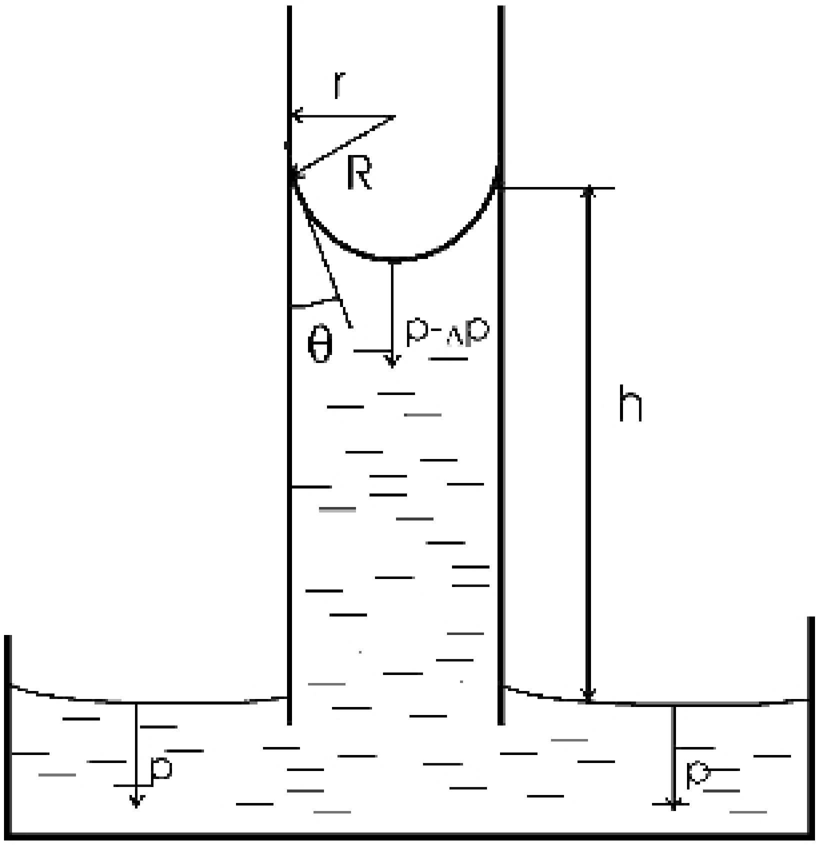
Тогда искомая работа равна $A_{12} = \dfrac{A_{34}}{\eta - 1} = \dfrac{A_{34}}{1 - \dfrac{T_2}{T_1} - 1} = -\dfrac{A_{34} \times T_1}{T_2}$.

Работа A_{34} должна быть отрицательной, а A_{12} – положительной, поэтому $A_{12} = -\dfrac{(-70Дж) \times 500К}{250К} = 140\,Дж$.

$Q_1 = 84$ кДж $T_1 = 3 \times T_2$	КПД тепловой машины равен отношению производимой работы А к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.
$A = ?$	С другой стороны $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника. Откуда $\dfrac{A}{Q_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$. Поэтому работа равна $A = Q_1 \times \left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right)$. Подставляем числа. $A = 84\text{кДж} \times \left(1 - \dfrac{1}{3}\right) = 56\text{кДж}$.

$Q_1=500$ Дж $A=100$ Дж $T_1=400$ К	КПД тепловой машины равен отношению производимой работы А к количеству тепла Q_1, полученному рабочим телом от нагревателя: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.
$T_2 = ?$	С другой стороны $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T1 – температура нагревателя, T2 – температура холодильника. Откуда $T_2 = T_1 \times (1-\eta) = T_1 \times \left(1 - \dfrac{A}{Q_1}\right)$. Подставляем числа. $T_2 = 400К \times \left(1 - \dfrac{100Дж}{500Дж}\right) = 320К$.

d =0,8мм α=0,04Н/м
m = ?



Так как поверхность жидкости в капилляре принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление p жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны мениска, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту h, при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному: $h \times \rho \times g = \frac{2\alpha}{R}$, откуда $h = \frac{2\alpha}{R \times \rho \times g}$, где ρ – плотность жидкости (ρ=1000кг/м^3 для воды), g –ускорение силы тяжести. Так как угол между радиусами r и R и краевой угол θ равны между собой, то $R = \frac{r}{\cos\theta}$. Подставляя это значение в формулу высоты, получим $h = \frac{2\alpha \times \cos\theta}{r \times \rho \times g}$. При условии полного смачивания θ=0° получаем $h = \frac{2\alpha}{r \times \rho \times g}$.

Так как r=d/2, то $h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}$.

Объем цилиндра высотой h и диаметром d равен $V = h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Масса воды в объеме V равна $m = \rho \times V = \rho \times h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$. Подставляем сюда $h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}$ и получаем $m = \rho \times V = \rho \times \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g} \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\alpha \times \pi \times d}{g}$.

Подставляем числа. $m = \frac{0.04Н/м \times 3,14 \times 0,8 \times 10^{-3} м}{9,81 м/с^2} = 1,84 \times 10^{-5}кг$.

$V1=8см^3$ $V2=16\ см^3$ $\alpha=40\times10^{-3}$ Н/м	
$A=?$	

Так как поверхность жидкости в пузыре принимает выгнутую сферическую форму, то внутреннее давление р в пузыре будет больше, чем внешнее, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p=\frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны пузыря, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости (α=0,04Н/м в нашем случае). Коэффициент поверхностного натяжения жидкости равен $\alpha=\frac{\Delta E}{\Delta S}$, где ΔE – изменение энергии при увеличении площади на ΔS. Работа как раз и равна $A=\Delta E$. Поэтому $\alpha=\frac{A}{\Delta S}$. Откуда работа равна $A=\alpha\times\Delta S=\alpha\times2\times\Delta s$, где Δs –изменение внешней площади пузыря. Множитель 2 обусловлен тем, что у пузыря две поверхности (внутренняя и внешняя).

Объем пузыря равен $V=\frac{4}{3}\pi\times R^3$, а площадь $S=\pi\times R^2$. Поэтому

$$S=\pi\times\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Тогда $S1=\pi\times\left(\frac{3\times V1}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$, а $S2=\pi\times\left(\frac{3\times V2}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$, и поэтому разность

$$\Delta s=S2-S1=\pi\times\left(\frac{3\times V2}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}-\pi\times\left(\frac{3\times V1}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}=\pi\times\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(V2^{2/3}-V1^{2/3}\right).$$

Тогда работа равна $A=\alpha\times2\pi\times\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\times\left(V2^{2/3}-V1^{2/3}\right)$.

Подставляем числа.

$$A=40\times10^{-3}\,Н/м\times2\pi\times\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\times\left((16\times10^{-6}\,м^3)^{2/3}-(8\times10^{-6}\,м^3)^{2/3}\right)=$$

$=2,27\times10^{-5}$Дж=22,7мкДж.

d1=0.8мм d2=1.2мм $\alpha=465\times10^{-3}$ Н/м Hg
E = ?

Коэффициент поверхностного натяжения жидкости равен $\alpha=\frac{\Delta E}{\Delta S}$, где ΔE – изменение энергии при увеличении площади на ΔS. Искомая энергия как раз и равна $E=\Delta E$. Поэтому $\alpha=\frac{E}{\Delta S}$. Откуда $E=\alpha\times\Delta S$, где ΔS –изменение площади ртути.

Объем шара диаметром d равен $V=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d}{2}\right)^3$, а площадь $S=\pi\times\left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Поэтому $S1=\pi\times\left(\frac{d1}{2}\right)^2$ и $S2=\pi\times\left(\frac{d2}{2}\right)^2$. Сумма этих площадей – это начальная площадь ртути:

$S=S1+S2=\pi\times\left(\frac{d1}{2}\right)^2+\pi\times\left(\frac{d2}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}\times\left(d1^2+d2^2\right)$.

Полный объем ртути до и после слияния не изменился. Начальный объем равен объему двух капель: $V=V1+V2=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d1}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d2}{2}\right)^3$.

Поэтому и конечный объем равен $V'=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d1}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d2}{2}\right)^3$.

Конечный объем капли равен $V'=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d'}{2}\right)^3$, а площадь $S'=\pi\times\left(\frac{d'}{2}\right)^2$.

Поэтому $S'=\pi\times\left(\frac{3\times V'}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$. Подставляем сюда найденный объем и получаем $S'=\pi\times\left(\frac{3}{4\pi}\times\left(\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d1}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{d2}{2}\right)^3\right)\right)^{\frac{2}{3}}=\frac{\pi}{4}\times\left((d1)^3+(d2)^3\right)^{\frac{2}{3}}$.

Тогда изменение площади равно

$\Delta S=S-S'=\frac{\pi}{4}\times\left((d1)^3+(d2)^3\right)^{\frac{2}{3}}-\frac{\pi}{4}\times\left((d1)^2+(d2)^2\right)$.

Тогда энергия равна $E=\frac{\alpha\times\pi}{4}\times\left[\left((d1)^2+(d2)^2\right)-\left((d1)^3+(d2)^3\right)^{\frac{2}{3}}\right]$.

Подставляем числа.

$$E=\frac{465\times10^{-3}\,Н/м\times3{,}14}{4}\times\left[\left(\left(0{,}8\times10^{-3}\,м\right)^2+\left(1{,}2\times10^{-3}\,м\right)^2\right)-\right.$$

$$\left.-\left(\left(0{,}8\times10^{-3}\,м\right)^3+\left(1{,}2\times10^{-3}\,м\right)^3\right)^{\frac{2}{3}}\right]=1{,}34\times10^{-7}\,Дж=0{,}134мкДж.$$

$d=4$мм $\alpha = 40\times 10^{-3}$ Н/м $p_0=10^5$Па	
$p = ?$	

Так как поверхность жидкости в пузыре принимает выгнутую сферическую форму, то внутреннее давление p в пузыре будет больше, чем внешнее, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны пузыря, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости (α=0,04Н/м в нашем случае). Так как $d=2\times R$, то $\Delta p = \frac{4\alpha}{d}$.

Тогда полное давление равно $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{4\alpha}{d}$, где p_0 – атмосферное давление так как пузырек находится на поверхности воды.

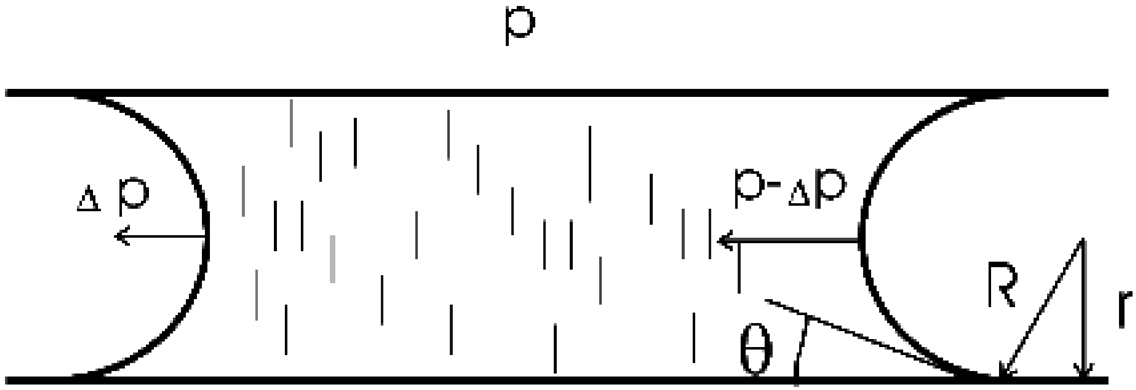
Подставляем числа. $p = 10^5\,\text{Па} + \frac{4\times 0.04\text{Н / м}}{0{,}004\text{м}} = 100040\,\text{Па}$.

$d = L = 20$ мкм

$S = 100$ см^2

$\alpha = 40\times10^{-3}$ Н/м

$F = ?$



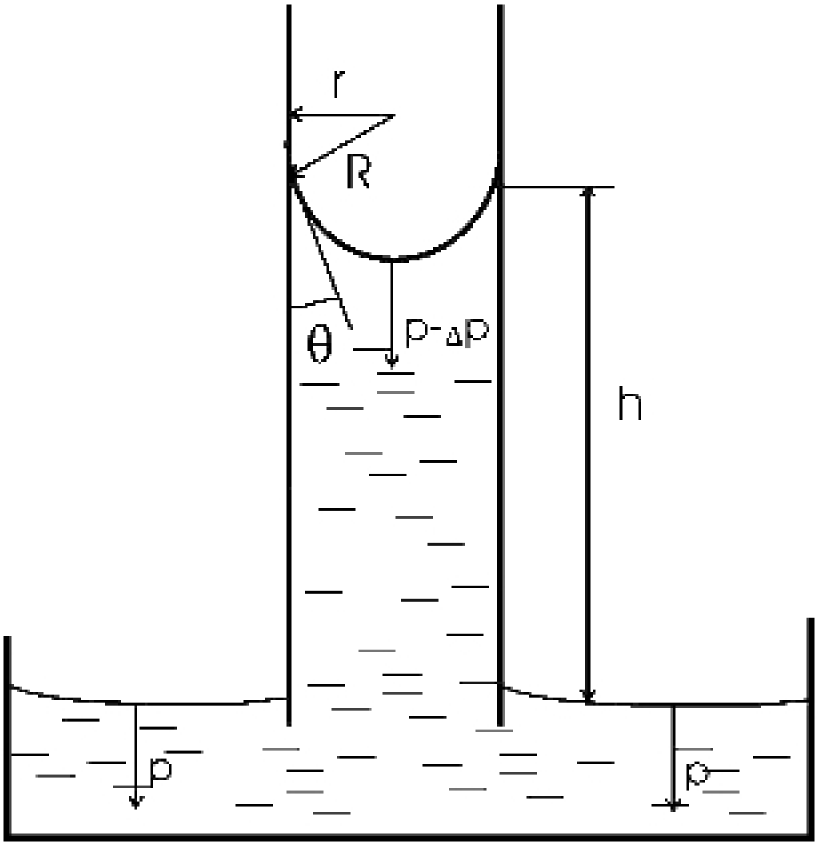
Так как поверхность жидкости между пластинами принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление p жидкости между пластинами будет меньше, чем вне пластин, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \dfrac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны мениска, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Так как d=2R=L, то $\Delta p = \dfrac{4\alpha}{d} = \dfrac{4\alpha}{L}$. Это давление от одного мениска, а от двух будет $\Delta P = 2\times\Delta p = \dfrac{8\alpha}{L}$. Поэтому пластинки будут притягиваться друг к другу из-за этого давления $\Delta P = \dfrac{8\alpha}{L}$.

Сила равна по определению $F = \Delta P\times S$, где S – площадь пластины. Тогда $F = \dfrac{8\alpha\times S}{L}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$F = \frac{8\times0.04\text{Н}/\text{м}\times100\times10^{-4}\,\text{м}^2}{20\times10^{-6}\,\text{м}} = 160\text{Н}.$$

d =1мм h = 20 мм	
α = ?	



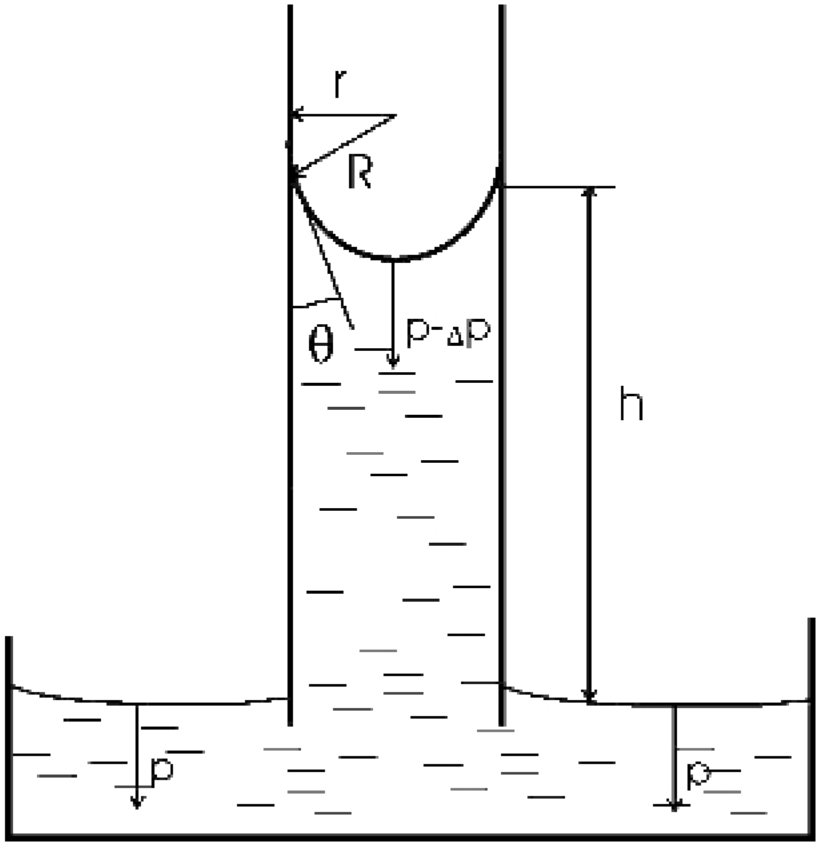
Так как поверхность жидкости в капилляре принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление p жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны мениска, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту h, при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному: $h \times \rho \times g = \frac{2\alpha}{R}$, откуда $h = \frac{2\alpha}{R \times \rho \times g}$, где ρ – плотность жидкости (ρ=1260кг/м^3 для глицерина), g –ускорение силы тяжести. Так как угол между радиусами r и R и краевой угол θ равны между собой, то $R = \frac{r}{\cos\theta}$. Подставляя это значение в формулу высоты, получим $h = \frac{2\alpha \times \cos\theta}{r \times \rho \times g}$. При условии полного смачивания θ=0° получаем $h = \frac{2\alpha}{r \times \rho \times g}$. Из этого уравнения можно найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости. $\alpha = \frac{h \times r \times \rho \times g}{2}$. Так как нам дан диаметр d=2×r, то $\alpha = \frac{h \times d \times \rho \times g}{4}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\alpha = \frac{20 \times 10^{-3}\,м \times 1 \times 10^{-3}\,м \times 1260кг/м^3 \times 9{,}81м/с^2}{4} = 0{,}062Н/м\cdot$$

d =1мм
α=0,04Н/м

m = ?



Так как поверхность жидкости в капилляре принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление p жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны мениска, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту h, при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному: $h \times \rho \times g = \frac{2\alpha}{R}$, откуда $h = \frac{2\alpha}{R \times \rho \times g}$, где ρ – плотность жидкости (ρ=1000кг/м^3 для воды), g –ускорение силы тяжести. Так как угол между радиусами r и R и краевой угол θ равны между собой, то $R = \frac{r}{\cos\theta}$. Подставляя это значение в формулу высоты, получим $h = \frac{2\alpha \times \cos\theta}{r \times \rho \times g}$. При условии полного смачивания θ=0° получаем $h = \frac{2\alpha}{r \times \rho \times g}$.

Так как r=d/2, то $h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}$.

Объем цилиндра высотой h и диаметром d равен $V = h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$.

Масса воды в объеме V равна $m = \rho \times V = \rho \times h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$. Подставляем сюда $h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}$ и получаем $m = \rho \times V = \rho \times \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g} \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\alpha \times \pi \times d}{g}$.

Подставляем числа. $m = \frac{0.04\text{Н/м} \times 3{,}14 \times 1 \times 10^{-3}\text{м}}{9{,}81\text{м/с}^2} = 1{,}28 \times 10^{-5}$кг.

Дано	Решение
d=5мм $\alpha = 40\times 10^{-3}$ Н/м $\Delta p = ?$	Так как поверхность жидкости в пузыре принимает выгнутую сферическую форму, то внутреннее давление р в пузыре будет больше, чем внешнее, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \dfrac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны пузыря, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости (α=0,04Н/м в нашем случае). Так как d=2×R, то $\Delta p = \dfrac{4\alpha}{d}$. Подставляем числа. $p = \dfrac{4\times 0.04 Н/м}{0{,}005м} = 32 Па$.

$d = 2.2$ мкм $\alpha = 40\times10^{-3}$ Н/м $p_0 = 10^5$ Па $T = 300$ К	
$\rho = ?$	

Так как поверхность жидкости в пузыре принимает выгнутую сферическую форму, то внутреннее давление P в пузыре будет больше, чем внешнее, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны пузыря, α – коэффициент поверхностного натяжения жидкости (α=0,04Н/м в нашем случае). Так как $d=2\times R$, то $\Delta p = \frac{4\alpha}{d}$.

Тогда полное давление равно $P = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{4\alpha}{d}$, где p_0 – атмосферное давление так как пузырек находится на поверхности воды.

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу $PV = \frac{m}{M}RT$, P –давление газа, V – объем сосуда, T – температура газа, R = 8.31Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная, M – молярная масса газа.

Откуда $\frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Нам известно, что плотность $\rho = \frac{m}{V}$, поэтому $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$.

Подставляем числа.

$$\rho = \frac{\left(10^5\,\text{Па} + \frac{4\times 0.04\text{Н/м}}{2{,}2\times10^{-6}\,\text{м}}\right)\times 0.029\text{кг/моль}}{8{,}31\text{Дж/Кмоль}\times 300\text{К}} = 2\text{кг/м}^3.$$

R1=R2=R=1.2мм α=465×10^{-3} Н/м Hg	
E = ?	

Коэффициент поверхностного натяжения жидкости равен $\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S}$, где ΔE – изменение энергии при увеличении площади на ΔS. Искомая энергия как раз и равна $E=\Delta E$. Поэтому $\alpha = \frac{E}{\Delta S}$. Откуда $E=\alpha\times\Delta S$, где ΔS – изменение площади ртути.

Объем шара радиусом R равен $V = \frac{4}{3}\pi\times R^3$, а площадь $S = \pi\times R^2$.

Поэтому $S1 = \pi\times(R1)^2$ и $S2 = \pi\times(R2)^2$. Сумма этих площадей – это начальная площадь ртути:

$S = S1 + S2 = \pi\times R^2 + \pi\times R^2 = 2\pi\times R^2$.

Полный объем ртути до и после слияния не изменился. Начальный объем равен объему двух капель: $V = V1 + V2 = \frac{4}{3}\pi\times R^3 + \frac{4}{3}\pi\times R^3 = \frac{8}{3}\pi\times R^3$.

Поэтому и конечный объем равен $V' = \frac{8}{3}\pi\times R^3$.

Конечный объем капли равен $V' = \frac{4}{3}\pi\times(R')^3$, а площадь $S' = \pi\times(R')^2$.

Поэтому $S' = \pi\times\left(\frac{3\times V'}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$. Подставляем сюда найденный объем и

получаем $S' = \pi\times\left(\frac{3}{4\pi}\times\left(\frac{8}{3}\pi\times R^3\right)\right)^{\frac{2}{3}} = \pi\times(2)^{2/3}\times R^2$.

Тогда изменение площади равно

$\Delta S = S - S' = 2\pi\times R^2 - \pi\times(2)^{2/3}\times R^2 = \pi\times R^2\times(2-2^{2/3})$.

Тогда энергия равна $E = \alpha\times\pi\times R^2\times(2-2^{2/3})$.

Подставляем числа.

$E = 465\times10^{-3}\text{ Н/м}\times3{,}14\times(0.0012\text{м})^2\times(2-2^{2/3}) = 8.68\times10^{-7}\text{ Дж} =$
$=0.868$мкДж.

R = 5 см

L1 = 3 см

L2 = 4 см

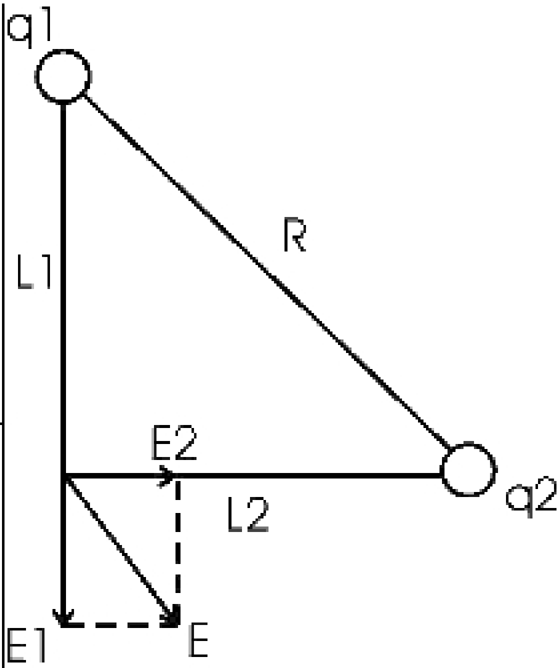
q1 = 20 мкКл

q2 =-10 мкКл

q =1 мкКл

E = ?

F = ?



Эти три точки образуют прямоугольный треугольник т.к. $L1^2+L2^2=R^2$.

Напряженность поля точечного заряда q на расстоянии r: $|E| = \dfrac{q}{4\pi\times\varepsilon_0\times r^2}$.

Поэтому напряженность поля от первого заряда q1 на расстоянии L1: $|E1| = \dfrac{q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times(L1)^2}$, а от второго $|E2| = \dfrac{q2}{4\pi\times\varepsilon_0\times(L2)^2}$.

Пользуясь принципом суперпозиции получаем $\overline{E} = \overline{E1}+\overline{E2}$ (Это векторные величины, а нам нужны скалярные). Поскольку угол между E1 и E2 прямой (так как треугольник прямоугольный), то по теореме Пифагора

$$|E|^2 = |E1|^2 + |E2|^2 = \left(\frac{q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times(L1)^2}\right)^2 + \left(\frac{q2}{4\pi\times\varepsilon_0\times(L2)^2}\right)^2.$$

Откуда $|E| = \dfrac{1}{4\pi\times\varepsilon_0}\sqrt{\left(\dfrac{q1}{(L1)^2}\right)^2 + \left(\dfrac{q2}{(L2)^2}\right)^2}$

Подставляем числа

$$|E| = \frac{1}{4\times3{,}14\times8{,}85\times10^{-12}\,Ф/м}\sqrt{\left(\frac{20\times10^{-6}\,Кл}{(0{,}03м)^2}\right)^2 + \left(\frac{-10\times10^{-6}\,Кл}{(0{,}04м)^2}\right)^2} =$$

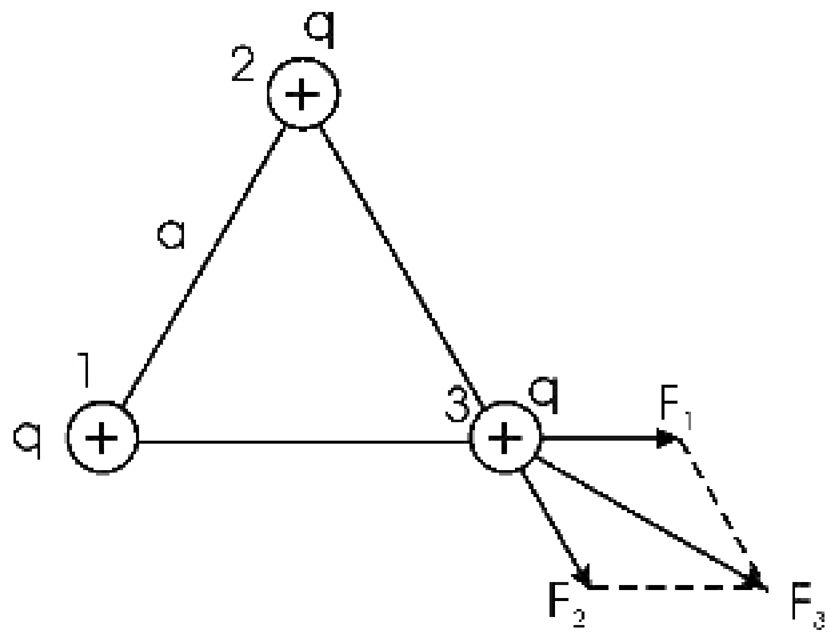
$=2.1\times10^8$ В/м = 210 МВ/м.

Сила действующая на заряд q будет направлена по полю E и равна по модулю величине $F = q\times|E| = 10^{-6}\,Кл\times2{,}1\times10^8\,В/м = 210Н$.

q1=q2=q3=q=2нКл

a = 10 см

F = ?



Сила с которой действует заряд q1 на заряд q2 определяется из закона Кулона: $F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q2|}{a^2}$, где ε – диэлектрическая постоянная. В нашем случае она равна ε=1.

В нашем случае заряды и расстояния между ними одинаковы, поэтому сила $F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{|q| \times |q|}{a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{a^2}$.

Из рисунка видно, что искомая сила $F = F_3 = 2 \times F_1 \times \cos 30°$ (так как угол треугольника равен 60°, а сила F направлена по биссектрисе этого угла).

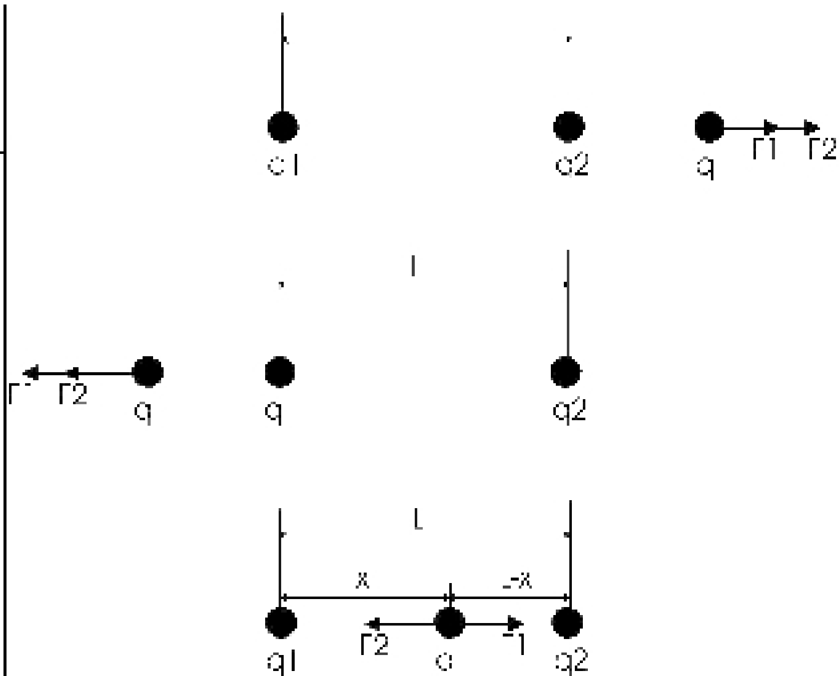
Поэтому

$$F = \frac{\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3}}{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12}\,Ф/м} \times \frac{(2 \times 10^{-9}\,Кл)^2}{(0{,}1м)^2} =$$

$=6{,}23 \times 10^{-6}Н = 6{,}23мкН.$

$q1=Q$
$q2=9Q$
$L = 100$ см

$x = ?$



Из рисунка видно, что если заряд q будет слева или справа от обоих зарядов, то силы будут направлены в одну сторону и устойчивого положения нет. Оно возможно только когда заряд находится между q1 и q2 (см нижний рисунок).

Силу взаимодействия определим из закона Кулона: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q2|}{r^2}$.

$F1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q|}{x^2}$,

$F2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q| \times |q2|}{(L-x)^2}$. Эти силы должны быть противоположны по направлению и одинаковыми по модулю (3-й закон Ньютона). Тогда $\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q|}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q| \times |q2|}{(L-x)^2}$. Откуда $\frac{(L-x)^2}{x^2} = \frac{q2}{q1}$. Откуда $\frac{(L-x)}{x} = \sqrt{\frac{q2}{q1}}$. Искомая величина равна $x = \frac{L}{1+\sqrt{\frac{q2}{q1}}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $x = \frac{1м}{1+\sqrt{\frac{9Q}{Q}}} = 0{,}25м = 25см$.

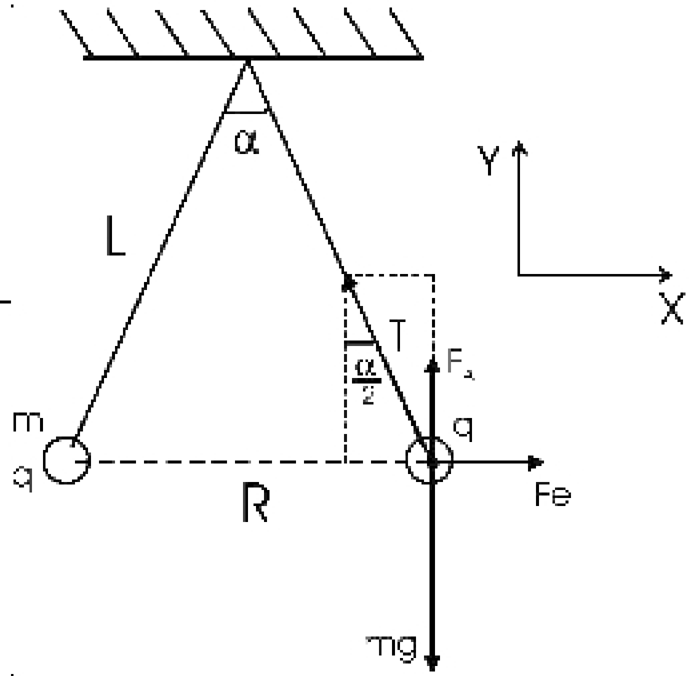
То есть между зарядами на расстоянии 25 см от заряда q1.

Определим знак заряда q, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда q в двух случаях: когда заряд положителен и отрицателен.

Если заряд q положителен, то при смещении его влево сила F1 возрастает, а сила F2 убывает. Результирующая сила, действующая на заряд q, будет направлена в противоположную сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. вправо. Под действием этой силы заряд q будет возвращаться в положение равновесия. То же происходит и при смещении заряда q вправо. Сила F1 убывает, а F2 возрастает. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена влево. Заряд под действием этой силы будет перемещаться влево, т. е. возвращаться в положение равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является устойчивым. Если заряд q отрицателен, то при смещении его влево сила F1 будет направлена влево и будет возрастать, а сила F2 убывать. Результирующая сила, действующая на заряд q, будет направлена в ту же сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. влево. Под действием этой силы заряд q будет уходить от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда q вправо. Заряд будет уходить от положение равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

$m1=m2=m$
$q1=q2=q$
L
α
$\rho=1.5\times10^3$ кг/м^3
$\varepsilon=2.2$

$\rho_0=?$



На каждый заряд действуют четыре силы: $Fe=\dfrac{q\times q}{4\pi\times\varepsilon\times\varepsilon_0\times R^2}$ – сила Кулона, mg – сила притяжения, T – сила натяжения нити и сила Архимеда F_A. Так как заряды находятся в равновесии, то из третьего закона Ньютона получаем, что сумма всех сил действующих на заряд равна нулю. Поэтому суммы сил проектируемые на ось X и ось Y тоже равны нулю:

на X: $T\times\sin(\alpha/2)=Fe$
на Y: $T\times\cos(\alpha/2)=mg-F_A$.

Делим первое на второе и получаем $tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{Fe}{mg-F_A}$ - условие равновесия заряда. Сила Архимеда равна $F_A=\rho_0\times V\times g$, где V – объем шарика. Тогда масса шарика равна $m=\rho\times V$. Поэтому $tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{Fe}{V\times g(\rho-\rho_0)}$.

В случае когда шарик находится в воздухе ($\varepsilon=1$ – диэлектрическая проницаемость и $\rho_0=0$ – плотность воздуха почти ноль) имеем $tg\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{Fe}{V\times g\times\rho}=\dfrac{q^2}{4\pi\times\varepsilon_0\times R^2\times V\times g\times\rho}$.

В случае когда шарик находится в масле имеем

$$tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{Fe}{V\times g\times(\rho-\rho_0)}=\frac{q^2}{4\pi\times\varepsilon\times\varepsilon_0\times R^2\times V\times g\times(\rho-\rho_0)}.$$

Так как углы α равны, то

$$\frac{q^2}{4\pi\times\varepsilon_0\times R^2\times V\times g\times\rho}=\frac{q^2}{4\pi\times\varepsilon\times\varepsilon_0\times R^2\times V\times g\times(\rho-\rho_0)}$$

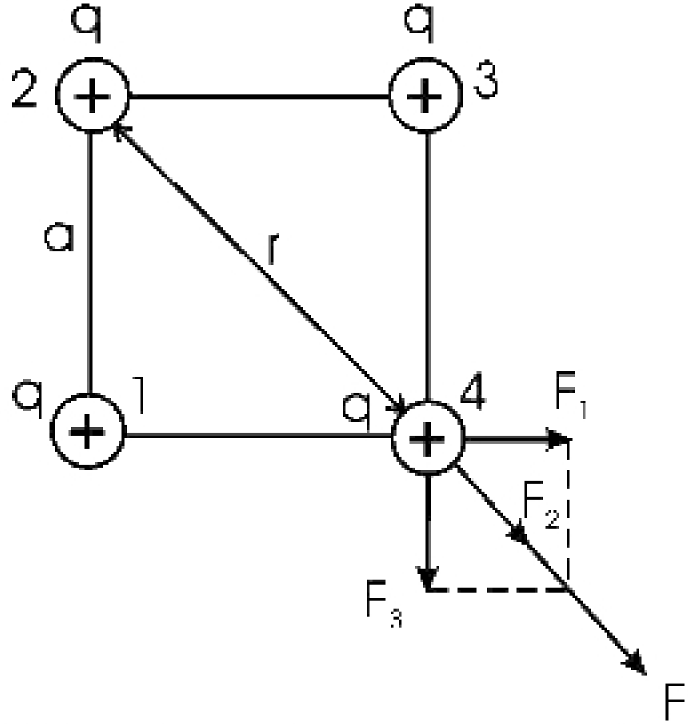
Откуда искомая величина $\rho_0=\rho-\dfrac{\rho}{\varepsilon}=\rho\times\left(\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)$. Подставляем числа.

$$\rho0=1.5\times10^3\text{кг}/\text{м}^3\times\left(\frac{2.2-1}{2.2}\right)=0.82\times10^3\text{кг}/\text{м}^3.$$

q1=q2=q3=q=40нКл

a = 10 см

F = ?



Сила с которой действует заряд q1 на заряд q4 определяется из закона Кулона: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q4|}{a^2}$, где ε – диэлектрическая постоянная. В нашем случае она равна ε=1.

В нашем случае все заряды одинаковы, поэтому сила F_1=F_3= $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{|q| \times |q|}{a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{a^2}$.

Из рисунка видно, что искомая сила $F=F_2+F_3=F_2+2 \times F_1 \times \cos 45°$ (так как сила F направлена по биссектрисе угла).

Сила с которой действует заряд q2 на заряд q4 равна: $F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{(\sqrt{2} \times a)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{2 \times a^2}$. (Здесь $r = \sqrt{2}a$ как видно из рисунка).

Подставляем в $F= F_2+2 \times F_1 \times \cos 45°$ и получаем

$$F = \frac{2\sqrt{2}+1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q^2}{2 \times a^2} = \frac{2\sqrt{2}+1}{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12}\,Ф/м} \times \frac{(40 \times 10^{-9}\,Кл)^2}{2 \times (0{,}1м)^2} =$$

$=2{,}76 \times 10^{-3}$Н=2,76мН.

R=20 см

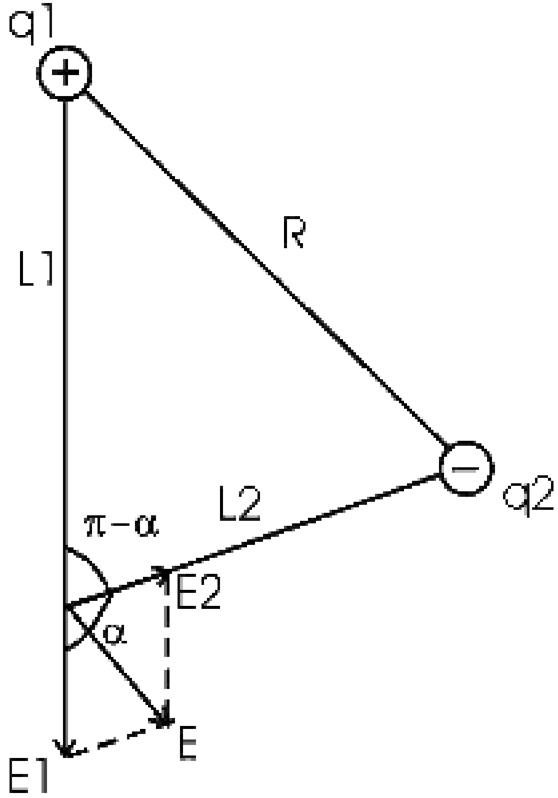
L1=30 см

L2=15 см

q1=30мкКл

q2= −20мкКл

E = ?



Напряженность поля точечного заряда q на расстоянии r: $|E| = \dfrac{q}{4\pi\times\varepsilon_0\times r^2}$.

Поэтому напряженность поля от первого заряда q1 на расстоянии L1: $|E1| = \dfrac{q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times(L1)^2}$, а от второго $|E2| = \dfrac{q2}{4\pi\times\varepsilon_0\times(L2)^2}$.

Пользуясь принципом суперпозиции получаем $\overline{E} = \overline{E1} + \overline{E2}$ (Это векторные величины, а нам нужны скалярные).

Модуль вектора E найдем по теореме косинусов:

$$|E| = \sqrt{|E1|^2 + |E2|^2 + 2|E1|\times|E2|\cos\alpha} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\times\varepsilon_0}\sqrt{\left(\frac{q1}{(L1)^2}\right)^2 + \left(\frac{q2}{(L2)^2}\right)^2 + \frac{2\times|q1|\times|q2|}{(L2)^2\times(L2)^2}\cos\alpha}.$$

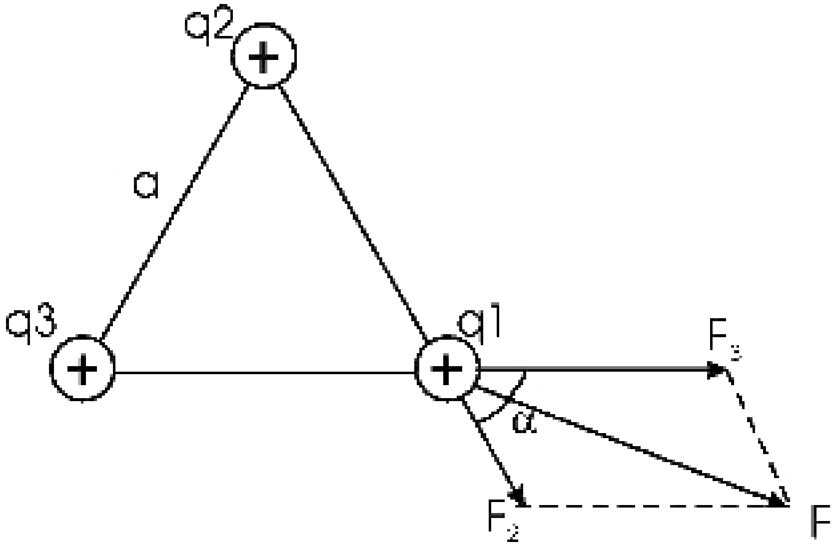
Здесь угол α – угол между векторами E1 и E2, который может быть найден из треугольника со сторонами L1, L2 и R: $\cos\alpha = \dfrac{R^2 - L1^2 - L2^2}{2\times L1\times L2}$. Подставляем числа.

$$\cos\alpha = \frac{(0.2\text{м})^2 - (0,3\text{м})^2 - (0,15\text{м})^2}{2\times(0,3\text{м})\times(0,15\text{м})} = -0,8056$$. Подставляем:

$$|E| = \frac{1}{4\times3,14\times8,85\times10^{-12}}\sqrt{\left(\frac{30\times10^{-6}}{(0,3)^2}\right)^2 + \left(\frac{-20\times10^{-6}}{(0,15)^2}\right)^2 + 2\frac{30\times20\times10^{-12}}{(0,3)^2\times(0,15)^2}(-0.8056)}\,\text{В/м} =$$

$=5.86\times10^6$ В/м = 5.86 МВ/м.

a = 10 см	
q1=10мкКл	
q2=–20 мкКл	
q3=30 мкКл	
F = ?	



Сила с которой действует заряд q2 на заряд q1 определяется из закона Кулона:

$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q2|}{a^2}$, где ε – диэлектрическая постоянная. В нашем случае она равна ε=1.

Сила с которой действует заряд q3 на заряд q1: $F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q3|}{a^2}$.

Пользуясь принципом суперпозиции получаем $\overline{F} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$ (Это векторные величины, а нам нужны скалярные).

Модуль вектора F найдем по теореме косинусов:

$$|F| = \sqrt{|F_2|^2 + |F_3|^2 + 2|F_2| \times |F_3| \cos\alpha} =$$

$$= \frac{1}{4\pi \times \varepsilon_0 \times a^2} \sqrt{(q1 \times q2)^2 + (q1 \times q3)^2 + 2 \times |q1|^2 \times |q2| \times |q3| \cos\alpha}.$$

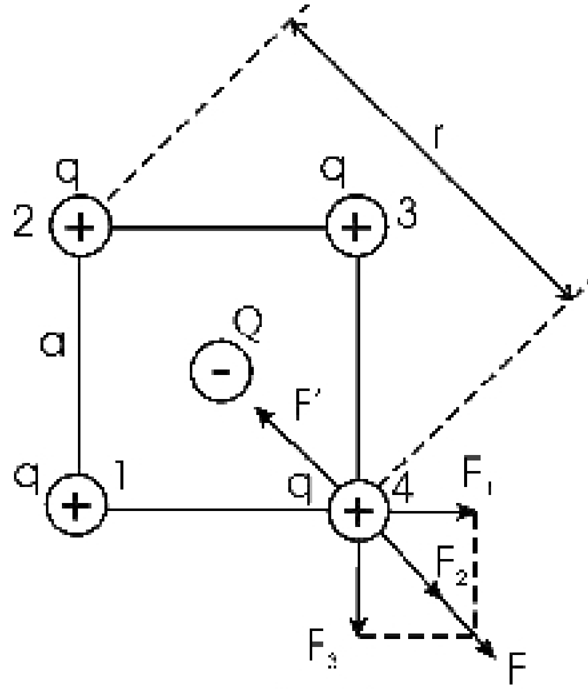
Из рисунка видно, что угол α равен углу равностороннего треугольника α=60°.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$|F| = \frac{\sqrt{\left(10 \times 20 \times 10^{-12}\right)^2 + \left(10 \times 30 \times 10^{-12}\right)^2 + 2\left|10 \times 10^{-6}\right|^2 \left|-20 \times 10^{-6}\right| \times \left|30 \times 10^{-6}\right| \cos 60^\circ}}{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (0.1)^2} H =$$

$$= 392H \approx 400H.$$

$q1=q2=q3=q=$ $=8\times10^{-10}$ Кл
$Q=?$



Сила с которой действует заряд q1 на заряд q4 определяется из закона Кулона: $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\times\frac{|q1|\times|q4|}{a^2}$, где ε – диэлектрическая постоянная. В нашем случае она равна ε=1.

В нашем случае все заряды одинаковы, поэтому сила $F_1=F_3=$ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{|q|\times|q|}{a^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q^2}{a^2}$.

Из рисунка видно, что сила $F=F_2+F_3=F_2+2\times F_1\times\cos45°$ (так как сила F направлена по биссектрисе угла).

Сила с которой действует заряд q2 на заряд q4 равна: $F_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q^2}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q^2}{(\sqrt{2}\times a)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q^2}{2\times a^2}$. (Здесь $r=\sqrt{2}a$ как видно из рисунка).

Подставляем в $F=F_2+2\times F_1\times\cos45°$ и получаем $F=\frac{2\sqrt{2}+1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q^2}{2\times a^2}$.

Сила притяжения заряда q4 к заряду в центре квадрата равна $F'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{|Q|\times|q4|}{(r/2)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{|Q|\times|q|}{(a\sqrt{2}/2)^2}$. Для того, чтобы заряд q4 был уравновешен необходимо чтобы F'=F. Поэтому $\frac{2\sqrt{2}+1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q^2}{2\times a^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{2\times|Q|\times|q|}{a^2}$, откуда

$$|Q|=\frac{(2\sqrt{2}+1)q}{4}=\frac{(2\sqrt{2}+1)\times8\times10^{-10}\,\text{Кл}}{4}=7{,}66\times10^{-10}\,\text{Кл}.$$

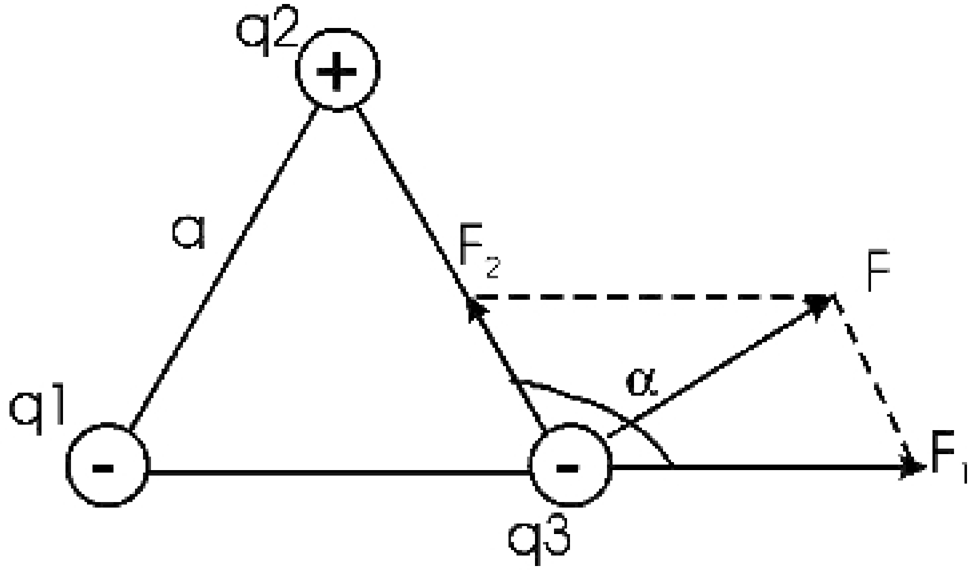
a = 20 см

q1=–50нКл

q2=100 нКл

q3=–10 нКл

F = ?



Сила с которой действует заряд q2 на заряд q3 определяется из закона Кулона:

$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q2| \times |q3|}{a^2}$, где ε – диэлектрическая постоянная. В нашем случае она равна ε=1.

Сила с которой действует заряд q1 на заряд q3: $F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q3|}{a^2}$.

Пользуясь принципом суперпозиции получаем $\overline{F} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$ (Это векторные величины, а нам нужны скалярные).

Модуль вектора F найдем по теореме косинусов:

$$|F| = \sqrt{|F_2|^2 + |F_1|^2 + 2|F_2| \times |F_1| \cos\alpha} =$$

$$= \frac{1}{4\pi \times \varepsilon_0 \times a^2} \sqrt{(q2 \times q3)^2 + (q1 \times q3)^2 + 2 \times |q3|^2 \times |q1| \times |q2| \cos\alpha}.$$

Из рисунка видно, что угол α равен α=180°–60°=120°.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$|F| = \frac{\sqrt{\left(100 \times 10 \times 10^{-18}\right)^2 + \left(50 \times 10 \times 10^{-18}\right)^2 + 2\left|10 \times 10^{-9}\right|^2 \left|-50 \times 10^{-9}\right| \times \left|100 \times 10^{-9}\right| \cos 120^\circ}}{4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (0.2)^2} \text{Н} =$$

$=2 \times 10^{-4}$Н = 0,2мН.

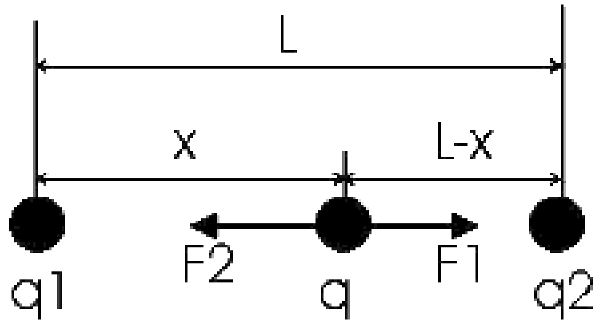
$q1 = 2$ нКл

$q2 = 4$ нКл

$L = 60$ см

$x = ?$

$q = ?$



Силы взаимодействия определим из закона Кулона:

$F1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q|}{x^2}$, $F2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q| \times |q2|}{(L-x)^2}$. Эти силы должны быть противоположны по направлению и одинаковыми по модулю (3-й закон Ньютона). Тогда $\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q|}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q| \times |q2|}{(L-x)^2}$. Откуда $\frac{(L-x)^2}{x^2} = \frac{q2}{q1}$. Откуда $\frac{(L-x)}{x} = \sqrt{\frac{q2}{q1}}$. Искомая величина равна $x = \frac{L}{1+\sqrt{\frac{q2}{q1}}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$x = \frac{0.6\text{м}}{1+\sqrt{\frac{4\times10^{-9}\,\text{Кл}}{2\times10^{-9}\,\text{Кл}}}} = 0{,}25\text{м} = 25\text{см}.$$

То есть между зарядами на расстоянии 25 см от заряда q1.

Для того, чтобы заряд q1 находился в равновесии необходимо, чтобы сила взаимодействия между q1 и q2: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q2|}{L^2}$ была равна силе взаимодействия между q1 и q: $F1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{|q1| \times |q|}{x^2}$. То есть $\frac{|q1| \times |q2|}{L^2} = \frac{|q1| \times |q|}{x^2}$. Откуда заряд равен $q = \frac{|q2| \times x^2}{L^2}$. А так как $x = \frac{L}{1+\sqrt{\frac{q2}{q1}}}$, то $q = \frac{|q2| \times L^2}{L^2 \times \left(1+\sqrt{\frac{q2}{q1}}\right)^2} = \frac{|q2|}{\left(1+\sqrt{\frac{q2}{q1}}\right)^2} = \frac{|4\text{нКл}|}{\left(1+\sqrt{\frac{4\text{нКл}}{2\text{нКл}}}\right)^2} = 0.69\text{нКл}$.

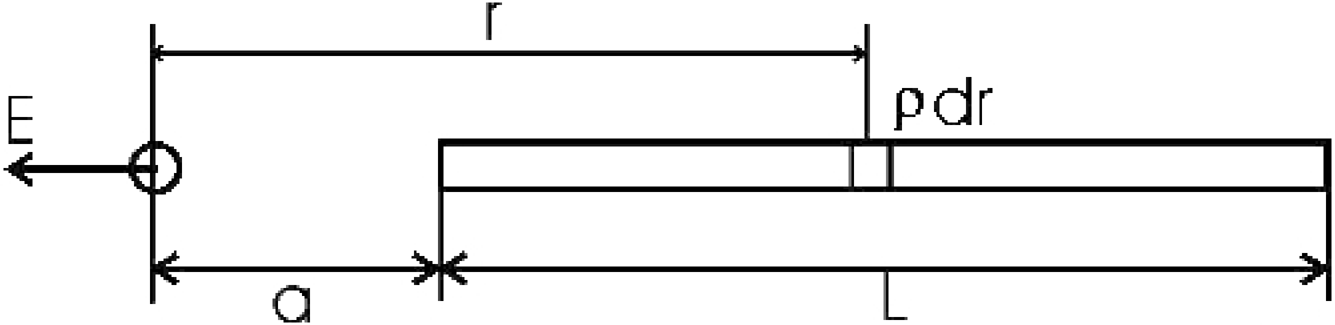
Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Если заряд q положителен, то при смещении его влево сила F1 возрастает, а сила F2 убывает. Результирующая сила, действующая на заряд q, будет направлена в противоположную сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. вправо. Под действием этой силы заряд q будет возвращаться в положение равновесия. То же происходит и при смещении заряда q вправо. Сила F1 убывает, а F2 возрастает. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена влево. Заряд под действием этой силы будет перемещаться влево, т. е. возвращаться в положение равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является устойчивым. Если же заряд q будет отрицательным, то равновесие будет неустойчивым

$a = 20$ см

$Q=0.1$ мкКл

$L = 20$ см

$E = ?$



Определим напряженность dE, созданную элементарным зарядом $dq=\rho\times dr$ на расстоянии r (см. рис.) $dE = \dfrac{dq}{4\pi\times\varepsilon_0\times r^2} = \dfrac{\rho\times dr}{4\pi\times\varepsilon_0\times r^2}$, где $\rho = \dfrac{Q}{L}$ – линейная плотность зарядов стержня. Тогда полная напряженность равна интегралу

$$E = \int dE = \int_a^{a+L}\frac{\rho\times dr}{4\pi\times\varepsilon_0\times r^2} = -\frac{\rho}{4\pi\times\varepsilon_0\times r}\Bigg|_a^{a+L} = \frac{\rho}{4\pi\times\varepsilon_0\times a} - \frac{\rho}{4\pi\times\varepsilon_0\times(a+L)}.$$

Так как $\rho = \dfrac{Q}{L}$, то $E = \dfrac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times L}\times\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{a+L}\right)$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

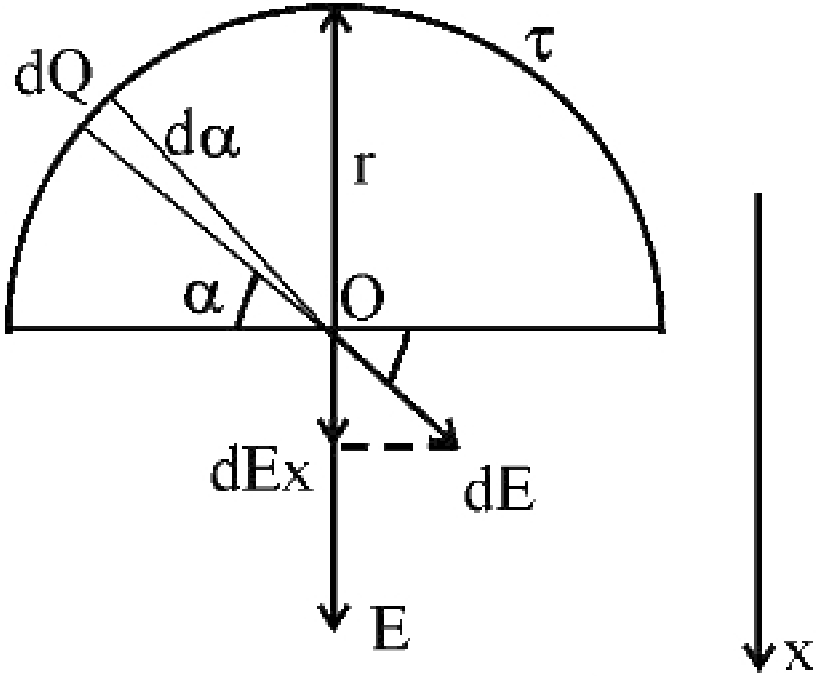
$$E = \frac{0.1\times10^{-6}\,\text{Кл}}{4\times3{,}14\times8{,}85\times10^{-12}\,\Phi/\text{м}\times0{,}2\text{м}}\times\left(\frac{1}{0.2\text{м}} - \frac{1}{0.2\text{м}+0{,}2\text{м}}\right) = 11{,}25\times10^{3}\,\text{В/м} = .$$

$=11{,}25$кВ/м.

r = 10 см

τ = 1 мкКл/м

E = ?



Заряд всего кольца равен $Q = \int dQ = \tau \times \pi r$, где τ – линейная плотность.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\alpha$ в центре круга O, равна

$$dE = \frac{dQ}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Ввиду симметрии задачи, суммарная напряженность E будет направлена вдоль оси x, а другие проекции равны нулю.

Вклад в E дает только проекция вектора dE на ось x:

$$dEx = dE \times \sin\alpha = \frac{dQ \times \sin\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Полная напряженность равна интегралу:

$$E = \int dEx = \int_0^{\pi} \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = -\frac{\tau \times \cos\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}\Bigg|_0^{\pi} = \frac{2 \times \tau}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r} = \frac{\tau}{2\pi \times \varepsilon_0 \times r}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

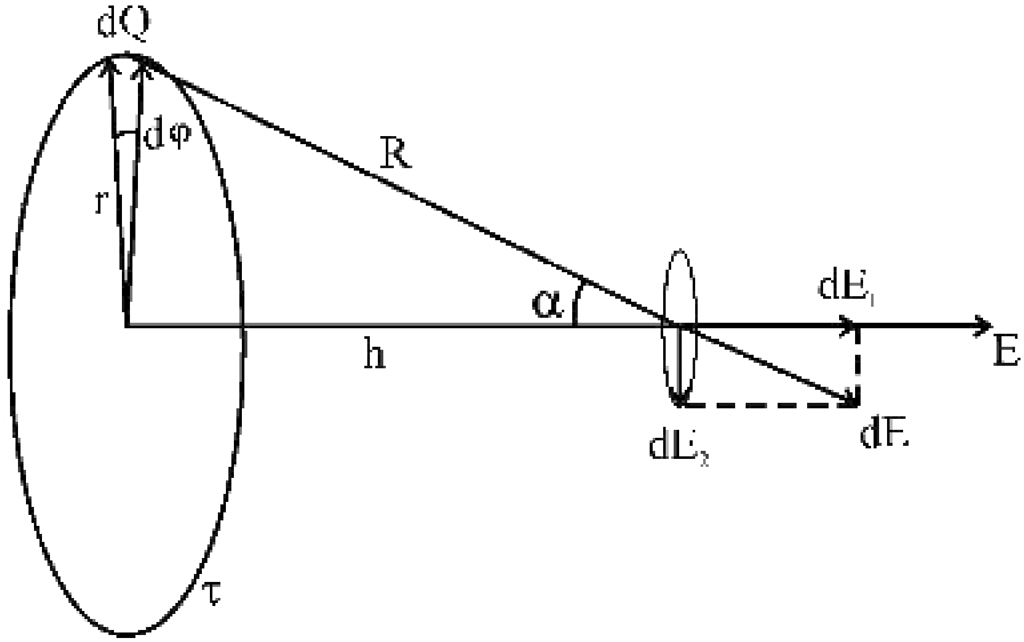
$$E = \frac{10^{-6} \text{Кл/м}}{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12} \text{Ф/м} \times 0{,}1\text{м}} = 1{,}8 \times 10^5 \text{В/м} = 180 \text{кВ/м}.$$

$Q = 0{,}2$ мкКл

$r = 10$ см

$R = 20$ см

$E = ?$



Заряд всего кольца равен $Q = \int dQ = \tau \times 2\pi r$, где τ – линейная плотность. Откуда $\tau = \dfrac{Q}{2\pi \times r}$.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\varphi$ в точке, отстоящей на расстоянии R от кольца, равна $dE = \dfrac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2}$.

Из рисунка видно, что проекции $dE_1 = dE \times \cos\alpha$ и $dE_2 = dE \times \sin\alpha$. Где $\sin\alpha = \dfrac{r}{R}$. Ввиду симметрии задачи сумма всех проекций $\sum dE_2 = 0$ (см. рис.). Остальные проекции dE_1 дают вклад в общую напряженность поля E.

Тогда $E = \int dE_1 = \int\limits_0^{2\pi} \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha \times d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha \times 2\pi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha}{2\varepsilon_0 \times R^2}$.

Так как $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\dfrac{r}{R}\right)^2}$, то $E = \dfrac{\tau \times r \times \sqrt{R^2 - r^2}}{2\varepsilon_0 \times R^3}$.

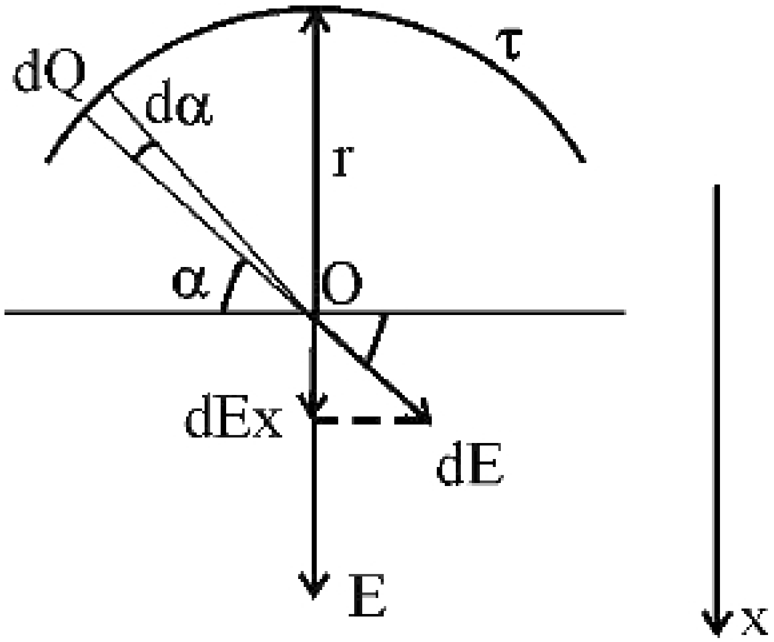
Подставляем $\tau = \dfrac{Q}{2\pi \times r}$ и тогда $E = \dfrac{Q \times \sqrt{R^2 - r^2}}{4\pi\varepsilon_0 \times R^3}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$E = \frac{0.2 \times 10^{-6}\,\text{Кл} \times \sqrt{(0{,}2\text{м})^2 - (0{,}1\text{м})^2}}{4\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,\Phi/\text{м} \times (0{,}2\text{м})^3} = 3{,}9 \times 10^4\,\text{В/м} = 39\text{кВ/м}$$

$r = 10$ см
$Q = 50$ нКл

$E = ?$



Заряд всего кольца (его трети) равен $Q = \int dQ = \tau \times \frac{2\pi}{3} r$, где τ – линейная плотность. Откуда $\tau = \frac{Q \times 3}{2\pi r}$.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\alpha$ в центре круга O, равна

$$dE = \frac{dQ}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Ввиду симметрии задачи, суммарная напряженность E будет направлена вдоль оси x, а другие проекции равны нулю.

Вклад в E дает только проекция вектора dE на ось x:

$$dEx = dE \times \sin\alpha = \frac{dQ \times \sin\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Полная напряженность равна интегралу:

$$E = \int dEx = \int\limits_{\pi/6}^{5\pi/6} \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = -\frac{\tau \times \cos\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}\Bigg|_{\pi/6}^{5\pi/6} = \frac{\sqrt{3} \times \tau}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}.$$

Так как $\tau = \frac{Q \times 3}{2\pi r}$, то $E = \frac{\sqrt{3} \times Q \times 3}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r \times 2\pi r} = \frac{3\sqrt{3} \times Q}{8\pi^2 \times \varepsilon_0 \times r^2}$

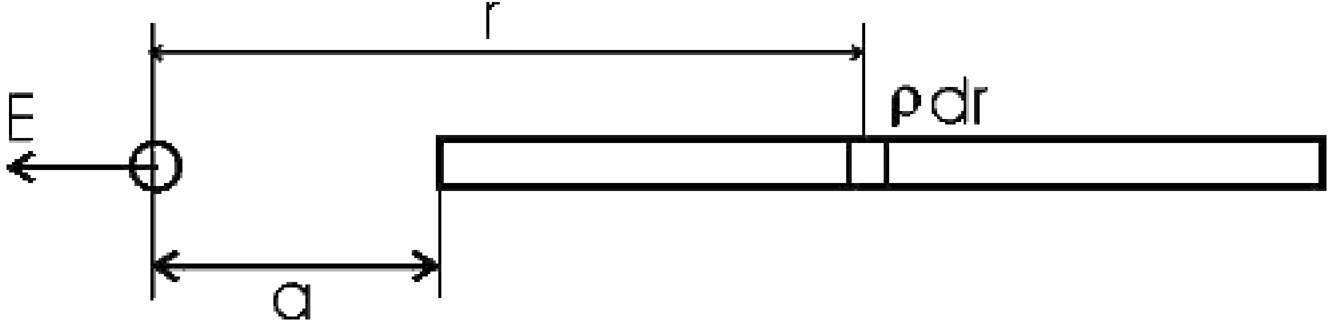
Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$E = \frac{3\sqrt{3} \times 50 \times 10^{-9}\,\text{Кл}}{8\pi^2 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,\text{Ф/м} \times (0{,}1\,\text{м})^2} = 3{,}7 \times 10^4\,\text{В/м} = 37\,\text{кВ/м}.$$

$a = 20$ см

$\rho = 0{,}5$ мкКл/м

$E = ?$



Определим напряженность dE, созданную элементарным зарядом $dq = \rho \times dr$ на расстоянии r (см. рис.) $dE = \dfrac{dq}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = \dfrac{\rho \times dr}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}$, где ρ – линейная плотность зарядов стержня. Тогда полная напряженность равна интегралу

$$E = \int dE = \int\limits_a^{+\infty} \frac{\rho \times dr}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = -\frac{\rho}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}\Bigg|_a^{+\infty} = \frac{\rho}{4\pi \times \varepsilon_0 \times a}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

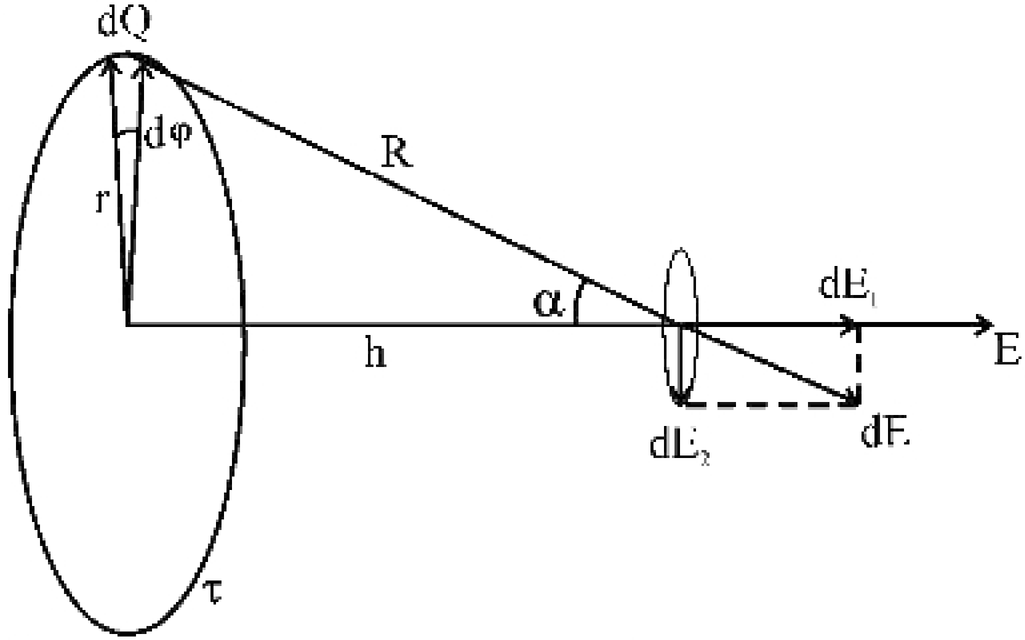
$$E = \frac{0.5 \times 10^{-6}\,\text{Кл / м}}{4 \times 3{,}14 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,\Phi\,/\,\text{м} \times 0{,}2\text{м}} = 22{,}5 \times 10^{3}\,\text{В / м} = 22{,}5\text{кВ/м}.$$

τ=0,2 мкКл/м

r =10 см

$h = 2r$=20см

$E = ?$



Заряд всего кольца равен $Q = \int dQ = \tau \times 2\pi r$, где τ – линейная плотность. Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\varphi$ в точке, отстоящей на расстоянии R от кольца, равна $dE = \dfrac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2}$.

Из рисунка видно, что проекции $dE_1 = dE \times \cos\alpha$ и $dE_2 = dE \times \sin\alpha$. Где $\cos\alpha = \dfrac{h}{R}$. Ввиду симметрии задачи сумма всех проекций $\sum dE_2 = 0$ (см. рис.). Остальные проекции dE_1 дают вклад в общую напряженность поля E.

Тогда $E = \int dE_1 = \int\limits_0^{2\pi} \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha \times d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha \times 2\pi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha}{2\varepsilon_0 \times R^2}$.

Так как $\cos\alpha = \dfrac{h}{R}$, то $E = \dfrac{\tau \times r \times h}{2\varepsilon_0 \times R^3}$. Кроме того из рисунка видно, что

$R = \sqrt{r^2 + h^2}$, поэтому $E = \dfrac{\tau \times r \times h}{2\varepsilon_0 \times (r^2 + h^2)^{3/2}}$.

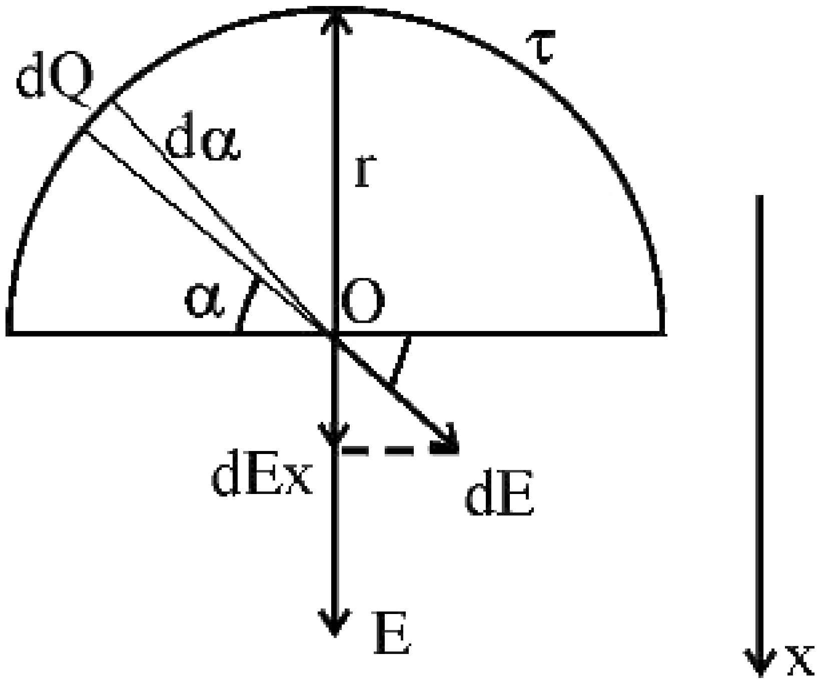
Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$E = \frac{0.2 \times 10^{-6}\,Кл/м \times 0.1м \times 0,2м}{2 \times 8,85 \times 10^{-12}\,Ф/м \times ((0,1м)^2 + (0,2м)^2)^{3/2}} = 2 \times 10^4\,В/м = 20кВ/м.$$

$Q = 20$ мкКл

$\tau = 0{,}1$ мкКл/м

$E = ?$



Заряд всего кольца равен $Q = \int dQ = \tau \times \pi r$, где τ – линейная плотность.

Откуда радиус кольца $r = \dfrac{Q}{\tau \times \pi}$.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\alpha$ в центре круга O, равна

$$dE = \frac{dQ}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Ввиду симметрии задачи, суммарная напряженность E будет направлена вдоль оси x, а другие проекции равны нулю.

Вклад в E дает только проекция вектора dE на ось x:

$$dEx = dE \times \sin\alpha = \frac{dQ \times \sin\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Полная напряженность равна интегралу:

$$E = \int dEx = \int_0^{\pi} \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = -\frac{\tau \times \cos\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}\Bigg|_0^{\pi} = \frac{2 \times \tau}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r} = \frac{\tau}{2\pi \times \varepsilon_0 \times r}.$$

Подставляем $r = \dfrac{Q}{\tau \times \pi}$ и получаем $E = \dfrac{\tau^2 \times \pi}{2\pi \times \varepsilon_0 \times Q} = \dfrac{\tau^2}{2 \times \varepsilon_0 \times Q}$.

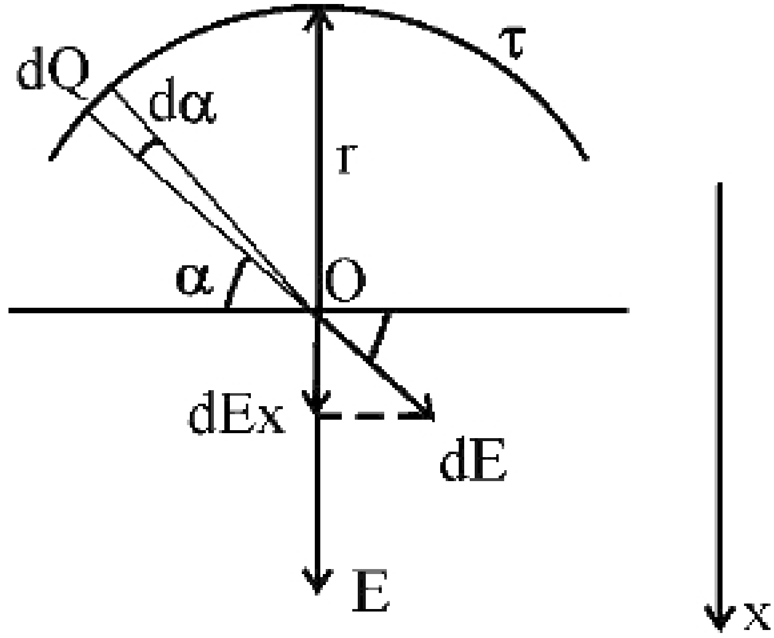
Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$E = \frac{(0.1 \times 10^{-6}\ \text{Кл}/\text{м})^2}{2 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\ \Phi/\text{м} \times 20 \times 10^{-6}\ \text{Кл}} = 28\text{В}/\text{м}.$$

$r = 10$ см

$Q = 0.05$ мкКл

$E = ?$



Заряд всего кольца (его четверти) равен $Q = \int dQ = \tau \times \dfrac{\pi}{2} r$, где τ – линейная плотность. Откуда $\tau = \dfrac{Q \times 2}{\pi r}$.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\alpha$ в центре круга O, равна

$$dE = \frac{dQ}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Ввиду симметрии задачи, суммарная напряженность E будет направлена вдоль оси x, а другие проекции равны нулю.

Вклад в E дает только проекция вектора dE на ось x:

$$dEx = dE \times \sin\alpha = \frac{dQ \times \sin\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Полная напряженность равна интегралу:

$$E = \int dEx = \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = -\frac{\tau \times \cos\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}\Bigg|_{\pi/4}^{3\pi/4} = \frac{\sqrt{2} \times \tau}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}.$$

Так как $\tau = \dfrac{Q \times 2}{\pi r}$, то $E = \dfrac{\sqrt{2} \times Q \times 2}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r \times \pi r} = \dfrac{\sqrt{2} \times Q}{2\pi^2 \times \varepsilon_0 \times r^2}$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

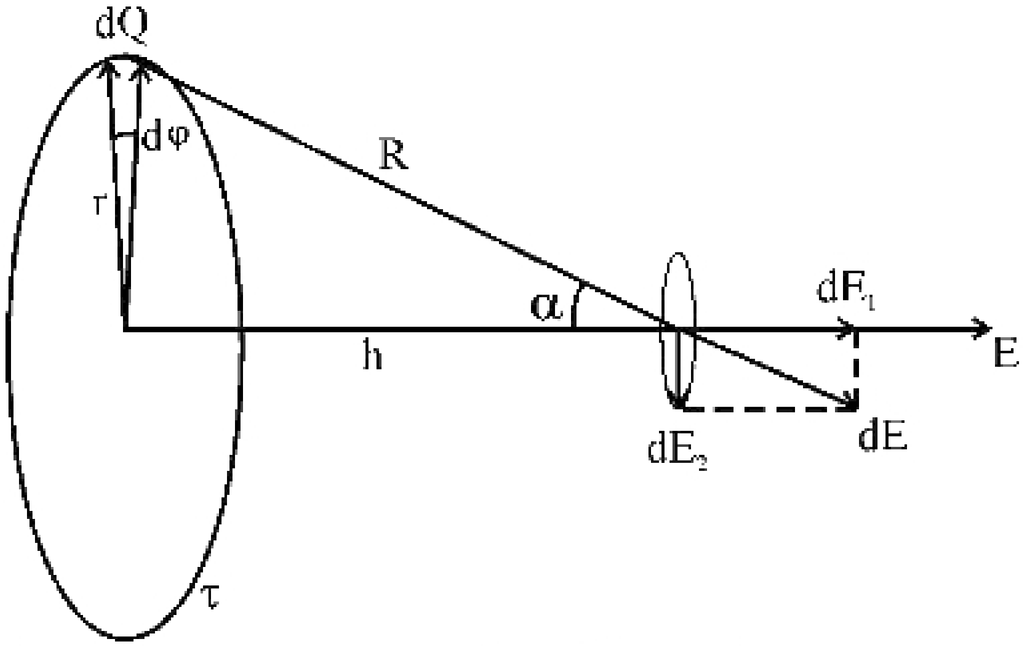
$$E = \frac{\sqrt{2} \times 0.05 \times 10^{-6}\,\text{Кл}}{2\pi^2 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,\text{Ф/м} \times (0{,}1\,\text{м})^2} = 4{,}1 \times 10^4\,\text{В/м} = 41\,\text{кВ/м}.$$

Q=10 нКл

τ=0,01мкКл/м

h = r

E = ?



Заряд всего кольца равен $Q = \int dQ = \tau \times 2\pi r$, где τ – линейная плотность.

Откуда радиус кольца равен $r = \dfrac{Q}{2\pi \times \tau}$.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\varphi$ в точке, отстоящей на расстоянии R от кольца, равна $dE = \dfrac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2}$.

Из рисунка видно, что проекции $dE_1 = dE \times \cos\alpha$ и $dE_2 = dE \times \sin\alpha$. Где $\cos\alpha = \dfrac{h}{R}$. Ввиду симметрии задачи сумма всех проекций $\sum dE_2 = 0$ (см. рис.). Остальные проекции dE_1 дают вклад в общую напряженность поля E.

Тогда $E = \int dE_1 = \int\limits_0^{2\pi} \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha \times d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha \times 2\pi}{4\pi\varepsilon_0 \times R^2} = \dfrac{\tau \times r \times \cos\alpha}{2\varepsilon_0 \times R^2}$.

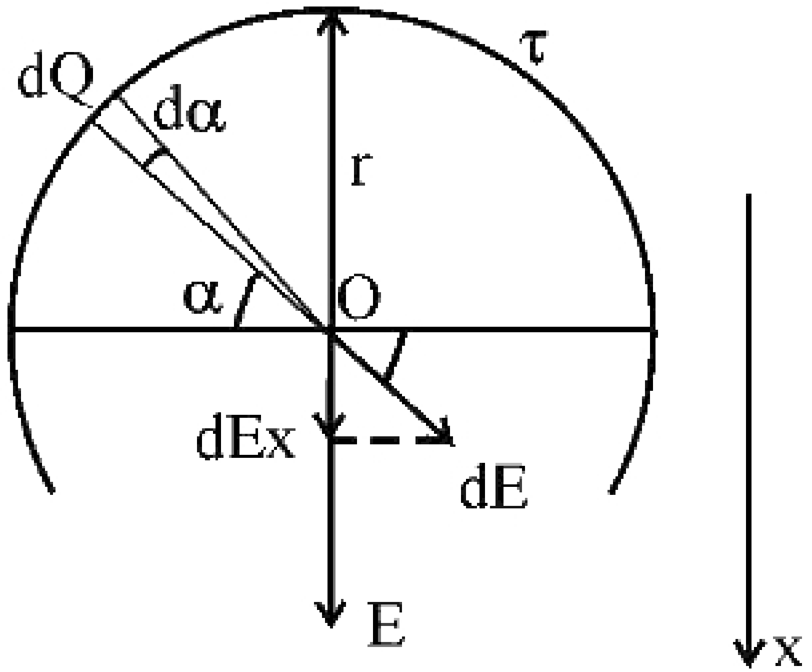
Так как $\cos\alpha = \dfrac{h}{R}$, то $E = \dfrac{\tau \times r \times h}{2\varepsilon_0 \times R^3}$. Кроме того из рисунка видно, что $R = \sqrt{r^2 + h^2}$, поэтому $E = \dfrac{\tau \times r \times h}{2\varepsilon_0 \times (r^2 + h^2)^{3/2}}$. Так как h=r, то $E = \dfrac{\tau \times r^2}{2\varepsilon_0 \times r^3 \times (2)^{3/2}} = \dfrac{\tau}{2\varepsilon_0 \times r \times (2)^{3/2}}$. Нам известен радиус $r = \dfrac{Q}{2\pi \times \tau}$,

поэтому $E = \dfrac{2\pi \times \tau^2}{2\varepsilon_0 \times Q \times (2)^{3/2}} = \dfrac{\pi \times \tau^2}{\varepsilon_0 \times Q \times (2)^{3/2}}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$E = \frac{3.14 \times (0.01 \times 10^{-6}\,\text{Кл/м})^2}{8{,}85 \times 10^{-12}\,\text{Ф/м} \times 10^{-8}\,\text{Кл} \times (2)^{3/2}} = 1250\,\text{В/м}.$$

r = 10 см τ=0,2 мкКл/м
E = ?



Заряд всего кольца (его две трети) равен $Q = \int dQ = \tau \times \frac{4\pi}{3} r$, где τ – линейная плотность. Откуда $\tau = \frac{Q \times 3}{4\pi r}$.

Напряженность от заряда $dQ = \tau \times r \times d\alpha$ в центре круга O, равна

$$dE = \frac{dQ}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Ввиду симметрии задачи, суммарная напряженность E будет направлена вдоль оси x, а другие проекции равны нулю.

Вклад в E дает только проекция вектора dE на ось x:

$$dEx = dE \times \sin\alpha = \frac{dQ \times \sin\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2}.$$

Полная напряженность равна интегралу:

$$E = \int dEx = \int_{-\pi/6}^{7\pi/6} \frac{\tau \times r \times \sin\alpha \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r^2} = -\frac{\tau \times \cos\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}\Bigg|_{-\pi/6}^{7\pi/6} = \frac{\sqrt{3} \times \tau}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$E = \frac{\sqrt{3} \times 0.2 \times 10^{-6}\ Кл/м}{4\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}\ Ф/м \times 0{,}1м} = 3{,}1 \times 10^4\ В/м = 31кВ/м.$$

R

2R

$\sigma1=4\sigma$

$\sigma2=\sigma$

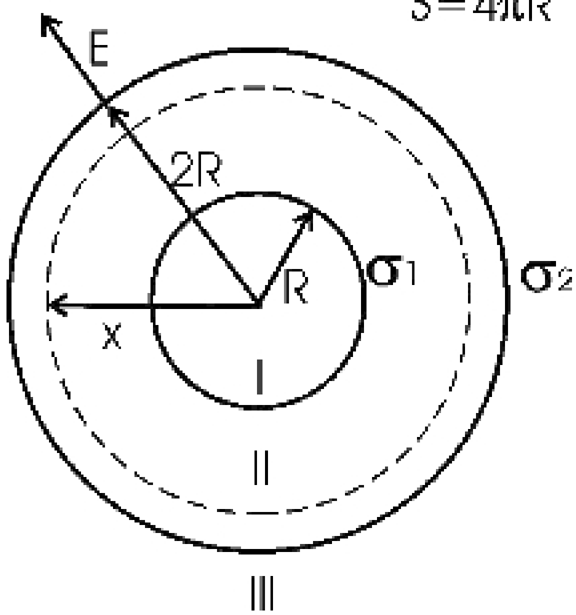
$\sigma=30$ нКл/м²

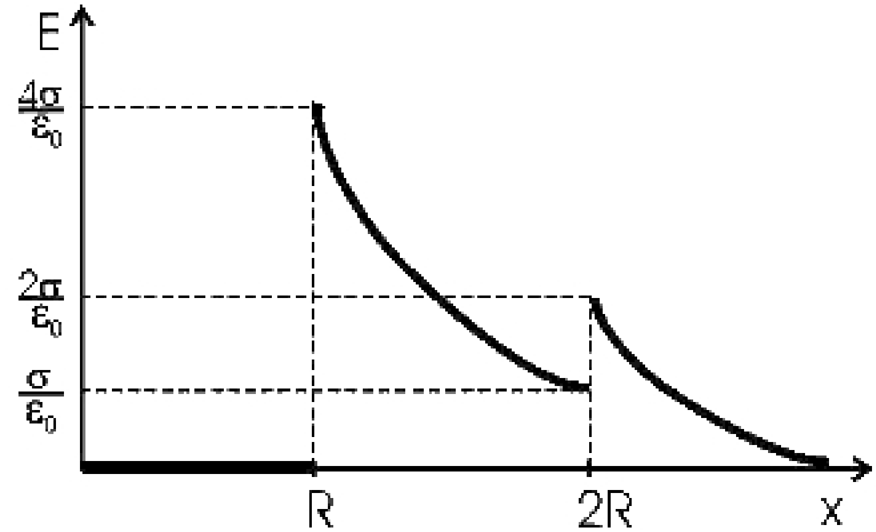
$r=1{,}5R$

$E(x)=?$

$E(r)=?$

$S=4\pi R^2$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E\times S=\frac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$Ф/м – электрическая постоянная. В нашем случае площадь сферы на расстоянии x: $S=4\pi\times x^2$. Поэтому $E\times4\pi\times x^2=\frac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E=\frac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}$. Нам осталось найти заряд внутри сферы для трех разных случаев:

1) $0<x<R$. В этом случае внутри нет зарядов и Q=0. Поэтому E=0.
2) $R\le x<2R$. В этом случае первая сфера целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q=\sigma1\times S1=\sigma1\times4\pi\times R^2$. Тогда $E=\frac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\frac{\sigma1\times4\pi\times R^2}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\frac{\sigma1\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$. В нашем случае $\sigma1=4\sigma$ и поэтому $E=\frac{4\sigma\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$.

   Тогда $E(r)=\frac{4\sigma\times R^2}{\varepsilon_0\times(1.5R)^2}=\frac{4\times30\times10^{-9}\,\text{Кл}/\text{м}^2}{8{,}85\times10^{-12}\,\text{Ф}/\text{м}\times(1.5)^2}=1{,}5\text{кВ}/\text{м}$.
3) $2R\le x<+\infty$. В этом случае первая и вторая сфера целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q=\sigma1\times S1+\sigma2\times S2=\sigma1\times4\pi\times R^2+\sigma2\times4\pi\times(2R)^2$.

Тогда $E=\frac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\frac{4\pi\times\left(\sigma1\times R^2+\sigma2\times(2R)^2\right)}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\frac{(\sigma1+4\times\sigma2)\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$. В нашем случае $\sigma1=\sigma$ и $\sigma2=4\sigma$ поэтому $E=\frac{8\times\sigma\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$.

R

$2R$

$\sigma 1=\sigma$

$\sigma 2=-\sigma$

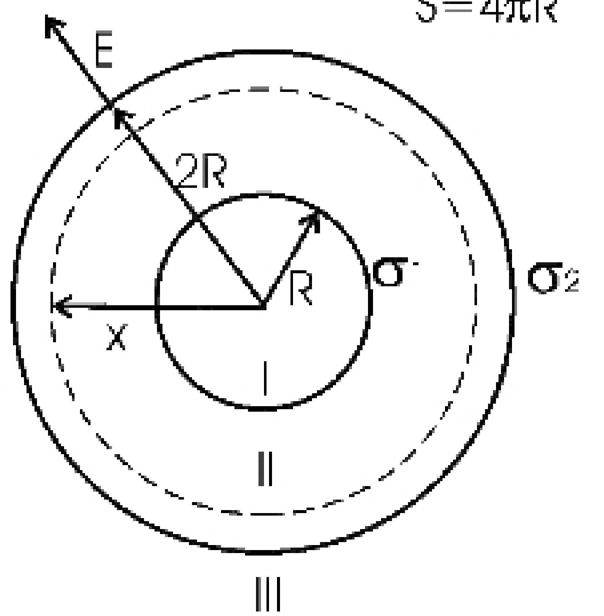
$\sigma=0{,}1$ мкКл/м²

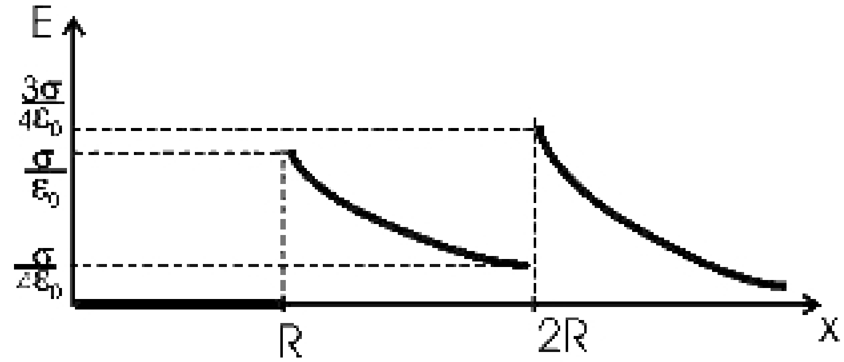
$r=3R$

$E(x)=?$

$E(r)=?$

$S=4\pi R^2$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E\times S=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. В нашем случае площадь сферы на расстоянии x: $S=4\pi\times x^2$. Поэтому $E\times4\pi\times x^2=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E=\dfrac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}$. Нам осталось найти заряд внутри сферы для трех разных случаев:

1) $0<x<R$. В этом случае внутри нет зарядов и $Q=0$. Поэтому $E=0$.
2) $R\le x<2R$. В этом случае первая сфера целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q=\sigma1\times S1=\sigma1\times4\pi\times R^2$. Тогда $E=\dfrac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\dfrac{\sigma1\times4\pi\times R^2}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\dfrac{\sigma1\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$. В нашем случае $\sigma1=\sigma$ и поэтому $E=\dfrac{\sigma\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$.

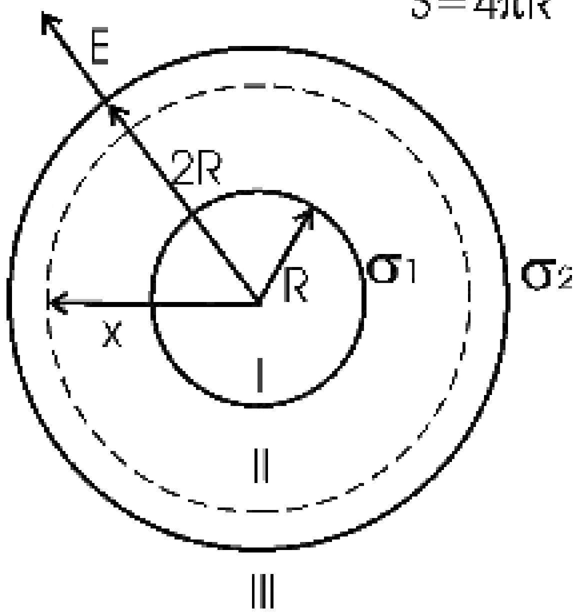
3) $2R\le x<+\infty$. В этом случае первая и вторая сфера целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен
$Q=\sigma1\times S1+\sigma2\times S2=\sigma1\times4\pi\times R^2+\sigma2\times4\pi\times(2R)^2$.

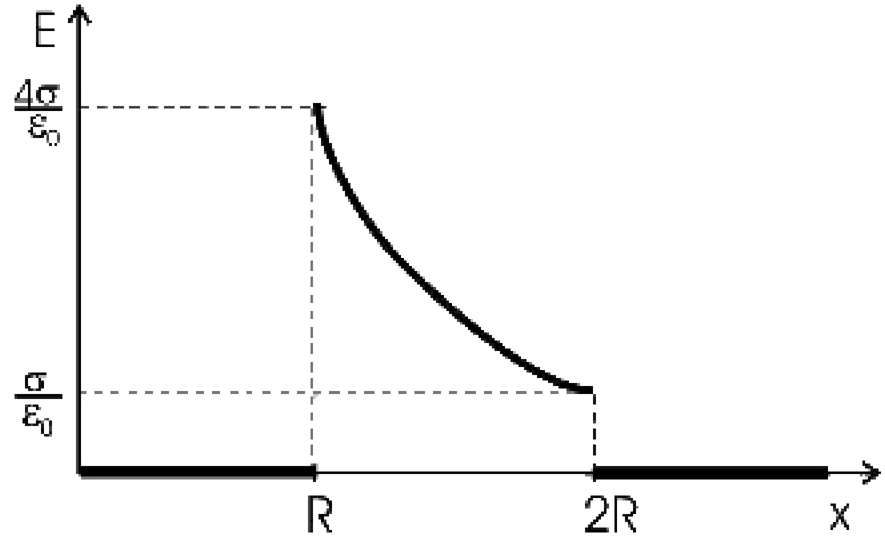
Тогда $E=\dfrac{Q}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\dfrac{4\pi\times\left(\sigma1\times R^2+\sigma2\times(2R)^2\right)}{4\pi\times\varepsilon_0\times x^2}=\dfrac{(\sigma1+4\times\sigma2)\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$. В нашем случае $\sigma1=\sigma$ и $\sigma2=-\sigma$ поэтому $E=-\dfrac{3\times\sigma\times R^2}{\varepsilon_0\times x^2}$. Знак минус указывает на то, что поле в этой области направлено в противоположную сторону оси x. Но мы считаем только модуль и поэтому его знак минус нужно убрать.

Тогда $E(r)=\dfrac{3\sigma\times R^2}{\varepsilon_0\times(3R)^2}=\dfrac{0.1\times10^{-6}\,\text{Кл}/\text{м}^2}{8{,}85\times10^{-12}\,\text{Ф}/\text{м}\times3}=3{,}8\,\text{кВ}/\text{м}$.

R	
2R	
$\sigma 1 = -4\sigma$	
$\sigma 2 = \sigma$	
$\sigma = 50$ нКл/м²	
$r = 1{,}5R$	
$E(x) = ?$	
$E(r) = ?$	

$S = 4\pi R^2$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E \times S = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. В нашем случае площадь сферы на расстоянии x: $S = 4\pi \times x^2$. Поэтому $E \times 4\pi \times x^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2}$. Нам осталось найти заряд внутри сферы для трех разных случаев:

1) $0 < x < R$. В этом случае внутри нет зарядов и $Q = 0$. Поэтому $E = 0$.
2) $R \le x < 2R$. В этом случае первая сфера целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q = \sigma 1 \times S1 = \sigma 1 \times 4\pi \times R^2$. Тогда $E = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{\sigma 1 \times 4\pi \times R^2}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{\sigma 1 \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$. В нашем случае $\sigma 1 = -4\sigma$ и поэтому $|E| = \dfrac{4\sigma \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$.

   Тогда $E(r) = \dfrac{4\sigma \times R^2}{\varepsilon_0 \times (1.5R)^2} = \dfrac{4 \times 50 \times 10^{-9}\ Кл/м^2}{8{,}85 \times 10^{-12}\ Ф/м \times (1.5)^2} = 2{,}5 кВ/м$.
3) $2R \le x < +\infty$. В этом случае первая и вторая сфера целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен
   $Q = \sigma 1 \times S1 + \sigma 2 \times S2 = \sigma 1 \times 4\pi \times R^2 + \sigma 2 \times 4\pi \times (2R)^2$.

   Тогда $E = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{4\pi \times \left(\sigma 1 \times R^2 + \sigma 2 \times (2R)^2\right)}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{(\sigma 1 + 4 \times \sigma 2) \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$. В нашем случае $\sigma 1 = -4\sigma$ и $\sigma 2 = \sigma$ поэтому $|E| = \dfrac{0 \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2} = 0$. То есть поля нет.

R

2R

$\sigma 1 = -2\sigma$

$\sigma 2 = \sigma$

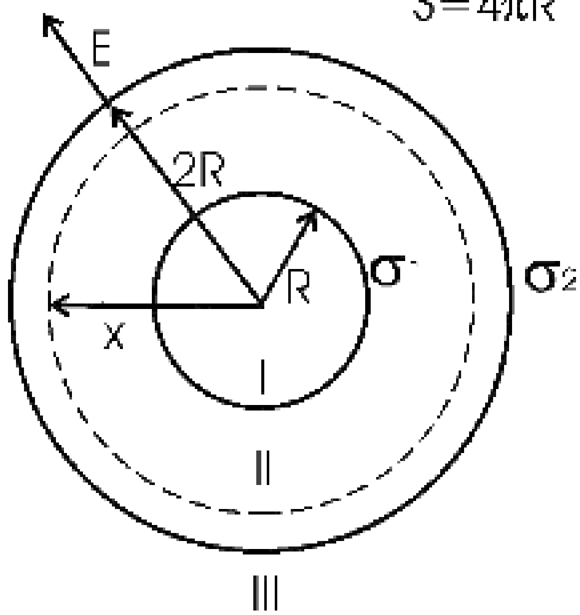
$\sigma = 0{,}1$ мкКл/м²

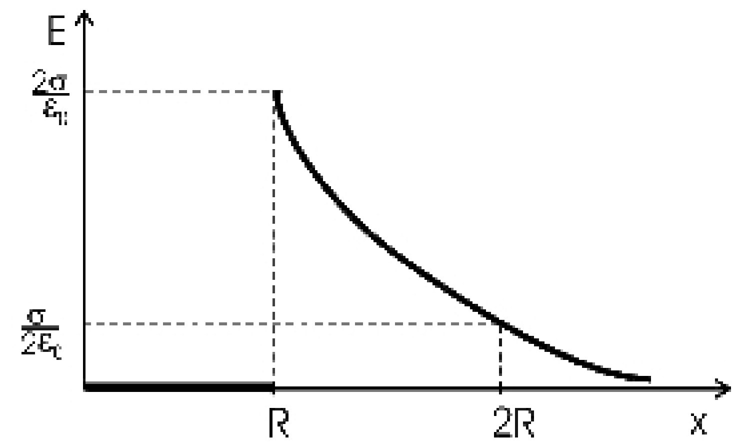
$r = 3R$

$E(x) = ?$

$E(r) = ?$

$S = 4\pi R^2$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E \times S = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. В нашем случае площадь сферы на расстоянии x: $S = 4\pi \times x^2$. Поэтому $E \times 4\pi \times x^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2}$. Нам осталось найти заряд внутри сферы для трех разных случаев:

1) $0 < x < R$. В этом случае внутри нет зарядов и $Q = 0$. Поэтому $E = 0$.
2) $R \le x < 2R$. В этом случае первая сфера целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q = \sigma 1 \times S1 = \sigma 1 \times 4\pi \times R^2$. Тогда $E = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{\sigma 1 \times 4\pi \times R^2}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{\sigma 1 \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$. В нашем случае $\sigma 1 = -2\sigma$ и поэтому $|E| = \dfrac{2\sigma \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$.

3) $2R \le x < +\infty$. В этом случае первая и вторая сфера целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен
$Q = \sigma 1 \times S1 + \sigma 2 \times S2 = \sigma 1 \times 4\pi \times R^2 + \sigma 2 \times 4\pi \times (2R)^2$.

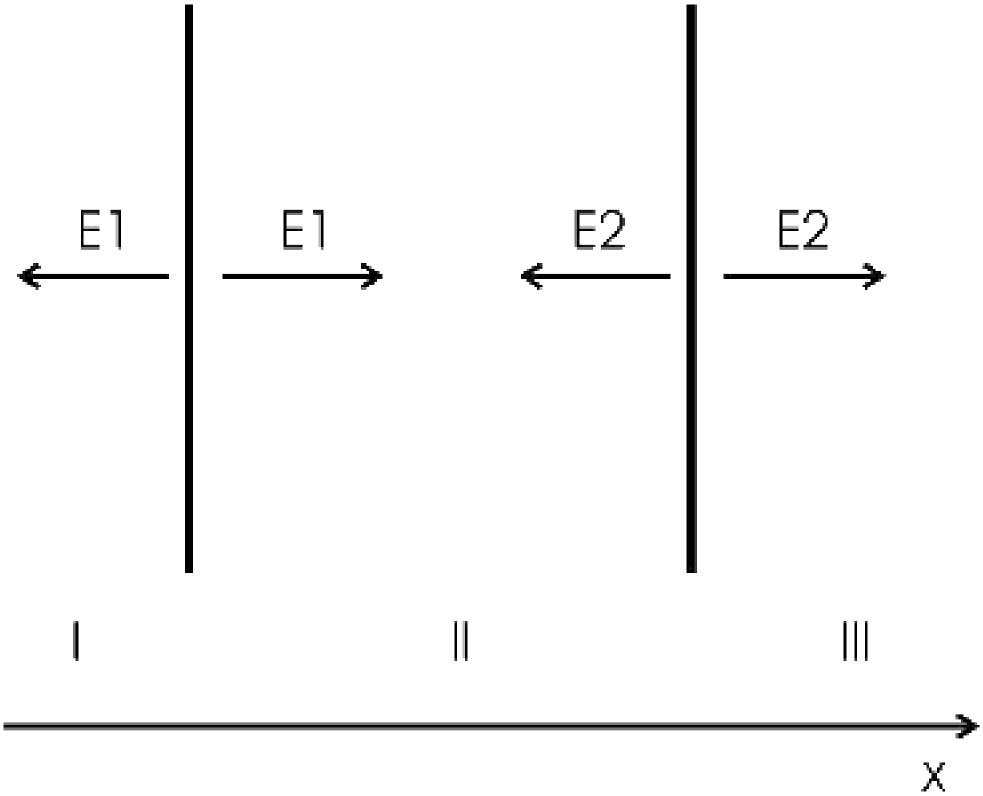
Тогда $E = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{4\pi \times \left(\sigma 1 \times R^2 + \sigma 2 \times (2R)^2\right)}{4\pi \times \varepsilon_0 \times x^2} = \dfrac{(\sigma 1 + 4 \times \sigma 2) \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$. В нашем случае $\sigma 1 = -2\sigma$ и $\sigma 2 = \sigma$ поэтому $|E| = \dfrac{2 \times \sigma \times R^2}{\varepsilon_0 \times x^2}$.

Тогда $E(r) = \dfrac{2\sigma \times R^2}{\varepsilon_0 \times (3R)^2} = \dfrac{2 \times 0.1 \times 10^{-6}\ Кл/м^2}{8{,}85 \times 10^{-12}\ Ф/м \times 3^2} = 2{,}5\ кВ/м$.

$\sigma 1 = 2\sigma$

$\sigma 2 = \sigma$

$E = ?$



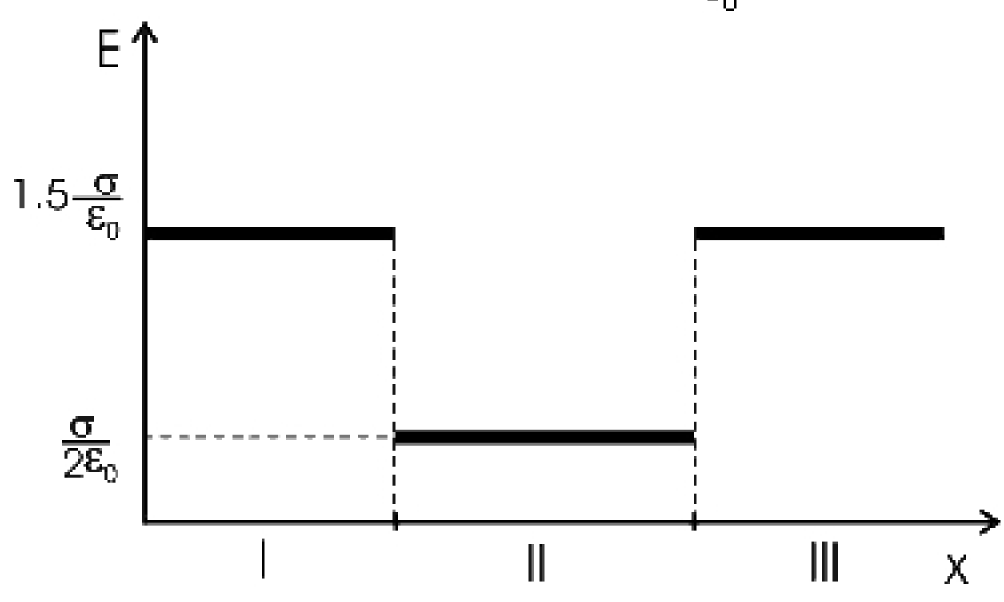
Воспользуемся принципом суперпозиции в каждой области.

В области I: E=E1+E2. Модуль $E1 = \dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}$, модуль $E2 = \dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}$, поэтому E= $\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0} + \dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{3\sigma}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{1.5\sigma}{\varepsilon_0}$. В этой области поле отлично от нуля.

В области II: E=E1–E2. поэтому $E = \dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{2\times\varepsilon_0}$.

В области III: $E = \dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0} + \dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{3\sigma}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{1.5\sigma}{\varepsilon_0}$. В этой области поле отлично от нуля.

Слева от плоскостей поле равно $E = \dfrac{1.5\sigma}{\varepsilon_0}$, и направлено влево (см. рис.).

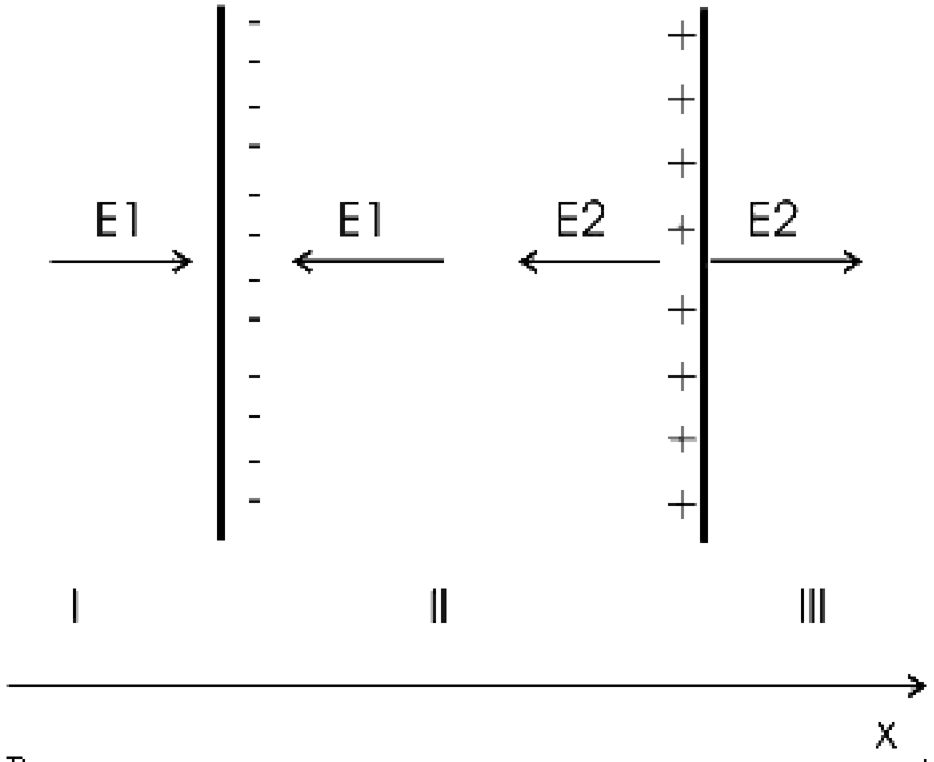


$\sigma 1 = -4\sigma$

$\sigma 2 = 2\sigma$

$\sigma = 40$ нКл/м^2

$E = ?$



Воспользуемся принципом суперпозиции в каждой области.

В области I: E=E1–E2. Модуль $E1 = \dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}$, модуль $E2 = \dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}$, поэтому

$|E| = \left|\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}\right| - \left|\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}\right| = \dfrac{2\sigma}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$. В этой области поле отлично от нуля.

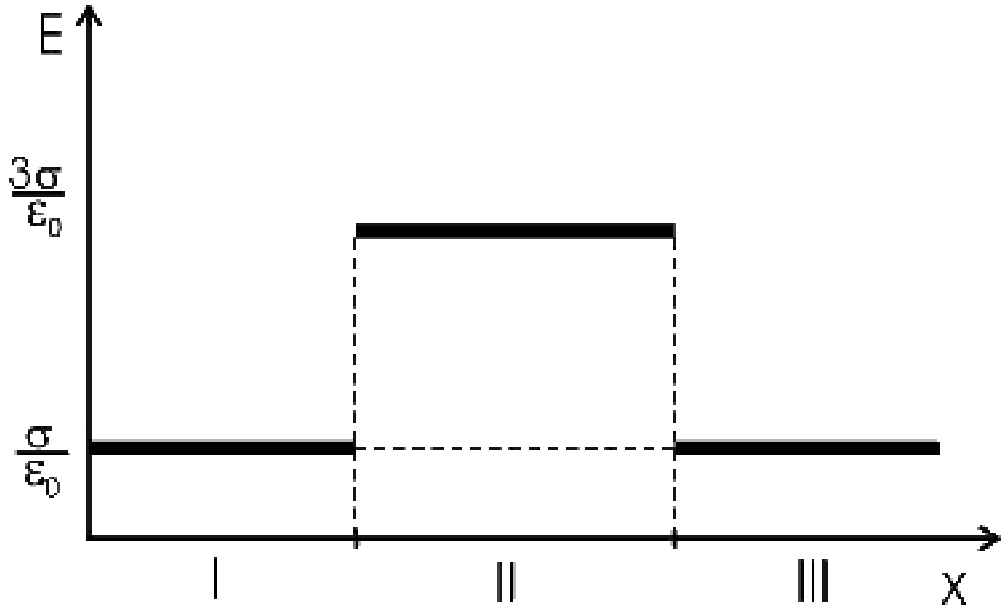
В области II: E=E1+E2. поэтому $|E| = \left|\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}\right| + \left|\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}\right| = \dfrac{6\sigma}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{3\sigma}{\varepsilon_0}$.

В области III: E=E2–E1

$|E| = \left|\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}\right| - \left|\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}\right| = \dfrac{2\sigma}{2\times\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$. В этой области поле отлично от нуля.

Между плоскостями поле равно $E = \dfrac{3\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{3\times 40\times 10^{-9}\ \text{Кл}/\text{м}^2}{8.85\times 10^{-12}\ \Phi/\text{м}} = 13{,}5\text{кВ}/\text{м}$,

и направлено влево (см. рис.).

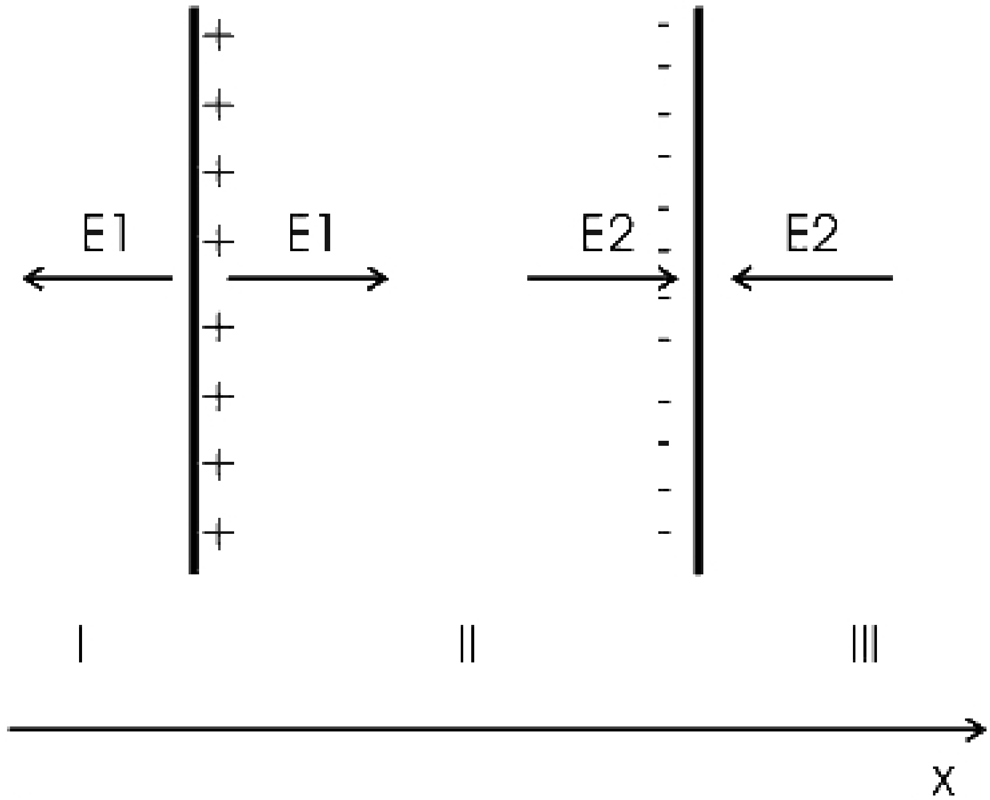


$\sigma 1=\sigma$

$\sigma 2=-2\sigma$

$\sigma=20$ нКл/м^2

$E = ?$



Воспользуемся принципом суперпозиции в каждой области.

В области I: E=E1–E2. Модуль $E1=\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}$, модуль $E2=\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}$, поэтому

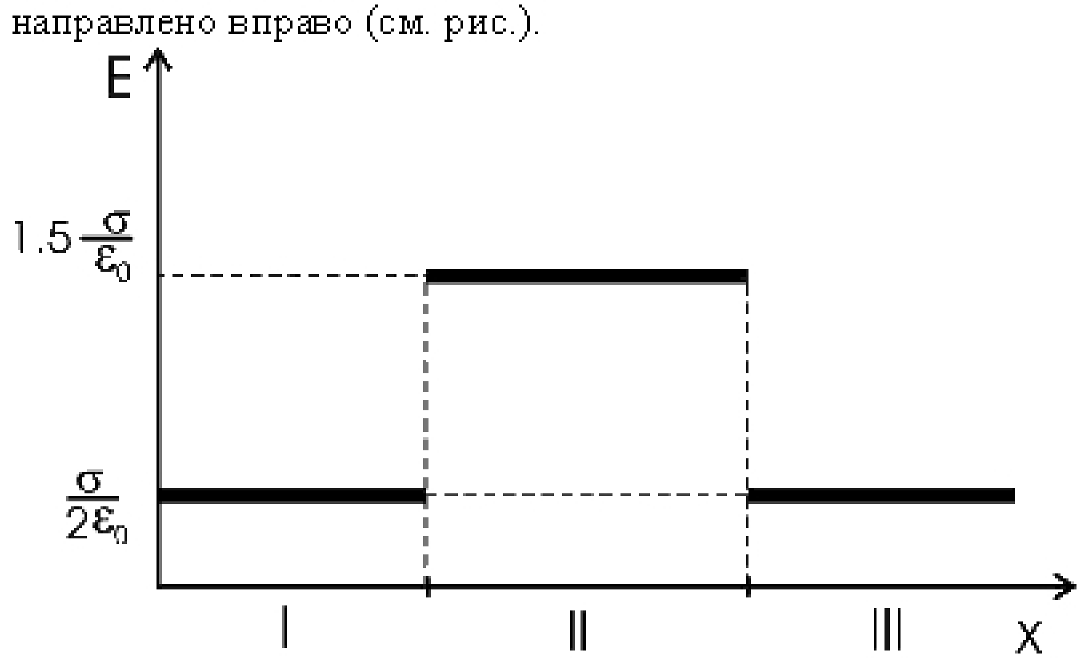
$|E|=\left|\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}\right|-\left|\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}\right|=\dfrac{\sigma}{2\times\varepsilon_0}$. В этой области поле отлично от нуля.

В области II: E=E1+E2. поэтому $|E|=\left|\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}\right|+\left|\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}\right|=\dfrac{3\sigma}{2\times\varepsilon_0}=\dfrac{1.5\sigma}{\varepsilon_0}$.

В области III: E=E2–E1

$|E|=\left|\dfrac{\sigma 2}{2\times\varepsilon_0}\right|-\left|\dfrac{\sigma 1}{2\times\varepsilon_0}\right|=\dfrac{\sigma}{2\times\varepsilon_0}$. В этой области поле отлично от нуля.

Между плоскостями поле равно $E=\dfrac{1.5\sigma}{\varepsilon_0}=\dfrac{1.5\times 20\times 10^{-9}\text{ Кл / м}^2}{8.85\times 10^{-12}\text{ Ф / м}}=3{,}4\text{кВ / м}$, и направлено вправо (см. рис.).



R

2R

$\sigma 1 = -2\sigma$

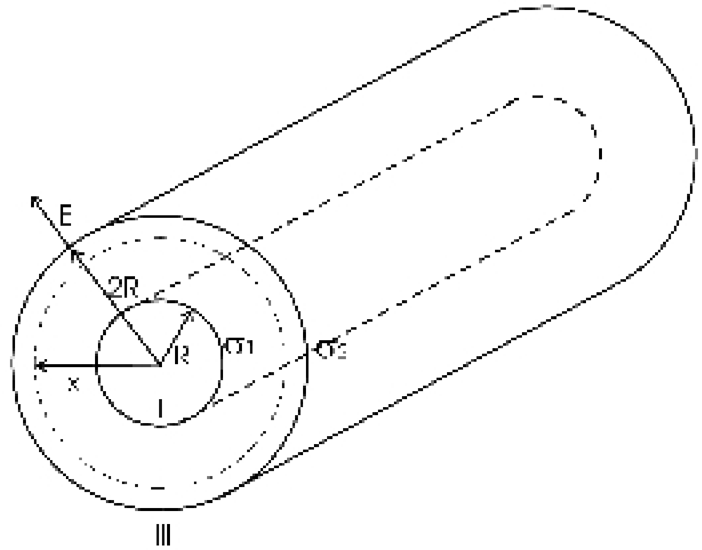
$\sigma 2 = \sigma$

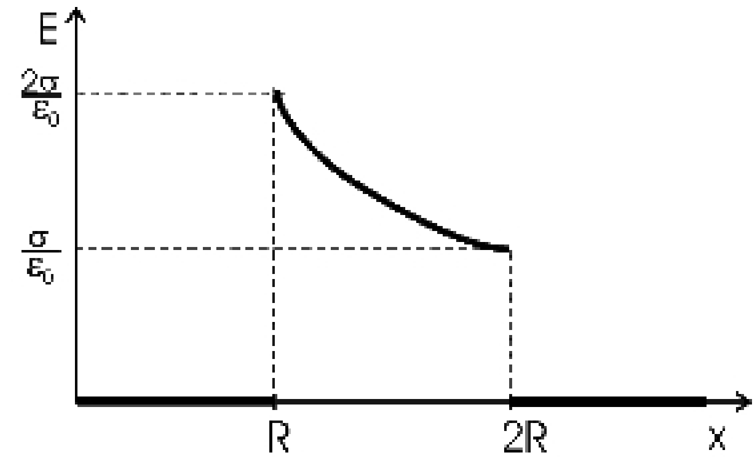
$\sigma = 50$ нКл/м^2

$r = 1{,}5R$

$E(x) = ?$

$E(r) = ?$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E \times S = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Пусть этой поверхностью будет цилиндрический контур обозначенный пунктиром (см. рис.)

В нашем случае площадь цилиндрического контура на расстоянии x: $S = 2\pi R \times L = 2\pi x \times L$. Поэтому $E \times 2\pi \times x \times L = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L}$. Нам осталось найти заряд внутри цилиндра для трех разных случаев:

1) $0<x<R$. В этом случае внутри нет зарядов и $Q=0$. Поэтому $E=0$.
2) $R \le x < 2R$. В этом случае первый цилиндр целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q = \sigma 1 \times S1 = \sigma 1 \times 2\pi \times R \times L$. Тогда $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{\sigma 1 \times 2\pi \times R \times L}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{\sigma 1 \times R}{\varepsilon_0 \times x}$. В нашем случае $\sigma 1 = -2\sigma$ и поэтому $|E| = \dfrac{2\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

   Тогда $E(r) = \dfrac{2\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times (1.5R)} = \dfrac{2 \times 50 \times 10^{-9}\ \text{Кл/м}^2}{8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{Ф/м} \times 1.5} = 7{,}5$ кВ/м.

$2R \le x < +\infty$. В этом случае первый и второй цилиндры целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен
$Q = \sigma 1 \times S1 + \sigma 2 \times S2 = \sigma 1 \times 2\pi \times R \times L + \sigma 1 \times 2\pi \times 2R \times L$.

Тогда $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{2\pi \times (\sigma 1 \times R \times L + \sigma 2 \times 2R \times L)}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{(\sigma 1 + 2 \times \sigma 2) \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

В нашем случае $\sigma 1 = -2\sigma$ и $\sigma 2 = \sigma$ поэтому $|E| = \dfrac{0 \times R}{\varepsilon_0 \times x} = 0$. То есть поля нет.

R

2R

$\sigma 1=\sigma$

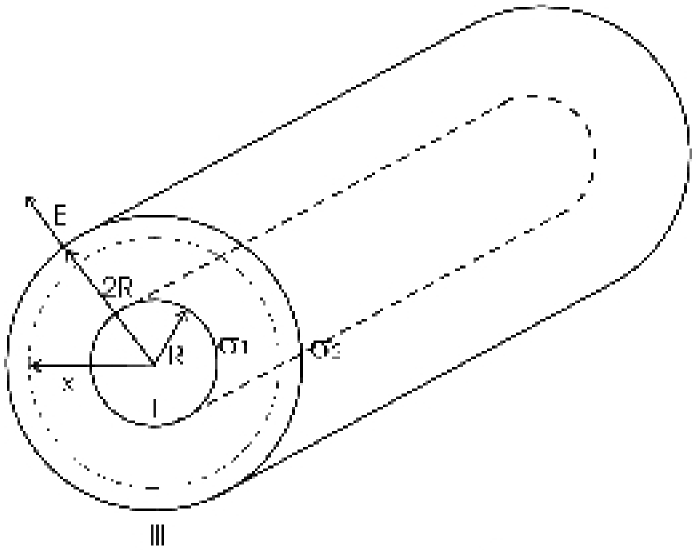
$\sigma 2=-\sigma$

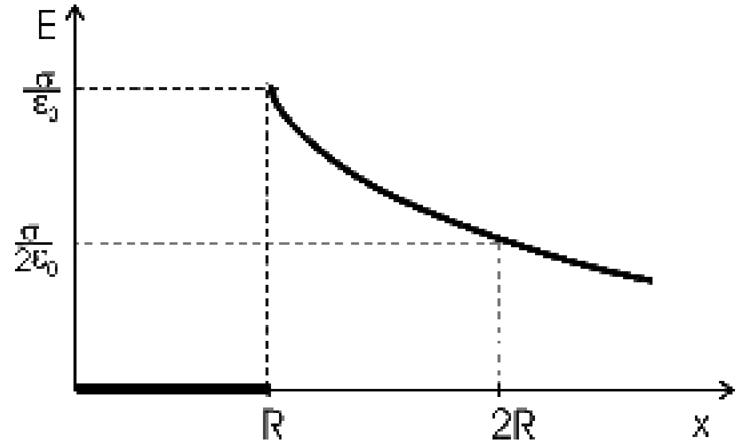
$\sigma=60$ нКл/м²

$r = 3R$

$E(x) = ?$

$E(r) = ?$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E \times S = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$Ф/м – электрическая постоянная. Пусть этой поверхностью будет цилиндрический контур обозначенный пунктиром (см. рис.)

В нашем случае площадь цилиндрического контура на расстоянии x: $S = 2\pi R \times L = 2\pi x \times L$. Поэтому $E \times 2\pi \times x \times L = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L}$. Нам осталось найти заряд внутри цилиндра для трех разных случаев:

1) $0<x<R$. В этом случае внутри нет зарядов и $Q=0$. Поэтому $E=0$.
2) $R\le x<2R$. В этом случае первый цилиндр целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q=\sigma 1\times S1=\sigma 1\times 2\pi\times R\times L$. Тогда $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{\sigma 1\times 2\pi \times R \times L}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{\sigma 1 \times R}{\varepsilon_0 \times x}$. В нашем случае $\sigma 1=\sigma$ и поэтому $|E| = \dfrac{\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

3) $2R\le x<+\infty$. В этом случае первый и второй цилиндры целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен
$Q=\sigma 1\times S1+\sigma 2\times S2=\sigma 1\times 2\pi\times R\times L+ \sigma 1\times 2\pi\times 2R\times L$.

Тогда $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{2\pi \times (\sigma 1 \times R \times L + \sigma 2 \times 2R \times L)}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{(\sigma 1 + 2 \times \sigma 2) \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

В нашем случае $\sigma 1=\sigma$ и $\sigma 2=-\sigma$ поэтому $|E| = \dfrac{\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

Тогда $E(r) = \dfrac{\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times (3R)} = \dfrac{60 \times 10^{-9}\ Кл / м^2}{8{,}85 \times 10^{-12}\ Ф / м \times 3} = 2{,}25 кВ / м$.

R

2R

$\sigma 1 = -\sigma$

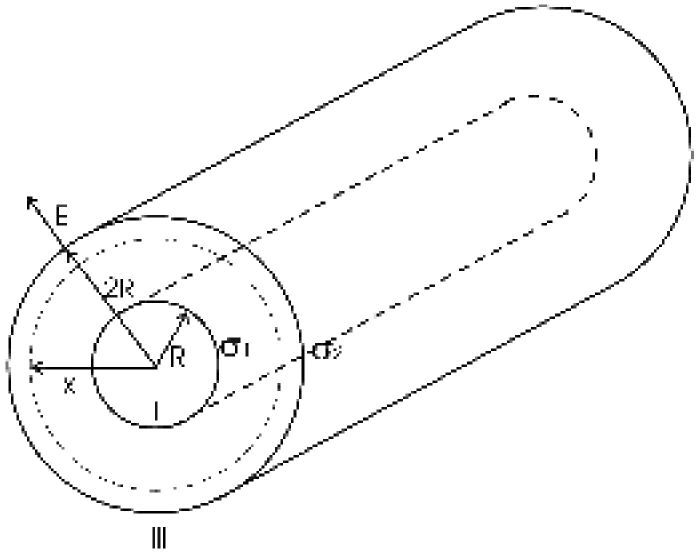
$\sigma 2 = 4\sigma$

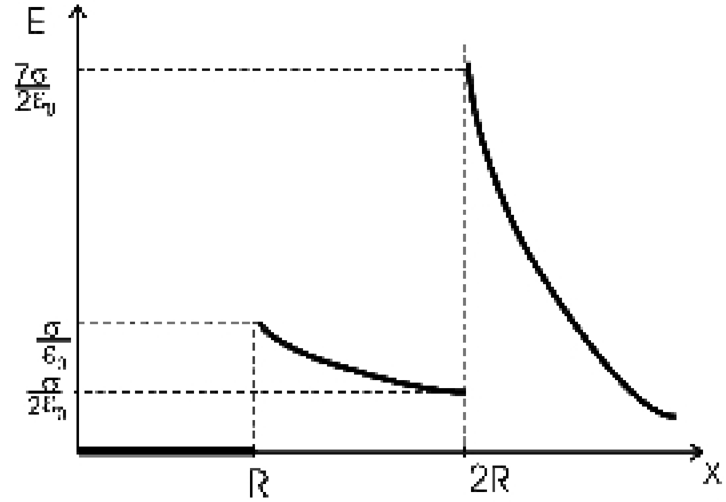
$\sigma = 30$ нКл/м^2

$r = 4R$

$E(x) = ?$

$E(r) = ?$





Воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой, поток напряженности E электрического поля через замкнутую поверхность S, с величиной заряда Q внутри этой поверхности, равен $\oint EdS = E \times S = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ (в системе СИ), где $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Пусть этой поверхностью будет цилиндрический контур обозначенный пунктиром (см. рис.)

В нашем случае площадь цилиндрического контура на расстоянии x: $S = 2\pi R \times L = 2\pi x \times L$. Поэтому $E \times 2\pi \times x \times L = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Или же $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L}$. Нам осталось найти заряд внутри цилиндра для трех разных случаев:

1) $0 < x < R$. В этом случае внутри нет зарядов и $Q=0$. Поэтому $E=0$.
2) $R \le x < 2R$. В этом случае первый цилиндр целиком лежит внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен $Q = \sigma 1 \times S1 = \sigma 1 \times 2\pi \times R \times L$. Тогда $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{\sigma 1 \times 2\pi \times R \times L}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{\sigma 1 \times R}{\varepsilon_0 \times x}$. В нашем случае $\sigma 1 = -\sigma$ и поэтому $|E| = \dfrac{\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

3) $2R \le x < +\infty$. В этом случае первый и второй цилиндры целиком лежат внутри нашей поверхности и поэтому заряд равен
$Q = \sigma 1 \times S1 + \sigma 2 \times S2 = \sigma 1 \times 2\pi \times R \times L + \sigma 1 \times 2\pi \times 2R \times L$.

Тогда $E = \dfrac{Q}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{2\pi \times (\sigma 1 \times R \times L + \sigma 2 \times 2R \times L)}{2\pi \times \varepsilon_0 \times x \times L} = \dfrac{(\sigma 1 + 2 \times \sigma 2) \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

В нашем случае $\sigma 1 = -\sigma$ и $\sigma 2 = 4\sigma$ поэтому $|E| = \dfrac{7\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times x}$.

Тогда $E(r) = \dfrac{7\sigma \times R}{\varepsilon_0 \times (4R)} = \dfrac{7 \times 30 \times 10^{-9}\ \text{Кл}/\text{м}^2}{8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{Ф}/\text{м} \times 4} = 5{,}9\text{кВ}/\text{м}$.

$q1=6$ нКл	
$q2=3$ нКл	
$r1=60$ см	
$r2=r1/2$	
$A=?$	

Потенциал поля точечного заряда q1 на расстоянии r: $\varphi = \dfrac{q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times r}$.

Работа по перемещению заряда с r1 до r2 равна разности потенциалов в этих точках умноженной на заряд q2:

$$A = q2\times\Delta\varphi = q2\times(\varphi 2-\varphi 1) = q2\times\left(\frac{q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times r2}-\frac{q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times r1}\right) = \frac{q1\times q2\times(r1-r2)}{4\pi\times\varepsilon_0\times r1\times r2}.$$

Нам известно, что $r2=r1/2$, поэтому $A = \dfrac{q1\times q2\times(r1-r1/2)}{4\pi\times\varepsilon_0\times r1\times r1/2} = \dfrac{q1\times q2}{4\pi\times\varepsilon_0\times r1}$.

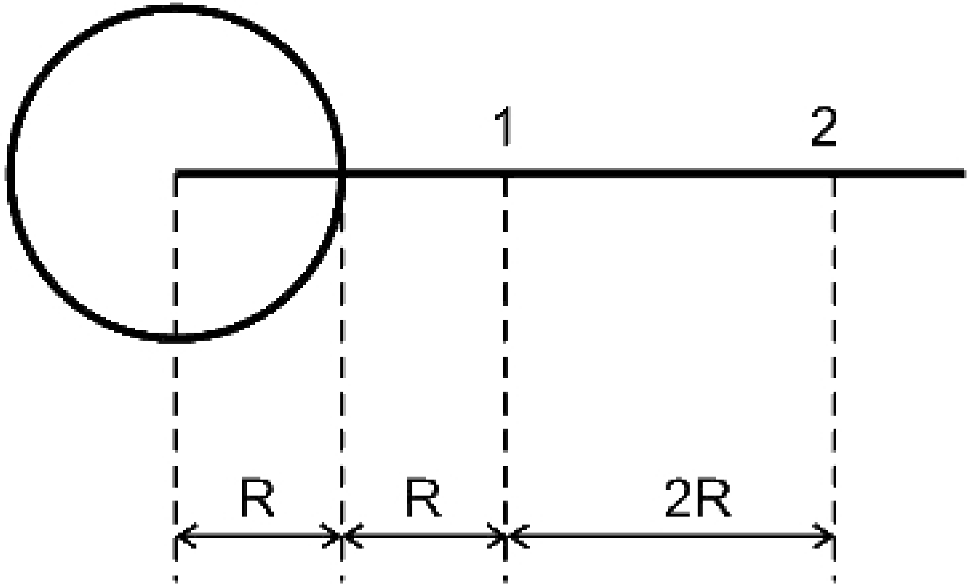
Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = \frac{6\times10^{-9}\,\text{Кл}\times3\times10^{-9}\,\text{Кл}}{4\times3{,}14\times8{,}85\times10^{-12}\,\text{Ф/м}\times0{,}6\text{м}} = 2{,}7\times10^{-7}\,\text{Дж} = 0{,}27\,\text{мкДж}.$$

$\varphi = 300$ В

$q = 0{,}2$ мкКл

$A = ?$



Потенциал поля сферы зарядом Q на расстоянии R: $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times R}$.

Работа по перемещению заряда q с r1=R+R до r2=R+2R равна разности потенциалов в этих точках умноженной на заряд q:

$$A = q \times \Delta\varphi = q \times (\varphi 1 - \varphi 2) = q \times \left(\frac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times (R + R)} - \frac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times (R + 3R)} \right) =$$

$$= q \times \left(\frac{Q}{4\pi \times \varepsilon_0 \times 4R} \right) = q \times \frac{\varphi}{4}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = 0.2 \times 10^{-6}\,\text{Кл} \times \frac{300\text{В}}{4} = 1{,}5 \times 10^{-5}\,\text{Дж} = 15\text{мкДж}.$$

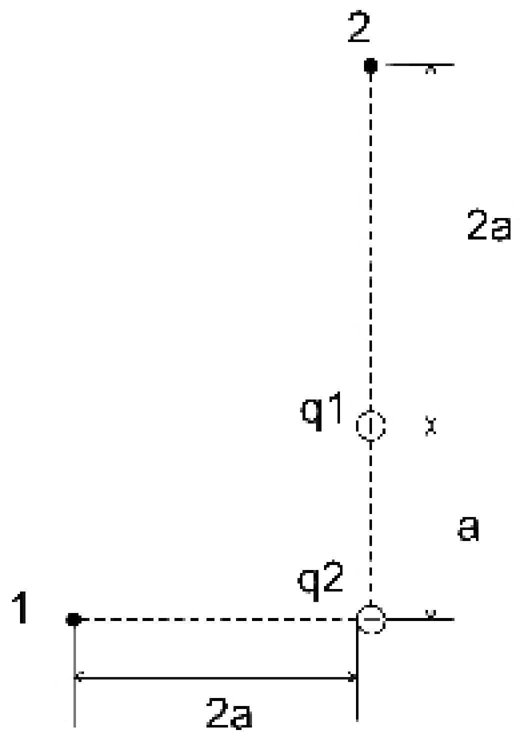
$q1 = 2$ мкКл

$q2 = -2$ мкКл

$a = 10$ см

$q = 0{,}5$ мкКл

$A = ?$



Работа по перемещению заряда q равна произведению заряда на разность потенциалов в этих точках: $A=q\times(\varphi2-\varphi1)$.

Найдем потенциалы. Потенциал точечного заряда Q равен $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \times r}$.

Из рисунка видно, что потенциал

$$\varphi1 = \frac{q2}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} + \frac{q1}{4\pi\varepsilon_0 \times \sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{\left(q2 + \frac{2}{\sqrt{5}}q1\right)}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a}.$$

А второй потенциал равен $\varphi2 = \dfrac{q2}{4\pi\varepsilon_0 \times 3a} + \dfrac{q1}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} = \dfrac{\left(\frac{2}{3}q2 + q1\right)}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a}$.

Поэтому работа $A = q \times \left[\dfrac{\left(\frac{2}{3}q2 + q1\right)}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a} - \dfrac{\left(q2 + \frac{2}{\sqrt{5}}q1\right)}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a}\right] = \dfrac{q \times \left(\frac{1}{3}q2 + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}}q1\right)}{4\pi\varepsilon_0 \times 2a}$.

Подставляем числа.

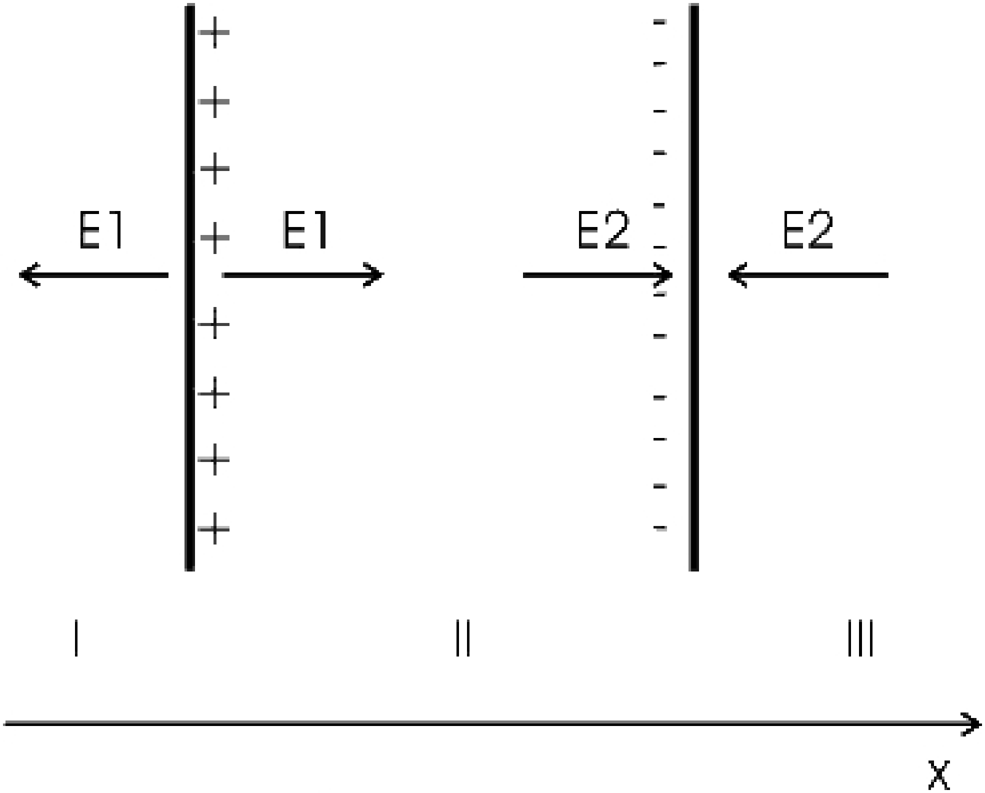
$$A = \frac{0.5\times10^{-6}\,\text{Кл}\times\left(\frac{1}{3}\times(-2\times10^{-6}\,\text{Кл}) + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}}\times 2\times10^{-6}\,\text{Кл}\right)}{4\times3{,}14\times8{,}85\times10^{-12}\,\text{Ф/м}\times2\times0{,}1\text{м}} = -0{,}01\text{Дж}.$$

$\sigma 1 = 2$ мкКл/м^2

$\sigma 2 = -0{,}8$ мкКл/м^2

$d = 0{,}6$ см

$E = ?$



Модуль $E1 = \dfrac{\sigma 1}{2 \times \varepsilon_0}$, модуль $E2 = \dfrac{\sigma 2}{2 \times \varepsilon_0}$.

Воспользуемся принципом суперпозиции для II области.

В области II: E=E1+E2. поэтому $|E| = \left|\dfrac{\sigma 1}{2 \times \varepsilon_0}\right| + \left|\dfrac{\sigma 2}{2 \times \varepsilon_0}\right| = \dfrac{|\sigma 1| + |\sigma 2|}{2 \times \varepsilon_0}$.

В этой области поле отлично от нуля.

Потенциал равен по определению $U = E \times d$.

Тогда между плоскостями потенциал равен:

$$U = E \times d = \frac{|\sigma 1| + |\sigma 2|}{\varepsilon_0} \times d.$$

Подставляем числа.

$$U = \frac{\left|2 \times 10^{-6}\,\text{Кл}/\text{м}^2\right| + \left|-0.8 \times 10^{-6}\,\text{Кл}/\text{м}^2\right|}{2 \times 8.85 \times 10^{-12}\,\Phi/\text{м}} \times 0.006\text{м} = 950\text{В}.$$

Дано	Решение
$p = 100$ пКл×м $E = 200$ кВ/м $\alpha 1 = 0°$ $\alpha 2 = 180°$ $A = ?$	Потенциальная энергия диполя p в поле E равна: $W = (\overline{E} \times \overline{p}) = E \times p \times \cos\alpha$. Где α – угол между векторами p и E. Тогда $W1 = E \times p \times \cos\alpha 1$, $W2 = E \times p \times \cos\alpha 2$. По закону сохранения энергии работа равна разности потенциальных энергий: $A = W1 - W2 = E \times p \times \cos\alpha 1 - E \times p \times \cos\alpha 2 = E \times p \times (\cos\alpha 1 - \cos\alpha 2)$. Подставляем числа. $A = 200 \times 10^{3}\,В/м \times 100 \times 10^{-12}\,Кл \times м \times (\cos 0° - \cos 180°) =$ $= 4 \times 10^{-5}\,Дж = 0{,}4\,мкДж$.

$\varphi = 10$В
$\varphi' = ?$

Так как ртуть это металл, то весь заряд, находящийся в каплях, сосредоточен на поверхности. Поэтому потенциал равен $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \times R}$, где Q – заряд капли, R – радиус капли.

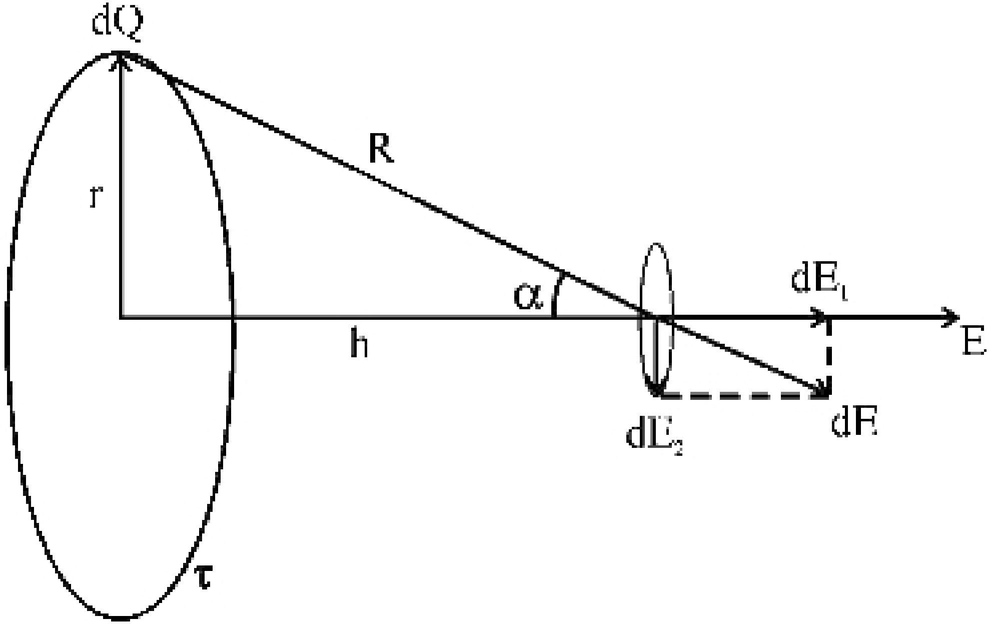
После объединения трех капель суммарный заряд образовавшейся капли будет равен Q'=4×Q, а объем V'=4×V.

Объем малых капель равен $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$, а полученной большой $V' = \dfrac{4}{3}\pi (R')^3$.

Поэтому $\dfrac{4}{3}\pi (R')^3 = 4 \times \dfrac{4}{3}\pi R^3$, откуда $R' = \sqrt[3]{4} \times R$. Мы знаем заряд и радиус образовавшейся капли, поэтому мы можем вычислить ее потенциал:

$$\varphi' = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 \times R'} = \frac{3 \times Q}{4\pi\varepsilon_0 \times \sqrt[3]{4} \times R} = \sqrt[3]{4^2} \times \varphi = 2.52 \times 10В = 25.2В.$$

$r = 10$ см
$\tau = 800$ нКл/м
$h = 10$ см
$\varphi = ?$



Заряд всего кольца равен $Q = \int dQ = \tau \times 2\pi r$, где τ – линейная плотность.

Потенциал от заряда dQ в точке, отстоящей на расстоянии h от центра кольца, равен $d\varphi = \dfrac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{dQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + h^2}}$.

Тогда полный потенциал равен

$$\varphi = \int \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + h^2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + h^2}} = \frac{\tau \times 2\pi r}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + h^2}} = \frac{\tau \times r}{2\varepsilon_0\sqrt{r^2 + h^2}}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\varphi = \frac{800 \times 10^{-9}\ Кл/м \times 0{,}1 м}{2 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\ Ф/м \times \sqrt{(0{,}1 м)^2 + (0{,}1 м)^2}} = 32000 В = 32 кВ.$$

$P=200$ пКл×м $R=40$ см	
$U=?$	

Так как диполь точечный (то есть его размерами можно пренебречь), то напряженность поля на расстоянии R от центра диполя на его оси равна $E=2\dfrac{P}{4\pi\times\varepsilon_0\times R^3}=\dfrac{P}{2\pi\times\varepsilon_0\times R^3}$ - это модуль вектора.

Известно, что потенциал равен $\varphi=\int E dr$, поэтому $\varphi=\int\dfrac{P\times dR}{2\pi\times\varepsilon_0\times R^3}=-\dfrac{P}{4\pi\times\varepsilon_0\times R^2}+C$, где C – константа интегрирования. Ее можно приравнять 0 и тогда на бесконечности потенциал будет 0.

Тогда искомая разность потенциала равна

$U=2\times\varphi=\dfrac{2\times P}{4\pi\times\varepsilon_0\times R^2}=\dfrac{P}{2\pi\times\varepsilon_0\times R^2}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

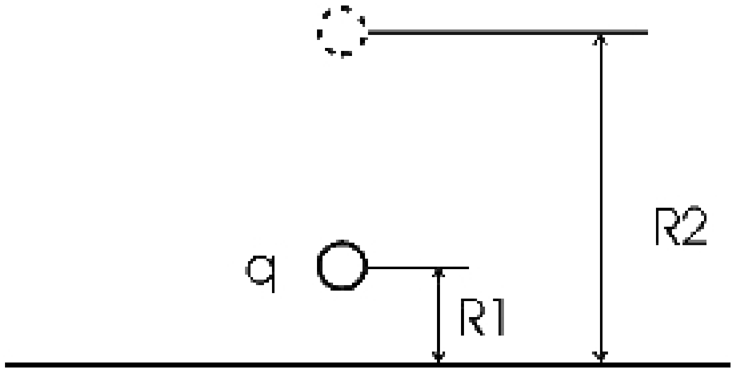
$$U=\frac{200\times10^{-12}\,\text{Кл}\times\text{м}}{2\times3{,}14\times8{,}85\times10^{-12}\,\Phi/\text{м}\times(0{,}4\text{м})^2}=22.5\text{В}.$$

$\tau = 20$ пКл/м

$R1 = 8$ см

$R2 = 12$ см

$U = ?$



Известно, что напряженность равномерно заряженной бесконечной нити $E = \dfrac{\tau}{2\pi \times \varepsilon_0 \times r}$. Поэтому потенциал поля от равномерно заряженной бесконечной плоскости $\varphi = -\int E dr = -\dfrac{\tau \times \ln(r)}{2\pi \times \varepsilon_0} + C$, где C – постоянная интегрирования

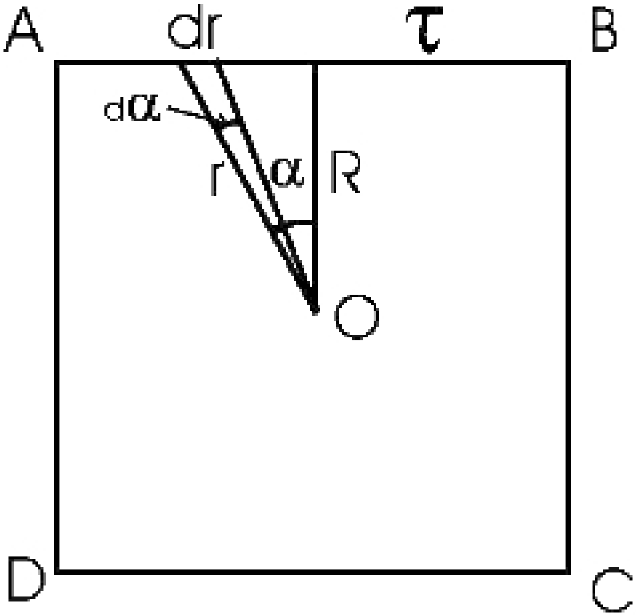
Тогда разность потенциалов равна

$$U = \varphi(R1) - \varphi(R2) = -\frac{\tau \times \ln(R1)}{2\pi\varepsilon_0} + \frac{\tau \times \ln(R2)}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\tau \times \ln\left(\dfrac{R2}{R1}\right)}{2\pi \times \varepsilon_0}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$U = \frac{20 \times 10^{-12}\,\text{Кл/м} \times \ln\left(\dfrac{0.12\text{м}}{0{,}08\text{м}}\right)}{2 \times 3{,}14 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,\Phi/\text{м}} = 0{,}146\text{В}$$

$\tau = 200$ пКл/м
$\varphi = ?$



Найдем потенциал от отрезка AB (см. рис.).

Потенциал в точке O от участка dr, который имеет заряд $\tau \times dr$, равен $d\varphi = \dfrac{\tau \times dr}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r}$. Из рисунка видно, что $dr = r \times d\alpha$, поэтому $d\varphi = \dfrac{\tau \times r \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0 \times r} = \dfrac{\tau \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0}$. Тогда полный потенциал от отрезка AB равен интегралу $\varphi_{AB} = \int d\varphi = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\tau \times d\alpha}{4\pi \times \varepsilon_0} = \dfrac{\pi \times \tau}{4\pi \times \varepsilon_0} = \dfrac{\tau}{4 \times \varepsilon_0}$.

В виду симметрии задачи потенциал от всей рамки равен $\varphi = 4 \times \varphi_{AB}$. Тогда $\varphi = \dfrac{4 \times \tau}{4 \times \varepsilon_0} = \dfrac{\tau}{\varepsilon_0}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\varphi = \frac{200 \times 10^{-12}\ \text{Кл}}{8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{Ф} / \text{м}} = 22{,}6\text{В}.$$

$V2 = 10$м/с $Q = 40$ нКл $m=200$ мкг $U=200$ В	
$V1 = ?$	

Из закона сохранения энергии имеем: T1+W=T2, где $T1 = \frac{m(V1)^2}{2}$ - начальная кинетическая энергия пылинки, $W=Q\times U$ - потенциальная энергия пылинки, проходящей через разность потенциалов U, $T2 = \frac{m(V2)^2}{2}$ - конечная кинетическая энергия пылинки.

Поэтому $\frac{m(V1)^2}{2} + Q\times U = \frac{m(V2)^2}{2}$, откуда искомая скорость $V1 = \sqrt{(V2)^2 - \frac{2\times Q\times U}{m}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V1 = \sqrt{(10\text{м}/\text{с})^2 - \frac{2\times 40\times 10^{-9}\,\text{Кл}\times 200\text{В}}{200\times 10^{-6}\,\text{кг}}} = 9{,}996\text{м}/\text{с}.$$

T1=10эВ U=8 В	
V2 = ?	

Из закона сохранения энергии имеем: T1+W=T2, где $T1=\frac{m(V1)^2}{2}$ - начальная кинетическая энергия электрона, $W=Q\times U$ - потенциальная энергия электрона, проходящей через разность потенциалов U, $T2=\frac{m(V2)^2}{2}$ - конечная кинетическая энергия электрона.

Поэтому $T1+Q\times U=\frac{m(V2)^2}{2}$, откуда искомая скорость $V2=\sqrt{\frac{2\times(T1+Q\times U)}{m}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V2=\sqrt{\frac{2\times(10\times1.6\times10^{-19}\text{ Дж}+1.6\times10^{-19}\text{ Кл}\times8\text{В})}{9{,}1\times10^{-31}\text{ кг}}}=2{,}52\times10^{6}\text{ м/с}.$$

$U1 = U2$
$Q1 = 2 \times Q2$
$M1 = 63.5$ г/моль
$M2 = 39$ г/моль
$V1/V2 = ?$

Потенциальная энергия заряда, который прошел потенциал U, равна $W = W1 - W2 = Q \times U$.

Воспользуемся законом сохранения энергии: $Ek1 + W1 = Ek2 + W2$, где $Ek1 = 0$ – начальная кинетическая энергия заряда, $Ek2 = \frac{m \times V^2}{2}$ – кинетическая энергия электрона после прохождения потенциала U.

Поэтому $\frac{m \times V^2}{2} = Q \times U$.

Отсюда находим скорость $V = \sqrt{\frac{2 \times Q \times U}{m}}$.

Тогда отношение скоростей равно $\frac{V1}{V2} = \sqrt{\frac{2 \times Q1 \times U1 \times m2}{2 \times Q2 \times U2 \times m1}}$. Так как $U1 = U2$ и $Q1 = 2 \times Q2$, то $\frac{V1}{V2} = \sqrt{\frac{2 \times m2}{m1}}$.

Массу атомов найдем из формулы $m = \frac{M}{N_A}$, где M - молярная масса атома, N_A – число Авогадро. Поэтому $\frac{V1}{V2} = \sqrt{\frac{2 \times M2 \times N_A}{M1 \times N_A}} = \sqrt{\frac{2 \times M2}{M1}}$.

Подставляем числа. $\frac{V1}{V2} = \sqrt{\frac{2 \times 63.5 \text{ г / моль}}{39 \text{ г / моль}}} = 1{,}8$.

T=400 эВ R = 10 см Q = – 10 нКл	
x = ?	

Потенциал, который создает заряженная сфера радиусом R, на расстоянии x от ее поверхности равен $\varphi = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0(R+x)}$.

Потенциальная энергия электрона тогда равна $W = e\varphi = \dfrac{e \times |Q|}{4\pi\varepsilon_0(R+x)}$.

Воспользуемся законом сохранения энергии: Ek1+W1=Ek2+W2, где Ek1=T – кинетическая энергия электрона на бесконечности, $W1 = \dfrac{e \times |Q|}{4\pi\varepsilon_0(R+\infty)} = 0$ - потенциальная энергия электрона на бесконечности, Ek2=0 – кинетическая энергия электрона на расстоянии x (он остановился и его скорость равна 0), $W2 = \dfrac{e \times |Q|}{4\pi\varepsilon_0(R+x)}$ - потенциальная энергия электрона на расстоянии x.

Поэтому $T = \dfrac{e \times |Q|}{4\pi\varepsilon_0(R+x)}$. Откуда $x = \dfrac{e \times |Q|}{4\pi\varepsilon_0 \times T} - R$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$x = \frac{1.6 \times 10^{-19}\,\text{Кл} \times \left|-10 \times 10^{-9}\,\text{Кл}\right|}{4 \times 3{,}14 \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,\text{Ф/м} \times 400 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{Дж}} - 0{,}1\text{м} = 0{,}125\text{м}.$$

$V = 10^5$ м/с $d = 8$ мм	
$U = ?$ $\sigma = ?$	

Из закона сохранения энергии имеем: T1+W=T2, где $T1 = 0$ - начальная кинетическая энергия электрона, $W=e\times U$ - потенциальная энергия пылинки, проходящей через разность потенциалов U, $T2 = \dfrac{m\times V^2}{2}$ - конечная кинетическая энергия пылинки.

Поэтому $e\times U = \dfrac{m\times V^2}{2}$. Откуда $U = \dfrac{m\times V^2}{2\times e}$. Подставляем числа.

$$U = \frac{9.1\times 10^{-31}\,\text{кг}\times(10^5\,\text{м/с})^2}{2\times 1{,}6\times 10^{-19}\,\text{Кл}} = 2{,}84\times 10^{-2}\,\text{В} = 28{,}4\text{мВ}.$$

Напряженность поля равно по определению $E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{m\times V^2}{2\times e\times d}$.

Воспользуемся формулой для напряженности поля, создаваемого конденсатором: $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$, где σ – поверхностная плотность зарядов, $\varepsilon_0=8{,}85\times 10^{-12}$Ф/м – электрическая постоянная, $\varepsilon=1$ – диэлектрическая постоянная. Тогда $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \dfrac{m\times V^2}{2\times e\times d}$, откуда искомая поверхностная плотность зарядов равна $\sigma = \varepsilon_0\times\dfrac{m\times V^2}{2\times e\times d}$. Подставляем числа.

$$\sigma = 8.85\times 10^{-12}\,\text{Ф/м}\times\frac{9.1\times 10^{-31}\,\text{кг}\times(10^5\,\text{м/с})^2}{2\times 1{,}6\times 10^{-19}\,\text{Кл}\times 8\times 10^{-3}\,\text{м}} = 3{,}15\times 10^{-11}\,\text{Кл/м}^2.$$

$m=5$ нг $Q=10e$ $U=1$ МВ	
$V=?$ $Ek2=?$	

Потенциальная энергия заряда, который прошел потенциал U, равна $W = W1 - W2 = Q \times U$.

Воспользуемся законом сохранения энергии: Ek1+W1=Ek2+W2, где Ek1=0 – кинетическая энергия электрона на бесконечности, W1- потенциальная энергия электрона на бесконечности, $Ek2 = \frac{m \times V^2}{2}$ – кинетическая энергия электрона после прохождения потенциала U.

Поэтому $\frac{m \times V^2}{2} = Q \times U$. То есть кинетическая энергия равна

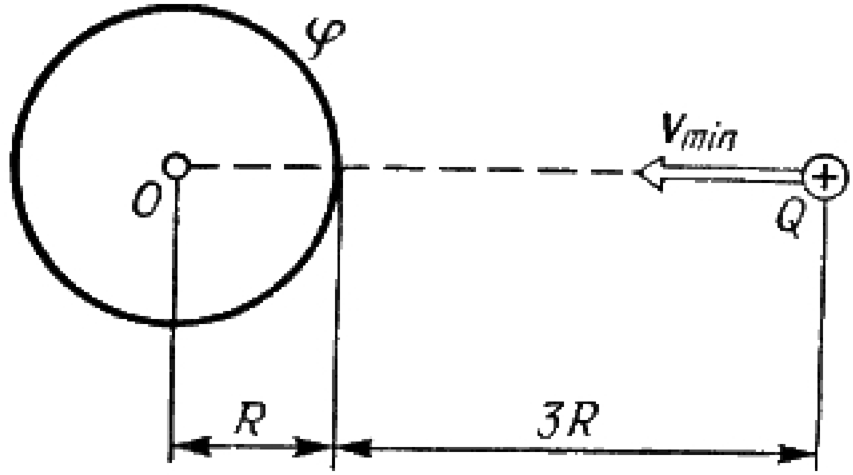
$$Ek2 = Q \times U = 10 \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ Кл}) \times 10^6 \text{ В} = 1{,}6 \times 10^{-12} \text{ Дж}.$$

Из формулы $\frac{m \times V^2}{2} = Q \times U$ находим скорость $V = \sqrt{\frac{2 \times Q \times U}{m}}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Кл} \times 10^6 \text{ В}}{5 \times 10^{-9} \text{ кг}}} = 2{,}5 \times 10^{-2} \text{ м/с}.$$

$\varphi_0 = 400$ В
Vmin = ?



Потенциал, который создает заряженная сфера радиусом R, на расстоянии x от ее поверхности равен $\varphi = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 (R+x)}$. На поверхности потенциал равен $\varphi_0 = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 R}$, откуда заряд сферы равен $|Q| = \varphi_0 \times 4\pi\varepsilon_0 R$. Поэтому $\varphi = \dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 (R+x)} = \dfrac{\varphi_0 \times 4\pi\varepsilon_0 R}{4\pi\varepsilon_0 (R+x)} = \dfrac{\varphi_0 \times R}{(R+x)}$.

Потенциальная энергия протона тогда равна $W = e \times \varphi = \dfrac{e \times \varphi_0 \times R}{(R+x)}$.

Воспользуемся законом сохранения энергии: Ek1+W1=Ek2+W2, где $Ek1 = \dfrac{m \times (V_{min})^2}{2}$ – начальная кинетическая энергия протона на бесконечности, $W1 = \dfrac{e \times \varphi_0 \times R}{(R+3R)} = \dfrac{e \times \varphi_0}{4}$ - начальная потенциальная энергия протона, Ek2=0 – конечная кинетическая энергия протона на расстоянии R от сферы (он остановился и его скорость равна 0), $W2 = \dfrac{e \times \varphi_0 \times R}{(R+R)} = \dfrac{e \times \varphi_0}{2}$ - конечная потенциальная энергия протона на расстоянии R.

Поэтому $\dfrac{m \times (V_{min})^2}{2} + \dfrac{e \times \varphi_0}{4} = \dfrac{e \times \varphi_0}{2}$. Откуда скорость равна $V_{min} = \sqrt{\dfrac{e \times \varphi_0}{2 \times m}}$. Подставляем числа.

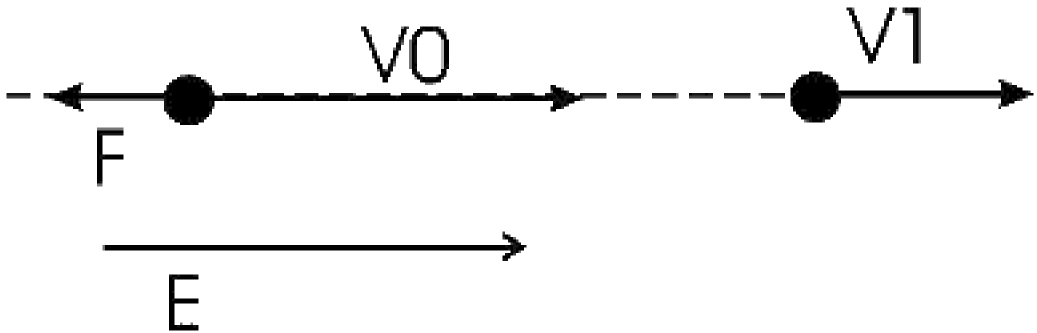
$$V_{min} = \sqrt{\frac{1.6 \times 10^{-19}\ \text{Кл} \times 400\text{В}}{2 \times 1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{кг}}} = 1{,}38 \times 10^5\ \text{м/с}.$$

$V0 = 2$ Мм/с

$E = 200$ В/м

$V1 = V0/2$

$L = ?$



На электрон находящийся в электрическом поле, действует сила $\overline{F} = e \times \overline{E}$, где e – заряд электрона. Направление этой силы противоположно направлению силовых линий поля. В данном случае сила направлена против скорости $\overline{V0}$. Она сообщает электрону ускорение $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{e \times E}{m}$, где m – масса электрона.

Таким образом, в момент времени t скорость электрона $V1 = V0 - a \times t$.

Откуда время полета равно $t = \dfrac{V0 - V1}{a} = \dfrac{V0 - V0/2}{e \times E} \times m = \dfrac{V0 \times m}{2 \times e \times E}$.

Путь, пройденный электроном за время t равен

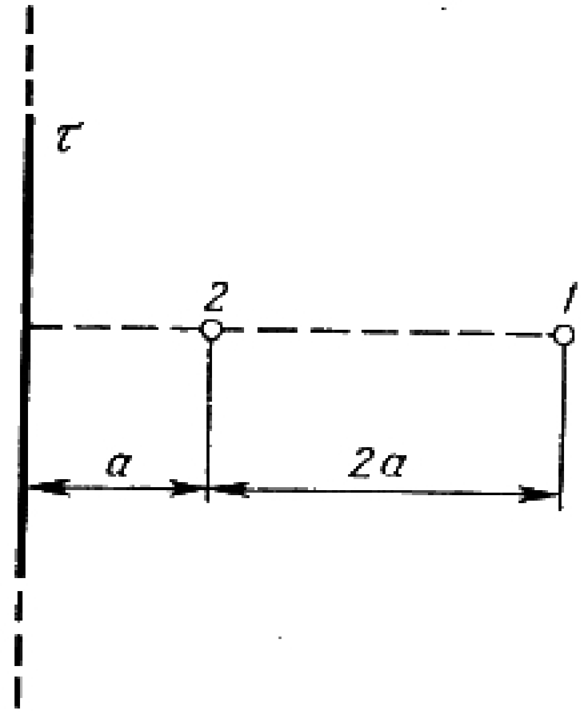
$$L = V0 \times t - \frac{a \times t^2}{2} = \frac{(V0)^2 \times m}{2 \times e \times E} - \frac{e \times E}{2 \times m} \times \left(\frac{V0 \times m}{2 \times e \times E}\right)^2 = \frac{3 \times (V0)^2 \times m}{8 \times e \times E}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$L = \frac{3 \times (2 \times 10^6\ м/с)^2 \times 9{,}1 \times 10^{-31} кг}{8 \times 1{,}6 \times 10^{-19} Кл \times 200 В/м} = 0.043 м = 4.3 см.$$

$\tau = 10$ нКл/м
T1 = 200 эВ

T2 = ?



Известно, что напряженность равномерно заряженной бесконечной нити $E = \frac{\tau}{2\pi \times \varepsilon_0 \times r}$. Поэтому потенциал поля от равномерно заряженной бесконечной плоскости $\varphi = -\int E dr = -\frac{\tau \times \ln(r)}{2\pi \times \varepsilon_0} + C$, где C – постоянная интегрирования.

Тогда разность потенциалов равна

$$U = \varphi(3a) - \varphi(a) = -\frac{\tau \times \ln(3a)}{2\pi\varepsilon_0} - \frac{\tau \times \ln(a)}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\tau \times \ln\left(\frac{3a}{a}\right)}{2\pi \times \varepsilon_0} = \frac{\tau \times \ln(3)}{2\pi \times \varepsilon_0}.$$

Электрон, проходя разность потенциалов U, приобретает кинетическую энергию равную $Ek = e \times U$. Так как начальная кинетическая энергия равна T1, то конечная (согласно закону сохранения) будет равна $T2 = T1 + Ek = T1 + e \times U = T1 + \frac{e \times \tau \times \ln(3)}{2\pi \times \varepsilon_0}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$T2 = (200 \times 1.6 \times 10^{-19})\,Дж + \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\,Кл \times 10 \times 10^{-9}\,Кл/м \times \ln(3)}{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}\,Ф/м} =$$

$= 6{,}36 \times 10^{-17}$ Дж ≈ 400 эВ.

Дано	Решение
$V1=6$ Мм/с $\varphi 1 = 100$ В $V2=V1/2$ $\varphi 2 = ?$	Потенциальная энергия электрона, который прошел разность потенциалов $U=\varphi 1-\varphi 2$, равна $W = W1 - W2 = e \times U = e \times (\varphi 1 - \varphi 2)$.

Воспользуемся законом сохранения энергии: $Ek1+W1=Ek2+W2$, где $Ek1 = \frac{m \times (V1)^2}{2}$ – начальная кинетическая энергия электрона, W1- начальная потенциальная энергия электрона, $Ek2 = \frac{m \times (V2)^2}{2} = \frac{m \times (V1)^2}{8}$ – конечная кинетическая энергия электрона после прохождения потенциала U.

Тогда $Ek1-Ek2=W2-W1= e \times (\varphi 1 - \varphi 2)$. Поэтому

$\frac{m \times (V1)^2}{2} - \frac{m \times (V1)^2}{8} = e \times (\varphi 1 - \varphi 2)$. Откуда искомый потенциал равен

$\varphi 2 = \varphi 1 - \frac{3 \times m \times (V1)^2}{8 \times e}$. Подставляем числа.

$$\varphi 2 = 100\text{В} - \frac{3 \times 9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{кг} \times (6 \times 10^{6}\,\text{м/с})^2}{8 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{Кл}} = 23{,}2\text{В}.$$

Дано	Решение
$C1=5$ мкФ $C2=10$ мкФ $U1=60$ В $U2=100$ В одноименно $U=?$	Заряд конденсатора емкостью C равен $Q=C\times U$. Тогда $Q1=C1\times U1=C\times U1$ и $Q2=C2\times U2=C\times U2$. Когда конденсаторы соединяются параллельно одноименно заряженными обкладками общий заряд на пластинах станет $Q=Q1+Q2$. Конденсаторы соединены параллельно, поэтому емкость такой батареи конденсаторов равна $C=C1+C2$. Поэтому напряжение равно $U=\frac{Q}{C}=\frac{Q1+Q2}{C1+C2}=\frac{C1\times U1+C2\times U2}{C1+C2}$. Подставляем числа. $U=\frac{5\text{мкФ}\times 60\text{В}+10\text{мкФ}\times 100\text{В}}{5\text{мкФ}+10\text{мкФ}}=86{,}7\text{В}$.

$C1=10$ мкФ $C2=20$ мкФ $Q2=0$ $U1=10$ В параллельно	Заряд конденсатора емкостью C равен $Q=C\times U$. Тогда $Q1=C1\times U1=C\times U1$ и $Q2=C2\times U2=C\times U2$. Когда конденсаторы соединяются параллельно одноименно заряженными обкладками и тогда общий заряд на пластинах станет $Q=Q1+Q2$. Так как второй конденсатор незаряжен ($Q2=0$), то $Q1=Q$. Конденсаторы соединены параллельно, поэтому емкость такой батареи конденсаторов равна $C=C1+C2$, а напряжение $U=U1$. Поэтому заряд равен $Q1 = Q = C\times U = (C1 + C2)\times U1$. Подставляем числа. $Q1 = (10\times 10^{-6}\ Ф + 20\times 10^{-6}\ Ф)\times 10В = 3\times 10^{-4}$ Кл .
$Q1=?$	

$C1 = 2$ мкФ $C2 = 15$ мкФ $C3 = 10$ мкФ $U = 850$В	
$Q1 = ?$ $Q2 = ?$ $Q3 = ?$ $U1 = ?$ $U2 = ?$ $U3 = ?$	

Так как конденсаторы соединены последовательно, то заряды равны друг другу $Q1=Q2=Q3=Q$.

Конденсаторы соединены последовательно, поэтому емкость такой батареи конденсаторов находится из уравнения $\frac{1}{C} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \frac{1}{C3} = \frac{C2 \times C3 + C1 \times C3 + C1 \times C2}{C1 \times C2 \times C3}$, то есть

$$C = \frac{C1 \times C2 \times C3}{C2 \times C3 + C1 \times C3 + C1 \times C2}.$$

Заряд Q по определению равен $Q = C \times U$, где U – напряжение. Поэтому $Q1 = Q2 = Q3 = Q = C \times U = \frac{C1 \times C2 \times C3}{C2 \times C3 + C1 \times C3 + C1 \times C2} \times U$. Подставляем числа.

$$Q1 = Q2 = Q3 =$$

$$= \frac{2 \times 10^{-6}\,Ф \times 15 \times 10^{-6}\,Ф \times 10 \times 10^{-6}\,Ф \times 850В}{15 \times 10^{-6}\,Ф \times 10 \times 10^{-6}\,Ф + 2 \times 10^{-6}\,Ф \times 10 \times 10^{-6}\,Ф + 2 \times 10^{-6}\,Ф \times 15 \times 10^{-6}\,Ф} =$$

$=1,275 \times 10^{-3}$Кл.

Так как заряд на конденсаторе равен $Q = C \times U$, то $U = \frac{Q}{C}$, откуда для первого конденсатора $U1 = \frac{Q1}{C1} = \frac{1.275 \times 10^{-3}\,Кл}{2 \times 10^{-6}\,Ф} = 637.5В$, для второго конденсатора $U2 = \frac{Q2}{C2} = \frac{1.275 \times 10^{-3}\,Кл}{15 \times 10^{-6}\,Ф} = 85В$, а для третьего $U3 = \frac{Q3}{C3} = \frac{1.275 \times 10^{-3}\,Кл}{10 \times 10^{-6}\,Ф} = 127.5В$.

$C1=2$ мкФ $C2=5$ мкФ $U1=100$ В $U2=150$ В разноименно	Заряд конденсатора емкостью C равен $Q=C\times U$. Тогда $Q1=C1\times U1=C\times U1$ и $Q2=C2\times U2=C\times U2$. Когда конденсаторы соединяются параллельно разноименно заряженными обкладками общий заряд на пластинах станет $Q=Q2-Q1$. Конденсаторы соединены параллельно, поэтому емкость такой батареи конденсаторов равна
$U=?$	$C=C1+C2$. Поэтому напряжение равно $U=\dfrac{Q}{C}=\dfrac{Q2-Q1}{C1+C2}=\dfrac{C2\times U2-C1\times U1}{C1+C2}$. Подставляем числа. $U=\dfrac{5мкФ\times150В-2мкФ\times100В}{2мкФ+5мкФ}=78{,}6В$.

$\varepsilon=2$
$C=100$ пФ
$\Delta C=?$

Обозначим электроемкость каждого конденсатора через C. Из электростатики известно, что электроемкость плоского конденсатора пропорциональна диэлектрической проницаемости ε диэлектрика между пластинами, конденсатора. Следовательно, после заполнения одного из конденсаторов парафином, его электроемкость станет равной εC. Обозначим через C1, C2 суммарные электрические емкости пары конденсаторов до и после погружения одного из них в масло соответственно. Поскольку суммарная электроемкость цепи последовательно соединенных конденсаторов равна среднему гармоническому из электроемкостей конденсаторов этой цепи, то

$$C1=\left(\frac{1}{C}+\frac{1}{C}\right)^{-1}=\frac{C\times C}{C+C}=\frac{C}{2}\text{, и } C2=\left(\frac{1}{C}+\frac{1}{\varepsilon C}\right)^{-1}=\frac{\varepsilon C\times C}{C+\varepsilon C}=\frac{\varepsilon\times C}{(\varepsilon+1)}.$$

Поэтому разность равна $\Delta C=C1-C2=C-\frac{\varepsilon\times C}{(\varepsilon+1)}=\frac{(\varepsilon+1)\times C-\varepsilon\times C}{(\varepsilon+1)}=\frac{C}{(\varepsilon+1)}$.

Подставляем числа. $\Delta C=\frac{100\text{пФ}}{(2+1)}=33{,}3\text{пФ}$.

$C1 = 5$ мкф

$C2 = 8$ мкф

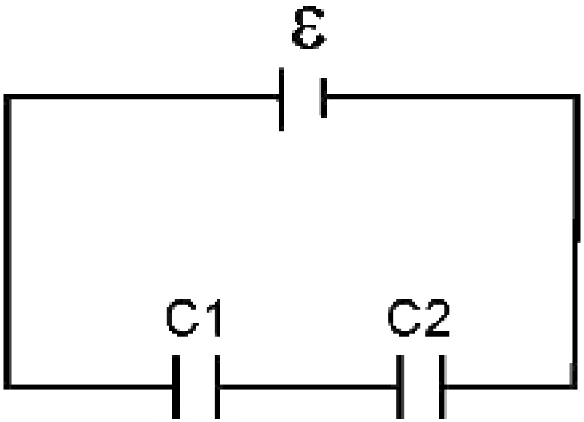
$\varepsilon = 80$В

$Q1 = ?$

$Q2 = ?$

$U1 = ?$

$U2 = ?$



Так как конденсаторы соединены последовательно, то заряды равны друг другу Q1=Q2=Q.
Конденсаторы соединены последовательно, поэтому емкость такой батареи конденсаторов находится из уравнения $\frac{1}{C} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} = \frac{C2 + C1}{C1 \times C2}$, то есть $C = \frac{C1 \times C2}{C1 + C2}$.
Заряд Q по определению равен Q=C×U, где U=ε – потенциал э.д.с. Поэтому

$$Q1 = Q2 = Q = C \times \varepsilon = \frac{C1 \times C2}{C1 + C2} \times \varepsilon = \frac{5 \times 10^{-6}\,Ф \times 8 \times 10^{-6}\,Ф}{5 \times 10^{-6}\,Ф + 8 \times 10^{-6}\,Ф} \times 80В =$$

$=2{,}46 \times 10^{-4}$Кл.

Так как заряд на конденсаторе равен Q=C×U, то $U = \frac{Q}{C}$, откуда для первого конденсатора $U1 = \frac{Q1}{C1} = \frac{2.46 \times 10^{-4}\,Кл}{5 \times 10^{-6}\,Ф} = 49{,}2В$, а для второго конденсатора $U2 = \frac{Q2}{C2} = \frac{2.46 \times 10^{-4}\,Кл}{8 \times 10^{-6}\,Ф} = 30{,}8В$.

$U = 80B$
$R = 10$ см
$d = 2$ мм
$\varepsilon 1 = 1$
$\varepsilon 2 = 1.5$
$q1 = ?$
$q2 = ?$
$E1 = ?$
$E2 = ?$

Известно, что емкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \times \varepsilon \times S}{d}$, где ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика (в нашем случае ε1=1 – для воздуха, ε2=1.5 – для стекла), d – расстояние между пластинами, S - площадь пластин, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф / м - электрическая постоянная.

Так как пластины круглые, то их площадь равна $S=\pi\times R^2$. Поэтому $C = \frac{\varepsilon_0 \times \varepsilon \times \pi \times R^2}{d}$.

С другой стороны известно, что $C = \frac{q}{U}$, где q – заряд на пластинах, U – приложенное напряжение. Поэтому $q = U \times C = U \times \frac{\varepsilon_0 \times \varepsilon \times \pi \times R^2}{d}$.

Откуда для ε1=1 имеем

$$q1 = 80B \times \frac{8{,}85 \times 10^{-12}\ Ф/м \times 1 \times 3{,}14 \times (0{,}1м)^2}{0{,}002м} = 1{,}11 \times 10^{-8}\ Кл = 11.1 нКл.$$

Для ε2=1,5 имеем $q2 = q1 \times \varepsilon 2 = 1{,}11 \times 10^{-8}\ Кл \times 1.5 = 1{,}67 \times 10^{-8}\ Кл = 16.7 нКл$.

Напряженность поля по определению равно $E = \frac{U}{d}$. Оно будет постоянно при любой среде между обкладками, если всегда поддерживается постоянная разность потенциала U, поэтому $E = \frac{80B}{0{,}002м} = 4 \times 10^4\ В/м$.

$R1 = 5$ см $R2 = 10$ см $Q1=40$ нКл $Q2=-20$нКл	Выделившаяся энергия равна $A=I\times U\times T$, где I – сила прошедшего тока, U - разность потенциалов, T – время разряда.
$W= ?$	

С другой стороны произведение тока на время равно общему количеству прошедшего через проводник заряда. Поэтому $I\times U=\Delta Q$ и тогда $A=U\times\Delta Q$.

Заряд на первом шарике Q1, а на втором Q2. После их соединения их общий заряд стал $Q=Q1+Q2$, и тогда на каждом из них заряд равен $\dfrac{Q1+Q2}{2}$. Поэтому изменение заряда равно $\Delta Q = \left|Q1 - \dfrac{Q1+Q2}{2}\right| = \left|\dfrac{Q1-Q2}{2}\right|$.

Разность потенциалов между шариками равна $\varphi=\varphi1-\varphi2=\left|\dfrac{Q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times R1} - \dfrac{Q2}{4\pi\times\varepsilon_0\times R2}\right|$.

Поэтому искомая энергия равна

$$W = \left|\frac{Q1-Q2}{2}\right|\times\left|\frac{Q1}{4\pi\times\varepsilon_0\times R1} - \frac{Q2}{4\pi\times\varepsilon_0\times R2}\right|.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$W = \left|\frac{40\times10^{-9}\text{ Кл} - (-20\times10^{-9}\text{ Кл})}{2}\right|\times\left|\frac{40\times10^{-9}\text{ Кл}}{4\pi\times8.85\times10^{-12}\text{ Ф/м}\times0.05\text{м}} - \frac{-20\times10^{-9}\text{ Кл}}{4\pi\times8.85\times10^{-12}\text{ Ф/м}\times0.1\text{м}}\right| =$$

$=2{,}7\times10^{-4}$Дж$=270$мкДж.

$d1 = 0.2$ см $d2 = 0.3$ см $U = 300В$ $\varepsilon 1 = 6$ $\varepsilon 2 = 2$	
$E1 = ?$ $E2 = ?$ $U1 = ?$ $U2 = ?$	

Известно, что вектор электрического смещения D не претерпевает изменений в любой диэлектрической среде. Поэтому $D=\varepsilon_0 \times \varepsilon 1 \times E1 = \varepsilon_0 \times \varepsilon 2 \times E2$. Откуда $\frac{E1}{E2} = \frac{\varepsilon 2}{\varepsilon 1}$.

С другой стороны разность потенциалов между обкладками равно $U = E1 \times d1 + E2 \times d2$.

Учитываем что $\frac{E1}{E2} = \frac{\varepsilon 2}{\varepsilon 1}$ и находим $U = E1 \times d1 + \frac{\varepsilon 1}{\varepsilon 2} \times E1 \times d2$. Откуда искомая напряженность поля на слое стекла равна

$$E1 = \frac{U \times \varepsilon 2}{\varepsilon 2 \times d1 + \varepsilon 1 \times d2} = \frac{300В \times 2}{2 \times 0{,}002м + 6 \times 0{,}003м} = 27270В/м = 27{,}27кВ/м.$$

Тогда $U1 = E1 \times d1 = 27.27 \times 10^3 В/м \times 0{,}002м = 54.5В$.

Из формулы $\frac{E1}{E2} = \frac{\varepsilon 2}{\varepsilon 1}$ находим $E2 = \frac{\varepsilon 1}{\varepsilon 2} \times E1 = \frac{6}{2} \times 27.27кВ/м = 81{,}81кВ/м$.

Тогда $U2 = E2 \times d2 = 81{,}81 \times 10^3 В/м \times 0{,}003м = 245.5В$.

$d = 2$ см

$U = 2$ кВ

$\varepsilon = 2.25$

$S = 200$ см^2

$W = ?$

$\omega = ?$

Обьемная плотность энергии электрического поля $\omega = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$, где $\varepsilon_0 =$ $8{,}85\times10^{-12}$Ф/м – электрическая постоянная, $E = U/d$ – напряженность поля. Тогда $\omega = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{U}{d}\right)^2$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\omega = \frac{1}{2}\times 2.25\times 8.85\times10^{-12}\,\text{Ф}/\text{м}\left(\frac{2\times10^3\,\text{В}}{0{,}02\text{м}}\right)^2 \cong 0.1\text{Дж}/\text{м}^3.$$

Энергия конденсатора равна произведению обьемной плотности энергии на обьем конденсатора: $W = \omega\times V = \omega\times S\times d$, где S – площадь пластин. Тогда

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{U}{d}\right)^2\times S\times d = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\times\frac{U^2\times S}{d}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$W = \frac{1}{2}\times 2{,}25\times 8.85\times10^{-12}\,\text{Ф}/\text{м}\,\frac{(2\times10^3\,\text{В})^2\times 200\times10^{-4}\,\text{м}^2}{0{,}02\text{м}} \cong 4\times10^{-5}\,\text{Дж} =$$

$= 40$мкДж.

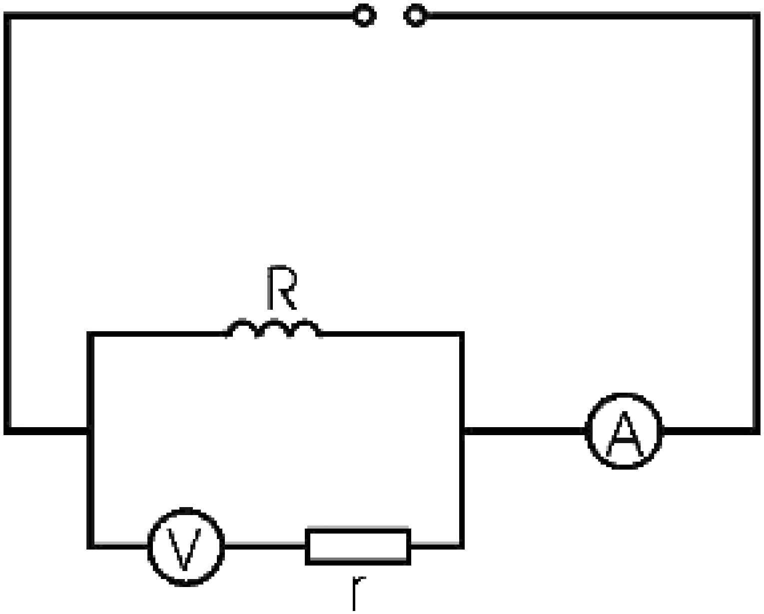
$r = 4$ кОм

$I = 0{,}3$ А

$U = 140$ В

$R = ?$

$\frac{R - R'}{R} = ?$



Так как катушка и вольтметр соединены параллельно, то их общее сопротивление Rсум находится из уравнения $\frac{1}{R_{сум}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r}$.

Из закона Ома имеем $I = \frac{U}{R_{сум}}$, поэтому $I = U \times \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)$, откуда искомое сопротивление равно $R = \frac{U}{I - \frac{U}{r}} = \frac{120В}{0{,}3А - \frac{120В}{4000Ом}} = 444Ом$.

Если не учитывать сопротивления вольтметра, то мы получим сопротивление катушки $R' = \frac{U}{I} = \frac{120В}{0{,}3А} = 400Ом$. Тогда погрешность составит

$$\delta = \frac{R - R'}{R} = \frac{444Ом - 400Ом}{444Ом} = 0{,}1 = 10\%.$$

$\varepsilon = 80$ В
$r = 5$ Ом
$P = 100$ Вт

$I = ?$
$U = ?$
$R = ?$

Из закона Ома известно $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$, где ε – величина ЭДС источника, r – внутреннее сопротивление ЭДС источника, сопротивление R– это внешнее сопротивление. По определению мощность $P = I^2 \times R$, поэтому $P = \left(\frac{\varepsilon}{r+R}\right)^2 \times R$. Из этого уравнения получаем $R^2 + 2\times r\times R - \frac{\varepsilon^2}{P}\times R + r^2 = 0$. Или же $R^2 + \left(2\times r - \frac{\varepsilon^2}{P}\right)\times R + r^2 = 0$. Это квадратное уравнение для искомой R. Поэтому

$$R_{1,2} = \frac{-\left(2\times r - \frac{\varepsilon^2}{P}\right) \pm \sqrt{\left(2\times r - \frac{\varepsilon^2}{P}\right)^2 - 4\times r^2}}{2}.$$

Так как сопротивление не может быть отрицательным, то остается только одно решение

$$R = \frac{-\left(2\times r - \frac{\varepsilon^2}{P}\right) + \sqrt{\left(2\times r - \frac{\varepsilon^2}{P}\right)^2 - 4\times r^2}}{2}.$$

Подставляем числа.

$$R = \frac{-\left(2\times 5\text{Ом} - \frac{(80\text{В})^2}{100\text{Вт}}\right) + \sqrt{\left(2\times 5\text{Ом} - \frac{(80\text{В})^2}{100\text{Вт}}\right)^2 - 4\times(5\text{Ом})^2}}{2} = 53.5\text{Ом}.$$

Тогда ток в цепи $I = \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{80\text{В}}{(5+53.5)\text{Ом}} = 1{,}37\text{А}$.

А напряжение, под которым находится внешняя цепь равно $U = I\times R = 1.37\text{А}\times 53.5\text{Ом} = 73.3\text{В}$.

$\varepsilon=600$ В $P = 5$ кВт $L = 1$ км $d = 0{,}5$ см $\eta = ?$	Известно, что относительная потеря мощности в проводах $\eta = \dfrac{I^2 \times R}{I^2 \times R + P} = \dfrac{1}{1+\dfrac{P}{I^2 \times R}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{P \times R}{\varepsilon^2}}$, где ε – э.д.с. батареи, P – потребляемая мощность. Сопротивление проводника $R = \rho\dfrac{L}{S}$, где L – длина проводника, S – площадь сечения, ρ – удельное сопротивление ($\rho = 1{,}7\times10^{-8}$ Ом$\times$м – для меди). Так как площадь сечения проводов $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$, то в нашем случае $R = \rho\dfrac{2L}{S} = \rho\dfrac{8L}{\pi d^2}$ (мы подставили $2L$ вместо L так как провода два). Подставляем $\eta = \dfrac{1}{1+\dfrac{P \times R}{\varepsilon^2}} = \dfrac{1}{1+\dfrac{P \times \rho \times 8L}{\varepsilon^2 \times \pi d^2}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\eta = \dfrac{1}{1+\dfrac{5\times10^3\,\text{Вт}\times1{,}7\times10^{-8}\,\text{Ом}\times\text{м}\times8\times1000\text{м}}{(600\text{В})^2\times3{,}14\times(0{,}005\text{м})^2}} = 0{,}98 = 98\%$.

$R1 = 8$ Ом $R2 = 15$ Ом $I1 = 0.8A$ $I2 = 0.5A$	
$I = ?$	

Из закона Ома известно $I = \dfrac{\varepsilon}{r + R}$, где ε – величина ЭДС источника, r – внутреннее сопротивление ЭДС источника, сопротивление R– это внешнее сопротивление. Откуда при R=0 получаем ток короткого замыкания $I = \dfrac{\varepsilon}{r}$.

В первом случае $I1 = \dfrac{\varepsilon}{r + R1}$. Во втором случае $I2 = \dfrac{\varepsilon}{r + R2}$ (величины ε и r постоянны). Из этих уравнений находим $I1 \times (r + R1) = \varepsilon$ и $I2 \times (r + R2) = \varepsilon$, поэтому $I1 \times (r + R1) = I2 \times (r + R2)$. Откуда находим величину внутреннего сопротивления $r = \dfrac{I2 \times R2 - I1 \times R1}{I1 - I2}$.

Из уравнения короткого замыкания имеем ε=I×r. С другой стороны из $I1 = \dfrac{\varepsilon}{r + R1}$ имеем $\varepsilon = I1 \times (r + R1)$. Поэтому $I \times r = I1 \times (r + R1)$. Из этого уравнения находим $I = I1 \times \left(1 + \dfrac{R1}{r}\right) = I1 \times \left(1 + \dfrac{R1 \times (I1 - I2)}{I2 \times R2 - I1 \times R1}\right)$.

Подставляем числа: $I = 0.8A \times \left(1 + \dfrac{8Ом \times (0{,}8A - 0{,}5A)}{0{,}5A \times 15Ом - 0{,}8A \times 8Ом}\right) = 2{,}55A$.

$\varepsilon = 24$ В Iмакс=10А	
Pмакс = ?	

Из закона Ома известно $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$, где ε – величина ЭДС источника, r – внутреннее сопротивление ЭДС источника, сопротивление R– это внешнее сопротивление. При R=0 ток будет максимальным и равным $I_{макс} = \frac{\varepsilon}{r}$,

откуда внутреннее сопротивление равно $r = \frac{\varepsilon}{I_{макс}}$.

По определению мощность $P = I^2 \times R$, поэтому $P = I^2 \times R1 = \frac{\varepsilon^2 \times R}{(r+R)^2}$.

Найдем при каком R мощность будет максимальна. Для этого приравняем производную P по R нулю:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d\left(\frac{\varepsilon^2 \times R}{(r+R)^2}\right)}{dR} = \frac{\varepsilon^2 \times (r+R)^2 - 2\times(r+R)\times\varepsilon^2 \times R}{(r+R)^4} = 0.$$

Поэтому $\varepsilon^2 \times (r+R)^2 - 2\times(r+R)\times\varepsilon^2\times R = 0$, откуда $(r+R) - 2\times R = 0$. То есть при внешнем сопротивлении $R = r$ мощность P будет максимальной и будет равна: $P = \frac{\varepsilon^2 \times R}{(r+R)^2} = \frac{\varepsilon^2 \times r}{(r+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{4\times r} = \frac{\varepsilon^2}{4\times\varepsilon}\times I_{макс} = \frac{\varepsilon\times I_{макс}}{4}$.

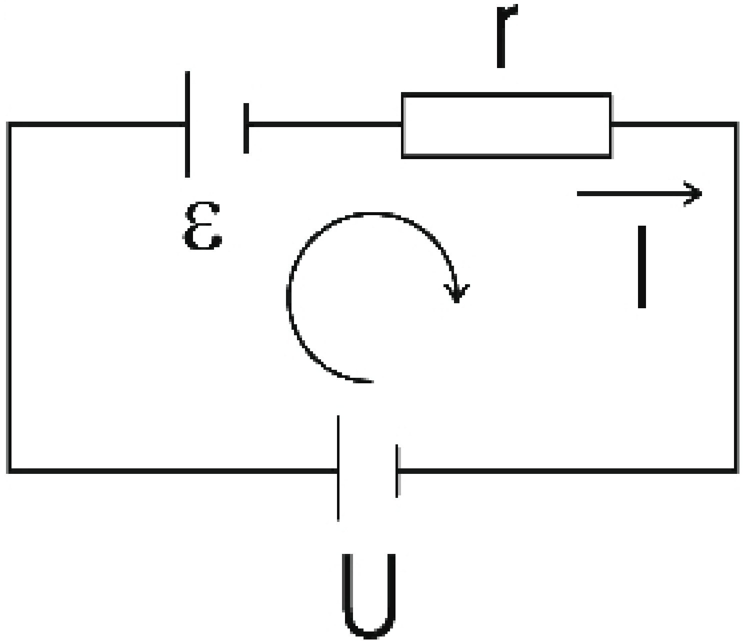
Подставляем числа. $P_{макс} = \frac{24В \times 10А}{4} = 60Вт$.

$\varepsilon = 12$ В

$U = 15$В

$R = 10$Ом

$U_R = ?$



Для расчета разветвленных цепей применяются законы (правила) Кирхгофа. Выберем произвольное направление тока, как оно показано на рисунке, и условимся обходить контур по направлению тока (оно изображено внутри контура полукругом).

По второму закону Кирхгофа для контура запишем $I \times R = U - \varepsilon$, откуда ток в цепи равен $I = \frac{U - \varepsilon}{R}$.

Тогда напряжение на сопротивлении R равно $U_R = I \times R = \frac{U - \varepsilon}{R} \times R = U - \varepsilon$

Подставляем числа. $U_R = 15В - 12В = 3В$.

$U=800$ В $P = 10$ кВт $\eta = 0.1$	Известно, что относительная потеря мощности в проводах $\dfrac{I^2 \times R}{P} = \dfrac{U^2}{P \times R} = \eta$, где U – напряжение генератора, P – потребляемая мощность. Отсюда находим $R = \dfrac{U^2}{P \times \eta}$.
$R = ?$	Подставляем числа. $R = \dfrac{(800В)^2}{10000Вт \times 0{,}1} = 640Ом$.

Дано	Решение
$U = 220$ В $I = 5$А $R = 6$ Ом $P = ?$ $\eta = ?$	Мощность потребляемая мотором равна $P = I \times U$. Подставляем числа. $P = 5A \times 220B = 1100\,Вт = 1{,}1 кВт$. Полезная мощность мотора (которую он вырабатывает) равна $P - P_0$, где $P_0 = I^2 \times R$ - потеря мощности на выделении тепла на сопротивлении R. Тогда КПД равен $\eta = \frac{P - P_0}{P} = 1 - \frac{P_0}{P} = 1 - \frac{I^2 \times R}{I \times U} = 1 - \frac{I \times R}{U}$. Подставляем числа. $\eta = 1 - \frac{6Ом \times 5A}{220B} = 0{,}86 = 86\%$.

$R1 = 2$ кОм

$U = 100$ В

$U1 = 80$ В

$U2 = 60$ В

$R2 = ?$

Из закона Ома известно $I = \dfrac{U}{r + R1}$, где U – напряжение в сети, r – сопротивление вольтметра, сопротивление $R1$ – это сопротивление катушки. Напряжение, которое показывает вольтметр равно $U1 = I \times r$, поэтому $U1 = \dfrac{U \times r}{r + R1}$, откуда сопротивление вольтметра $r = \dfrac{U1 \times R1}{U - U1}$.

Во втором случае напряжение, которое показывает вольтметр равно $U2 = \dfrac{U \times r}{r + R2}$, откуда сопротивление второй катушки равно $R2 = \dfrac{(U - U2) \times r}{U2}$. Подставляем сюда $r = \dfrac{U1 \times R1}{U - U1}$ и получаем $R2 = \dfrac{(U - U2) \times U1 \times R1}{(U - U1) \times U2}$.

Подставляем числа. $R2 = \dfrac{(100В - 60В) \times 80В \times 2000Ом}{(100В - 80В) \times 60В} = 5330Ом = 5.33кОм$.

$\varepsilon = 12$ В $I = 4$А $\eta = 0.6$	
$r = ?$	

По определению к.п.д. источника тока есть отношение $\eta = \dfrac{\varepsilon - I \times r}{\varepsilon}$, где ε – э.д.с. источника, $I \times r$ – потеря напряжения на внутреннем сопротивлении r.

Тогда $r = \dfrac{(1-\eta) \times \varepsilon}{I} = \dfrac{(1-0.6) \times 12\text{В}}{4\text{А}} = 1.2\text{Ом}$.

$T=20c$ $I1=0A$ $I2=I_{max}$ $Q=4$кДж $R=5$Ом	
$k=?$	

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2\times R\times dt$.

Зависимость тока от времени линейная: $I = kt + I1$, где $k = \dfrac{I2 - I1}{T}$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_0^T I^2 \times R \times dt = \int_0^T (k \times t + I1)^2 \times R \times dt = \left(k^2 \times \frac{T^3}{3} + 2k \times I1 \times \frac{T^2}{2} + I1^2 \times T\right) \times R.$$

Так как I1=0, то $Q = k^2 \times \dfrac{T^3}{3} \times R$. Откуда искомое $k = \sqrt{\dfrac{3 \times Q}{T^3 \times R}}$.

Подставляем числа. $k = \sqrt{\dfrac{3 \times 4000\text{Дж}}{(20c)^3 \times 5\text{Ом}}} = 0{,}55 A/c$.

$T = 10^{-2}$ с $I = I_0 \times e^{-\alpha t}$ $I_0 = 20$ А $\alpha = 10^2 с^{-1}$ $Q = ?$	Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ = I^2 \times R \times dt$. Тогда полная теплота равна интегралу $Q = \int dQ = \int_0^T I^2 \times R \times dt = \int_0^T (I_0 \times e^{-\alpha \times t})^2 \times R \times dt = \frac{(I_0)^2 \times R}{2\alpha} \times \left[1 - e^{-2\alpha \times T}\right]$. Подставляем числа. $Q = \frac{(20A)^2 \times R}{2 \times 10^2 c^{-1}} \times \left[1 - \exp\left(-2 \times 10^2 c^{-1} \times 10^{-2} c\right)\right] = 1.73 \times R$. Для численного ответа необходимо знать сопротивление R.

$T=50c$ $I1=5A$ $I2=10A$ $R=10 Ом$	Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2 \times R \times dt$.
$Q=?$	

Зависимость тока от времени линейная: $I = kt + I1$, где $k = \dfrac{I2 - I1}{T}$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_0^T I^2 \times R \times dt = \int_0^T (k \times t + I1)^2 \times R \times dt = \left(k^2 \times \frac{T^3}{3} + 2k \times I1 \times \frac{T^2}{2} + I1^2 \times T\right) \times R.$$

Так как $k = \dfrac{I2 - I1}{T}$, то $Q = \left(\left(\dfrac{I2 - I1}{T}\right)^2 \times \dfrac{T^3}{3} + 2 \times \dfrac{I2 - I1}{T} \times I1 \times \dfrac{T^2}{2} + I1^2 \times T\right) \times R =$

$$= \left(\frac{(I2 - I1)^2}{3} + (I2 - I1) \times I1 + I1^2\right) \times R \times T = \left(\frac{(I2 - I1)^2}{3} + I1 \times I2\right) \times R \times T.$$

Подставляем числа. $Q = \left(\dfrac{(10A - 5A)^2}{3} + 5A \times 10A\right) \times 10 Ом \times 50c = 29170 Дж = 29{,}17 кДж$.

$T=10c$ $I1=1A$ $I2=2A$ $Q=5$ кДж	
$R=?$	

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2\times R\times dt$.

Зависимость тока от времени линейная: $I = kt + I1$, где $k = \dfrac{I2 - I1}{T}$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_0^T I^2 \times R \times dt = \int_0^T (k \times t + I1)^2 \times R \times dt = \left(k^2 \times \frac{T^3}{3} + 2k \times I1 \times \frac{T^2}{2} + I1^2 \times T\right) \times R.$$

Так как $k = \dfrac{I2 - I1}{T}$, то $Q = \left(\left(\dfrac{I2 - I1}{T}\right)^2 \times \dfrac{T^3}{3} + 2 \times \dfrac{I2 - I1}{T} \times I1 \times \dfrac{T^2}{2} + I1^2 \times T\right) \times R =$

$$= \left(\frac{(I2 - I1)^2}{3} + (I2 - I1) \times I1 + I1^2\right) \times R \times T = \left(\frac{(I2 - I1)^2}{3} + I1 \times I2\right) \times R \times T.$$

Поэтому сопротивление равно $R = \dfrac{Q}{\left(\dfrac{(I2 - I1)^2}{3} + I1 \times I2\right) \times T}$.

Подставляем числа. $R = \dfrac{5000\text{Дж}}{\left(\dfrac{(2A - 1A)^2}{3} + 1A \times 2A\right) \times 10c} = 214\text{Ом}$.

$I = I_0 \sin\omega t$ $I_0 = 10$ A $\omega = 50\pi c^{-1}$ $t = T/2$	
Q=?	

Сила тока равна по определению $I = \dfrac{dQ}{dt}$, где dQ – проходящий заряд, dt – время за которое проходит заряд. Поэтому $dQ = I \times dt$.

Полный заряд равен интегралу $Q = \int dQ = \int_0^t I \times dt = \int_0^{T/2} I_0 \times \sin\omega t \times dt$.

Вычисляем его $Q = \dfrac{I_0}{\omega} \times \cos\omega t \Big|_0^{T/2} = \dfrac{I_0}{\omega} \times \cos\dfrac{\omega \times T}{2} - \dfrac{I_0}{\omega} = \dfrac{I_0}{\omega} \times \left(\cos\dfrac{\omega \times T}{2} - 1\right)$.

Круговая частота равна по определению $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$. Поэтому

$$Q = \frac{I_0}{\omega} \times \left(\cos\frac{2\pi \times T}{2T} - 1\right) = Q = -2 \times \frac{I_0}{\omega}.$$

Подставляем числа. $Q = -2 \times \dfrac{10A}{50\pi c^{-1}} = -0.127\text{Кл}$.

$T=10c$ $I1=0A$ $Q=40$ кДж $R=25$Ом	
$<I> = ?$	

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2\times R\times dt$.

Зависимость тока от времени линейная: $I = kt + I1$, где $k = \dfrac{I2-I1}{T}$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_0^T I^2 \times R \times dt = \int_0^T (k\times t + I1)^2 \times R \times dt = \left(k^2 \times \frac{T^3}{3} + 2k \times I1 \times \frac{T^2}{2} + I1^2 \times T\right)\times R.$$

Так как $k = \dfrac{I2-I1}{T}$, то $Q = \left(\left(\dfrac{I2-I1}{T}\right)^2 \times \dfrac{T^3}{3} + 2\times\dfrac{I2-I1}{T}\times I1\times\dfrac{T^2}{2} + I1^2\times T\right)\times R =$

$$= \left(\frac{(I2-I1)^2}{3} + (I2-I1)\times I1 + I1^2\right)\times R\times T = \left(\frac{(I2-I1)^2}{3} + I1\times I2\right)\times R\times T.$$

Так как $I1=0$, то $Q = \left(\dfrac{(I2)^2}{3} + 0\times I2\right)\times R\times T = \dfrac{I2^2\times R\times T}{3}$. Откуда конечный ток равен

$I2 = \sqrt{\dfrac{3\times Q}{R\times T}}$. Среднее значение тока равно $<I>= \dfrac{I2+I1}{2} = \dfrac{I2}{2} = \dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{3\times Q}{R\times T}}$.

Подставляем числа. $<I>= \dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{3\times 40000\,Дж}{25\,Ом\times 10\,c}} = 10{,}95A$.

T=8с I1=0А Q=500Дж R=8Ом	
$q=?$	

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2\times R\times dt$. Зависимость тока от времени линейная: $I=kt+I1$, где $k=\dfrac{I2-I1}{T}$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q=\int dQ=\int_0^T I^2\times R\times dt=\int_0^T (k\times t+I1)^2\times R\times dt=\left(k^2\times\frac{T^3}{3}+2k\times I1\times\frac{T^2}{2}+I1^2\times T\right)\times R.$$

Так как $k=\dfrac{I2-I1}{T}$, то $Q=\left(\left(\dfrac{I2-I1}{T}\right)^2\times\dfrac{T^3}{3}+2\times\dfrac{I2-I1}{T}\times I1\times\dfrac{T^2}{2}+I1^2\times T\right)\times R=$

$$=\left(\frac{(I2-I1)^2}{3}+(I2-I1)\times I1+I1^2\right)\times R\times T=\left(\frac{(I2-I1)^2}{3}+I1\times I2\right)\times R\times T.$$

Так как I1=0, то $Q=\left(\dfrac{(I2)^2}{3}+0\times I2\right)\times R\times T=\dfrac{I2^2\times R\times T}{3}$. Откуда конечный ток равен $I2=\sqrt{\dfrac{3\times Q}{R\times T}}$. Тогда зависимость тока от времени следующая:

$$I=\frac{I2-I1}{2}\times t+I1=\frac{I2}{2}\times t=\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{3\times Q}{R\times T}}\times t$$

Сила тока равна по определению $I=\dfrac{dq}{dt}$, где dq – проходящий заряд, dt – время за которое проходит заряд. Поэтому $dq=I\times dt$.

Полный заряд равен интегралу $q=\int dq=\int_0^t I\times dt=\int_0^T\dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{3\times Q}{R\times T}}\times t\times dt=\dfrac{1}{4}\times\sqrt{\dfrac{3\times Q}{R\times T}}\times T^2$.

Подставляем числа. $q=\dfrac{1}{4}\times\sqrt{\dfrac{3\times 500Дж}{8Ом\times 8с}}\times(8с)^2=77{,}5Кл$.

Дано	Решение
$T=10с$ $I1=10A$ $I2=0A$ $R=10Ом$	
$Q=?$	

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2\times R\times dt$.

Зависимость тока от времени линейная: $I = kt + I1$, где $k = \dfrac{I2-I1}{T}$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q=\int dQ=\int_0^T I^2\times R\times dt=\int_0^T (k\times t+I1)^2\times R\times dt=\left(k^2\times\frac{T^3}{3}+2k\times I1\times\frac{T^2}{2}+I1^2\times T\right)\times R.$$

Так как $k=\dfrac{I2-I1}{T}$, то $Q=\left(\left(\dfrac{I2-I1}{T}\right)^2\times\dfrac{T^3}{3}+2\times\dfrac{I2-I1}{T}\times I1\times\dfrac{T^2}{2}+I1^2\times T\right)\times R=$

$$=\left(\frac{(I2-I1)^2}{3}+(I2-I1)\times I1+I1^2\right)\times R\times T=\left(\frac{(I2-I1)^2}{3}+I1\times I2\right)\times R\times T.$$

Подставляем числа. $Q=\left(\dfrac{(0A-10A)^2}{3}+10A\times 0A\right)\times 10Ом\times 10с=3333Дж\cong 3{,}33кДж$.

Дано	Решение
$T=10$ с $I = I_0 \times \sin \omega t$ $R=10$ Ом $t1 = 0$ $t2 = T/4$ $Q = ?$	

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ=I^2\times R\times dt$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_{t1}^{t2} I^2 \times R \times dt = \int_0^{T/4} (I_0 \times \sin \omega t)^2 \times R \times dt = (I_0)^2 \times R \times \int_0^{T/4} \frac{1-\cos 2\omega t}{2} \times dt =$$

$$= \frac{(I_0)^2 \times R}{2} \times \left[\left(\frac{T}{4} - 0\right) - \frac{1}{2\omega} \times \left(\sin \frac{2\omega \times T}{4} - 0\right)\right].$$

Угловая частота равна по определению $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому

$$Q = \frac{(I_0)^2 \times R}{2} \times \left[\frac{T}{4} - \frac{T}{2\times 2\pi} \times \left(\sin \frac{2\times 2\pi \times T}{4\times T}\right)\right] = \frac{(I_0)^2 \times R \times T}{8} \times \left[1 - \frac{1}{\pi} \times (\sin \pi)\right] = \frac{(I_0)^2 \times R \times T}{8}$$

Подставляем числа.

$$Q = \frac{(I_0)^2 \times 10\,Ом \times 10\,с}{8} = 12.5 \times (I_0)^2.$$

Для численного ответа необходимо знать I_0.

$\frac{I_0}{I} = e$

$I = I_0 \times e^{-\alpha t}$

$\alpha = 2\times 10^2 c^{-1}$

$R = 20$ Ом

$Q = ?$

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока за время dt равно $dQ = I^2 \times R \times dt$.

Тогда полная теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_0^T I^2 \times R \times dt = \int_0^T \left(I_0 \times e^{-\alpha\times t}\right)^2 \times R \times dt = \frac{\left(I_0\right)^2 \times R}{2\alpha} \times \left[1 - e^{-2\alpha\times T}\right].$$

Так как $\frac{I_0}{I(T)} = e$, то $\frac{I_0}{I_0 \times e^{-\alpha T}} = e$, откуда $e^{\alpha\times T} = e$. Поэтому $\alpha\times T = 1$.

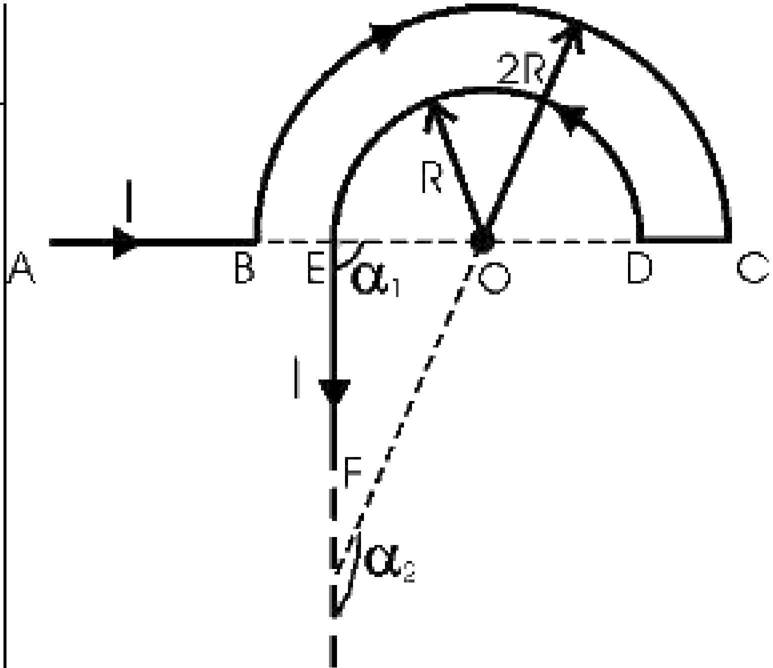
Тогда теплота равна $Q = \frac{\left(I_0\right)^2 \times R}{2\alpha} \times \left[1 - e^{-2}\right] = \frac{0.432 \times \left(I_0\right)^2 \times R}{\alpha}$

Подставляем числа.

$$Q = \frac{0.432 \times \left(I_0\right)^2 \times 20\text{Ом}}{2\times 10^2\ c^{-1}} = 0{,}043 \times \left(I_0\right)^2.$$

Для численного ответа необходимо знать I_0.

$I=100$ A	
$R=10$ см	
$B=?$	



Магнитную индукцию B в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $B=\sum B_i$. В нашем случае провод можно разбить на пять частей: два прямолинейных провода AB и EF, уходящие одним концом в бесконечность, один отрезок DC и две полуокружности BC – радиусом 2R и DE – радиусом R. Тогда $B=B_{AB}+B_{BC}+B_{DC}+B_{DE}+B_{EF}$.

Магнитная индукция от участков AB и DC равна нулю, так как точка O лежит на оси провода AB. Поэтому $B=B_{BC}+B_{DE}+B_{EF}$.

Магнитная индукция поля кругового тока радиусом R равна $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$, I – сила тока.

Тогда $B_{BC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\mu_0 I}{2\times(2R)}=\dfrac{\mu_0 I}{8\times R}$ и $B_{DE}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\mu_0 I}{2\times R}=\dfrac{\mu_0 I}{4\times R}$. Причем вектор индукции B_{BC} направлен в сторону противоположную направлению вектора B_{DE} (из-за того что токи текут в разных направлениях). Вектор B_{EF} будет направлен в ту же сторону что и B_{DE}. Поэтому $B=B_{DE}-B_{BC}+B_{EF}=\dfrac{\mu_0 I}{4\times R}-\dfrac{\mu_0 I}{8\times R}+B_{EF}=\dfrac{\mu_0 I}{8\times R}+B_{EF}$.

Найдем B_{EF}. Известно, что магнитное поле на расстоянии r от отрезка длинной l, по которому течет ток силой I, равно $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times r}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$. Поэтому в нашем случае магнитное поле от отрезка EF равно $B_{EF}=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times r}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$. Из рисунка видно, что $\alpha 1=\dfrac{\pi}{2}$, $\alpha 2=\pi$, и $r=R$ поэтому $B_{EF}=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times R}\left(\cos\dfrac{\pi}{2}-\cos\pi\right)=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times R}$.

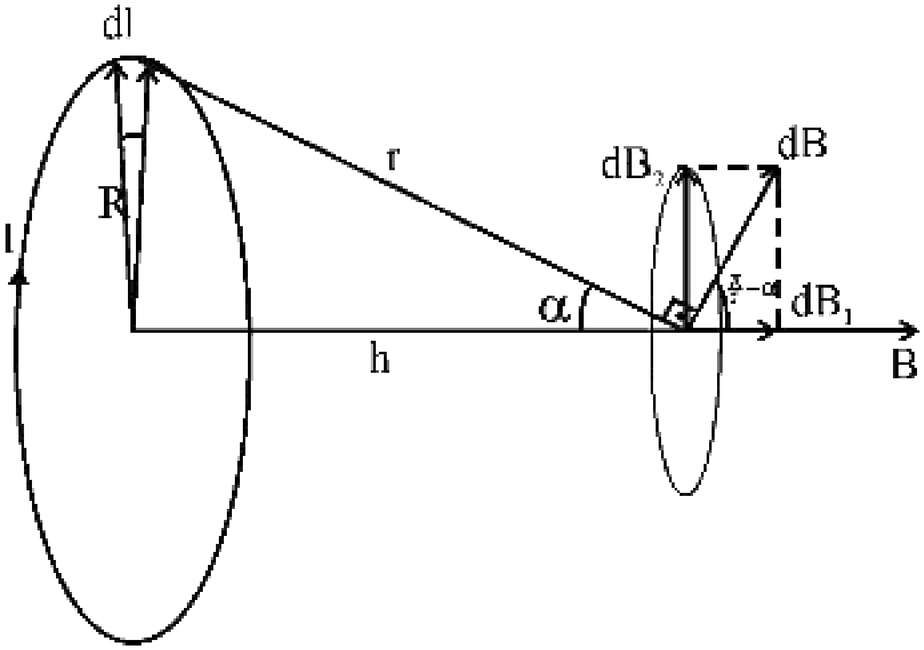
Тогда магнитное поле от всей рамки равно $B=\dfrac{\mu_0 I}{8\times R}+\dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times R}=\dfrac{\mu_0 I}{8\times R}\left(1+\dfrac{2}{\pi}\right)$.

Подставляем числа $B=\dfrac{4\pi\times 10^{-7}\,\text{Гн/м}\times 100\text{A}}{8\times 0{,}1\text{м}}\left(1+\dfrac{2}{3{,}14}\right)=2{,}57\times 10^{-4}\,\text{Тл}=0{,}257\,\text{мТл}$.

$P_m = 5A \times м^2$

$r = 20см$

$B = ?$



Для решения задачи воспользуемся законом Био—Савара—Лапласа:

$\overline{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[\overline{dl}\times\overline{r}]}{r^3}$, где dB — магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $I\times dl$ в точке, определяемой радиусом-вектором r.

Выделим на кольце элемент dl и от него в точку проведем радиус-вектор r (рис.). Вектор dB направим в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция B в точке определяется интегрированием: $\overline{dB} = \int\limits_l \overline{dB}$, где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца. Разложим вектор dB на две составляющие: dB_1, перпендикулярную плоскости кольца, и dB_2, параллельную плоскости кольца, т. е. $\overline{dB} = \overline{dB_1} + \overline{dB_2}$.

Тогда $\overline{B} = \int\limits_l \overline{dB_1} + \int\limits_l \overline{dB_2}$. Заметив, что $\int\limits_l \overline{dB_2} = 0$ из соображений симметрии и что векторы dB_1 от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным: $B = \int\limits_l dB_1$, где $dB_1 = dB\times\cos\alpha$ и $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\times dl}{r^2}$ (поскольку dl перпендикулярен r). Таким образом,

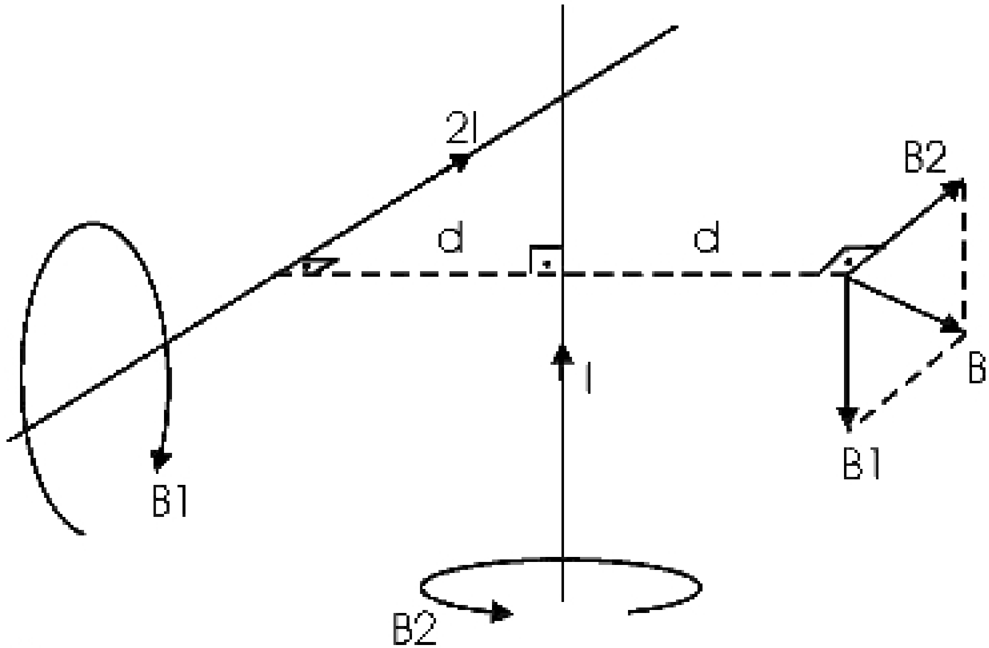
$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\cos\alpha\int\limits_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\times 2\pi R}{r^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0\times I\times R}{2r^2}\cos\alpha$. Из рисунка видно, что $\cos\alpha = \frac{R}{r}$, поэтому $B = \frac{\mu_0\times I\times R^2}{2r^3}$.

Виток площадью $S = \pi\times R^2$ по которому течет ток I обладаем магнитным моментом $P_m = I\times S = I\times\pi\times R^2$. Поэтому $B = \frac{\mu_0\times P_m}{2\pi\times r^3}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$B = \frac{4\pi\times 10^{-7}Гн/м\times 5А\times м^2}{2\pi\times(0{,}2м)^3} = 1.25\times 10^{-4}Тл = 0.125мТл.$$

I = 100 A d = 10 см
B = ?



Магнитная индукция поля бесконечно длинного прямого тока на расстоянии r равна $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, I – сила тока.

Наша точка находится на расстоянии $2\times d$ от первого провода и на расстоянии d от второго провода и тогда модули векторов магнитной индукции:

$$B1 = \frac{\mu_0 \times 2I}{2\pi\times 2d} = \frac{\mu_0 \times I}{2\pi\times d},\quad B2 = \frac{\mu_0 \times I}{2\pi\times d}.$$

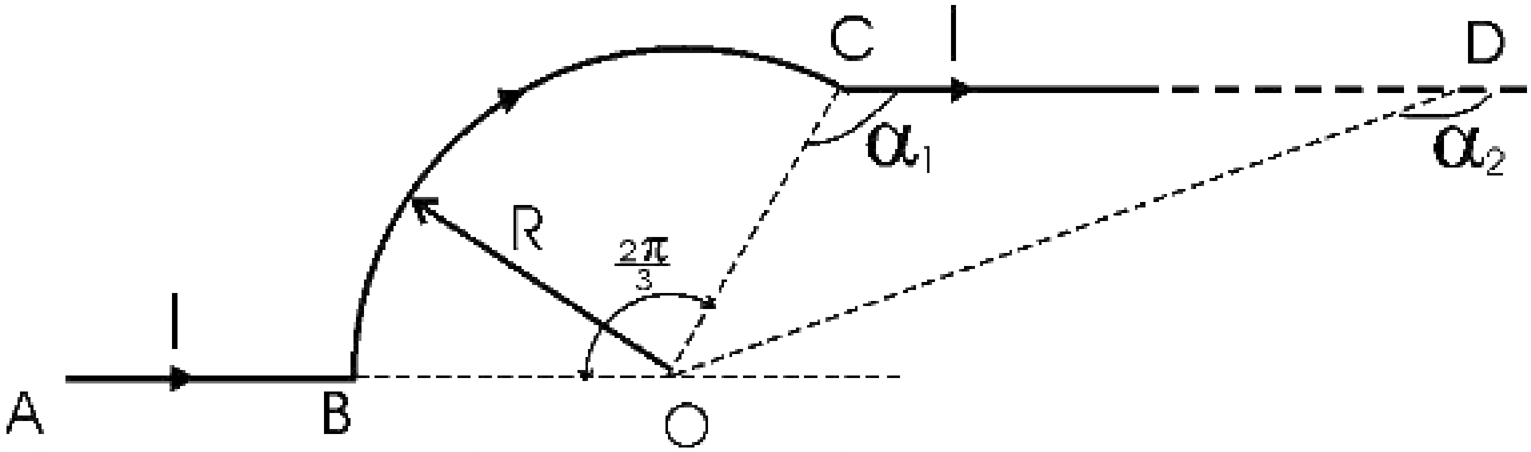
Из рисунка видно, что вектора B1 и B2 перпендикулярны друг другу, поэтому суммарный вектор магнитной индукции найдем по правилу Пифагора:

$$B = \sqrt{(B1)^2 + (B2)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 \times I}{2\pi\times d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \times I}{2\pi\times d}\right)^2} = \frac{\mu_0 \times \sqrt{2} I}{2\pi\times d}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$B = \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\text{Гн/м}\times\sqrt{2}\times 100\,\text{А}}{2\pi\times 0{,}1\,\text{м}} = 2{,}8\times 10^{-4}\,\text{Тл} = 0{,}28\,\text{мТл}.$$

Дано:
$I=200$ А
$R=10$ см
$B=?$



Магнитную индукцию B в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $B=\sum B_i$. В нашем случае провод можно разбить на три части: два прямолинейных провода AB и CD, уходящие одним концом в бесконечность, и часть окружности BC – радиусом R. Тогда $B=B_{AB}+B_{BC}+B_{DC}$.

Магнитная индукция от участков AB равна нулю, так как точка O лежит на оси провода AB. Поэтому $B=B_{BC}+B_{DC}$.

Магнитная индукция поля кругового тока радиусом R равна $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$, I – сила тока.

Тогда $B_{BC}=\frac{1}{3}\times\frac{\mu_0 I}{2\times R}=\frac{\mu_0 I}{6\times R}$. Причем вектор B_{BC} будет направлен в ту же сторону что и B_{DC}. Поэтому $B=B_{DC}+B_{BC}=\frac{\mu_0 I}{6\times R}+B_{DC}$.

Найдем B_{DC}. Известно, что магнитное поле на расстоянии r от отрезка длинной l, по которому течет ток силой I, равно $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi\times r}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$. Поэтому в нашем случае магнитное поле от отрезка DC равно $B_{DC}=\frac{\mu_0 I}{4\pi\times r}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$. Из рисунка видно, что $\alpha 1=\frac{2\pi}{3}$ (накрест лежащие углы), $\alpha 2=\pi$, и $r=R$ поэтому

$$B_{DC}=\frac{\mu_0 I}{4\pi\times R}\left(\cos\frac{2\pi}{3}-\cos\pi\right)=\frac{\mu_0 I}{8\pi\times R}.$$

Тогда магнитное поле от всей рамки равно $B=\frac{\mu_0 I}{6\times R}+\frac{\mu_0 I}{8\pi\times R}=\frac{7\times\mu_0 I}{24\times R}$.

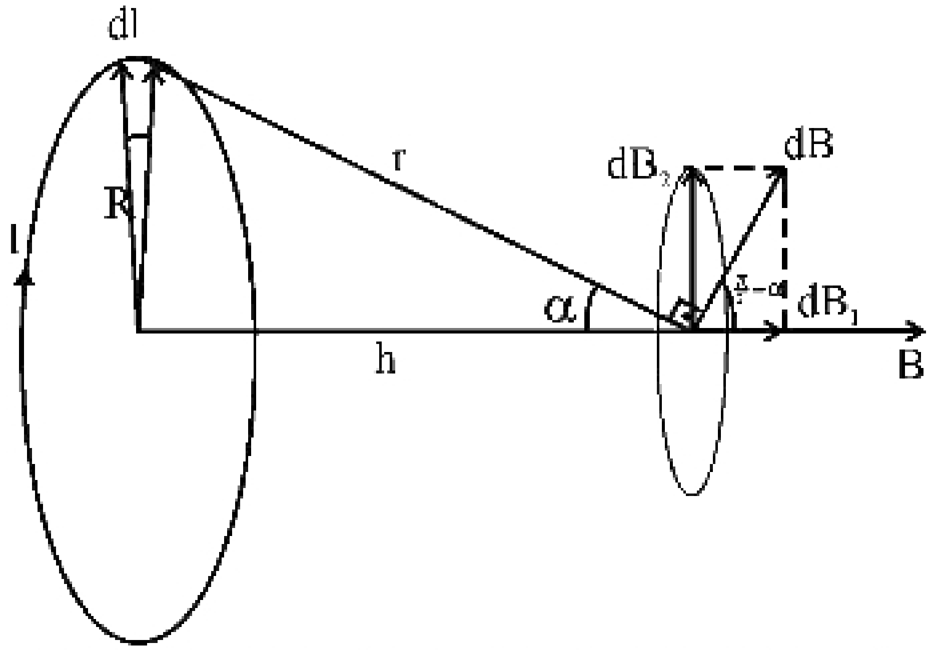
Подставляем числа $B=\frac{7\times 4\pi\times 10^{-7}\,\text{Гн/м}\times 200\text{А}}{24\times 0{,}1\text{м}}=7{,}33\times 10^{-4}\,\text{Тл}=0{,}733\text{мТл}$.

$R = 20$см

$I = 100$ А

$\alpha = \pi/3$

$B = ?$



Для решения задачи воспользуемся законом Био—Савара—Лапласа:

$\overline{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[\overline{dl}\times\overline{r}\right]}{r^3}$, где dB — магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $I \times dl$ в точке, определяемой радиусом-вектором r.

Выделим на кольце элемент dl и от него в точку проведем радиус-вектор r (рис.). Вектор dB направим в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция B в точке определяется интегрированием: $\overline{dB} = \int\limits_l \overline{dB}$, где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца. Разложим вектор dB на две составляющие: dB_1, перпендикулярную плоскости кольца, и dB_2, параллельную плоскости кольца, т. е. $\overline{dB} = \overline{dB_1} + \overline{dB_2}$.

Тогда $\overline{B} = \int\limits_l \overline{dB_1} + \int\limits_l \overline{dB_2}$. Заметив, что $\int\limits_l \overline{dB_2} = 0$ из соображений симметрии и что векторы dB_1 от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным: $B = \int\limits_l dB_1$, где $dB_1 = dB \times \cos\alpha$ и

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I \times dl}{r^2}$ (поскольку dl перпендикулярен r). Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\cos\alpha\int\limits_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I \times 2\pi R}{r^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0 \times I \times R}{2r^2}\cos\alpha.$$

Из рисунка видно, что $\cos\alpha = \frac{R}{r}$, откуда $r = \frac{R}{\cos\alpha}$, поэтому

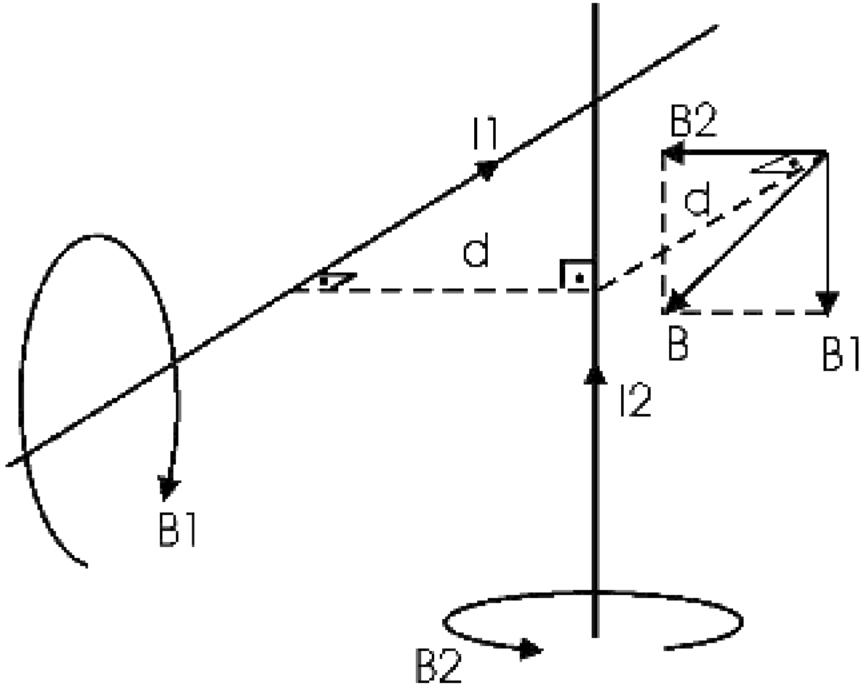
$$B = \frac{\mu_0 \times I \times R}{2r^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0 \times I \times R}{2R^2}\cos^3\alpha = \frac{\mu_0 \times I}{2R}\cos^3\alpha.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,\text{Гн/м} \times 100\text{А}}{2 \times 0{,}2\text{м}} \times \cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3.9 \times 10^{-5}\,\text{Тл} = 0.39\,\text{мкТл}.$$

$I1 = 100$ A
$I2 = 200$ A
$d = 10$ см

$B = ?$



Магнитная индукция поля бесконечно длинного прямого тока на расстоянии r равна $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, I – сила тока.

Наша точка находится на расстоянии d от первого провода и на расстоянии d от второго провода и тогда модули векторов магнитной индукции:

$$B1 = \frac{\mu_0 \times I1}{2\pi \times d}, \quad B2 = \frac{\mu_0 \times I2}{2\pi \times d} = \frac{\mu_0 \times 2 \times I1}{2\pi \times d} = \frac{\mu_0 \times I1}{\pi \times d}.$$

Из рисунка видно, что вектора B1 и B2 перпендикулярны друг другу, поэтому суммарный вектор магнитной индукции найдем по правилу Пифагора:

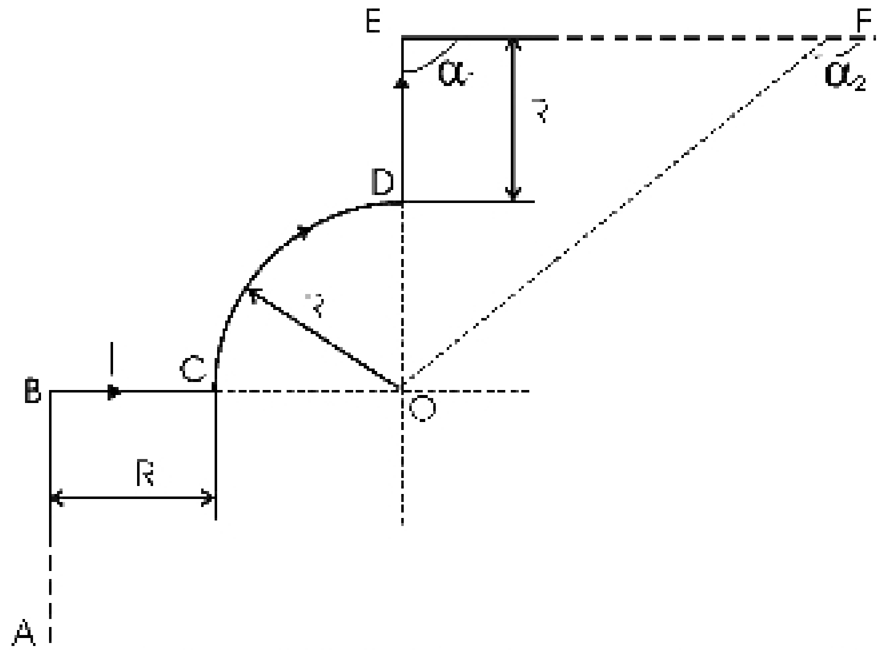
$$B = \sqrt{(B1)^2 + (B2)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 \times I1}{2\pi \times d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \times I1}{\pi \times d}\right)^2} = \frac{\mu_0 \times \sqrt{5} \times I1}{2\pi \times d}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} Гн/м \times \sqrt{5} \times 100А}{2\pi \times 0{,}1м} = 4{,}5 \times 10^{-4} Тл = 0{,}45 мТл.$$

I=200 А
R= 10 см

B = ?



Магнитную индукцию B в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $B = \sum B_i$. В нашем случае провод можно разбить на пять частей: два прямолинейных провода AB и EF, уходящие одним концом в бесконечность, часть окружности CD – радиусом R, и два отрезка BC и DE. Тогда $B=B_{AB}+B_{BC}+B_{DC}+B_{DE}+B_{EF}$.

Магнитная индукция от участков BC и DE равна нулю, так как точка O лежит на оси проводов BC и DE. Поэтому $B= B_{AB}+B_{DC}+B_{EF}$. Кроме того в виду симметрии задачи $B_{AB}=B_{EF}$. И поэтому $B= 2\times B_{EF}+B_{DC}$

Магнитная индукция поля кругового тока радиусом R равна $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$, I – сила тока.

Тогда $B_{DC} = \dfrac{1}{4}\times\dfrac{\mu_0 I}{2\times R} = \dfrac{\mu_0 I}{8\times R}$. Причем вектор B_{BC} будет направлен в ту же сторону

что и B_{EF}. Поэтому $B=B_{DC}+2\times B_{EF}=\dfrac{\mu_0 I}{8\times R} + 2\times B_{EF}$.

Найдем B_{EF}. Известно, что магнитное поле на расстоянии r от отрезка длинной l, по которому течет ток силой I, равно $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Поэтому в нашем случае

магнитное поле от отрезка EF равно $B_{EF} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi\times r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Из рисунка видно,

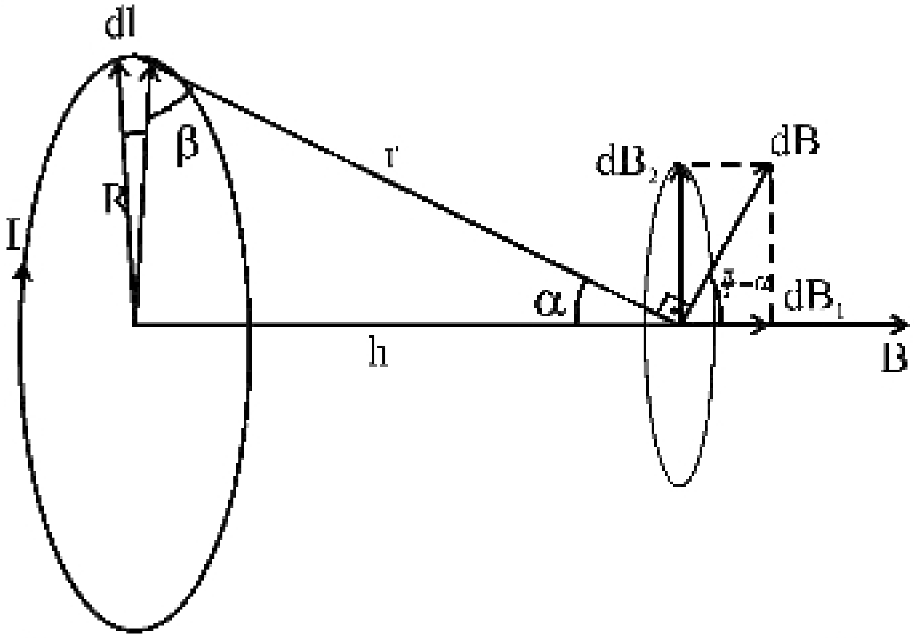
что $\alpha 1=\dfrac{\pi}{2}$, $\alpha 2=\pi$, и $r=2\times R$ поэтому

$$B_{EF} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\times 2R}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\pi\right) = \frac{\mu_0 I}{8\pi\times R}.$$

Тогда магнитное поле от всей рамки равно $B = \dfrac{\mu_0 I}{8\times R} + \dfrac{2\mu_0 I}{8\pi\times R} = \dfrac{3\times\mu_0 I}{8\times R}$.

Подставляем числа $B = \dfrac{3\times 4\pi\times 10^{-7}\,Гн/м\times 200А}{8\times 0{,}1м} = 9{,}42\times 10^{-4}\,Тл = 0{,}942мТл$.

$r = 10$см
$I=80$ А
$\beta = \pi/6$
$B = ?$



Для решения задачи воспользуемся законом Био—Савара—Лапласа:

$\overline{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[\overline{dl}\times\overline{r}]}{r^3}$, где dB — магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока $I\times dl$ в точке, определяемой радиусом-вектором r.

Выделим на кольце элемент dl и от него в точку проведем радиус-вектор r (рис.). Вектор dB направим в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция B в точке определяется интегрированием: $\overline{dB} = \int\limits_l \overline{dB}$, где интегрирование ведется по всем элементам dl кольца. Разложим вектор dB на две составляющие: dB_1, перпендикулярную плоскости кольца, и dB_2, параллельную плоскости кольца, т. е. $\overline{dB} = \overline{dB_1} + \overline{dB_2}$.

Тогда $\overline{B} = \int\limits_l \overline{dB_1} + \int\limits_l \overline{dB_2}$. Заметив, что $\int\limits_l \overline{dB_2} = 0$ из соображений симметрии и что векторы dB_1 от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным: $B = \int\limits_l dB_1$, где $dB_1=dB\times\cos\alpha$ и

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\times dl}{r^2}$ (поскольку dl перпендикулярен r). Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\cos\alpha\int\limits_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\times 2\pi R}{r^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0\times I\times R}{2r^2}\cos\alpha.$$

Из рисунка видно, что $\cos\alpha = \frac{R}{r}$, откуда $R = r\times\cos\alpha$, поэтому

$$B = \frac{\mu_0\times I\times R}{2r^2}\cos\alpha = \frac{\mu_0\times I\times r}{2r^2}\cos^2\alpha = \frac{\mu_0\times I}{2r}\cos^2\alpha.$$

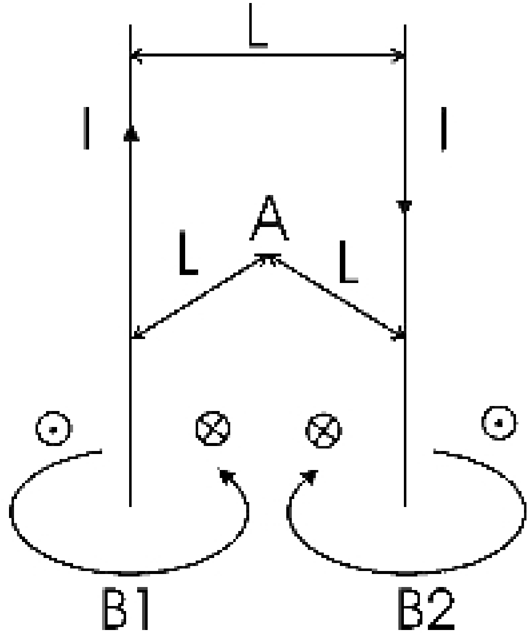
Из рисунка видно, что $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta = \frac{\pi}{3}$.

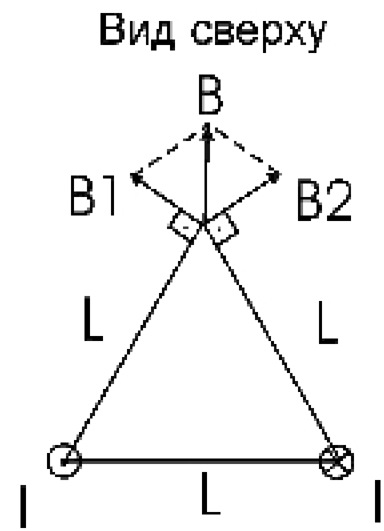
Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$B = \frac{4\pi\times 10^{-7}\text{Гн/м}\times 80\text{А}}{2\times 0{,}1\text{м}}\times\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.26\times 10^{-4}\text{Тл} = 0.126\text{мТл}.$$

$I = 60A$
$L = 10$ см

$B = ?$





Магнитная индукция поля бесконечно длинного прямого тока на расстоянии L равна $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi L}$, I – сила тока. Наша точка находится на расстоянии L от обоих проводов и, следовательно, получается равносторонний треугольник (см. рис.).

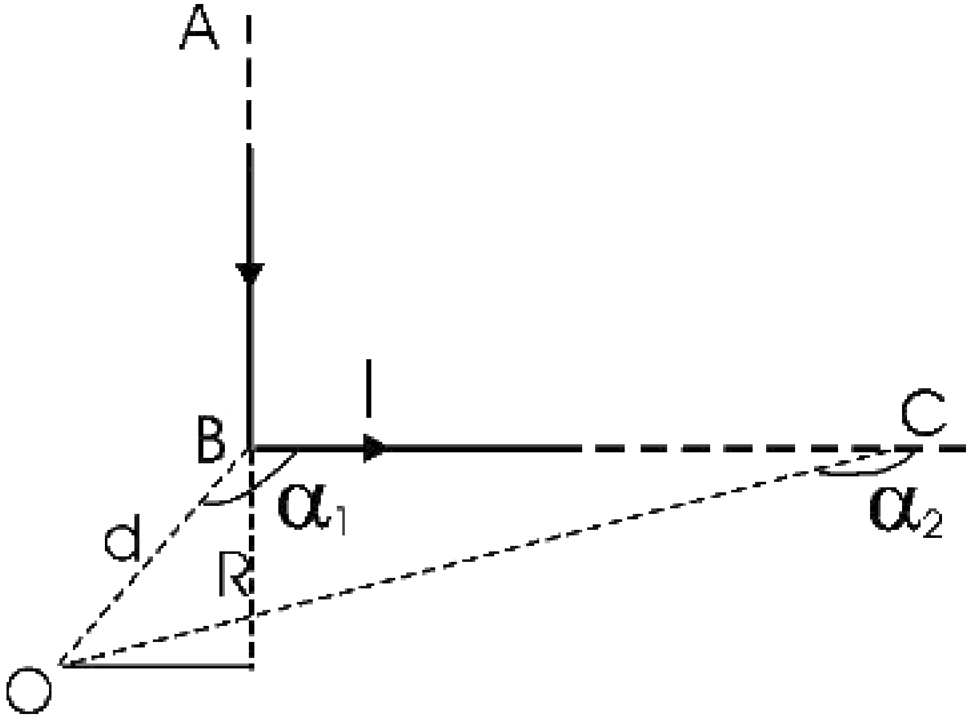
Поле B будет направлено от нас (см. рис.) и его модуль будет равен $B = B1 \times \cos 60° + B2 \times \cos 60° = 2\dfrac{\mu_0 I}{2\pi L} \times \cos 60° = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi L}$. (Угол между векторами B1 и B2 равен 120°).

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{Гн/м} \times 60\text{А}}{2\pi \times 0{,}1\text{м}} = 1.2 \times 10^{-4} \text{Тл} = 0{,}12\text{мТл}.$$

$I = 50$ A
$d = 10$ см

$B = ?$



Магнитную индукцию B в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $B = \sum B_i$. В нашем случае провод можно разбить на две части: две прямолинейных провода AB и BC, уходящие одним концом в бесконечность. Тогда $B = B_{AB} + B_{BC}$.

Магнитная индукция от участков AB равна нулю, так как точка O лежит на оси провода AB. Поэтому $B = B_{BC} + B_{DC}$. Кроме того, в виду симметрии задачи $B_{AB} = B_{BC}$. И поэтому $B = 2 \times B_{BC}$

Найдем B_{BC}. Известно, что магнитное поле на расстоянии r от отрезка длинной l, по которому течет ток силой I, равно $B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi \times r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Поэтому в нашем случае магнитное поле от отрезка BC равно $B_{BC} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi \times r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$. Из рисунка видно, что $\alpha 1 = \dfrac{3\pi}{4}$, $\alpha 2 = \pi$, и $r = R = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$ поэтому

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I \times \sqrt{2}}{4\pi \times d}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - \cos\pi\right) = \frac{\mu_0 I \times \sqrt{2}}{4\pi \times d}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi \times d}(1+\sqrt{2}).$$

Тогда магнитное поле от всей рамки равно $B = 2\dfrac{\mu_0 I}{4\pi \times d}(1+\sqrt{2}) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi \times d}(1+\sqrt{2})$.

Подставляем числа $B = \dfrac{4\pi \times 10^{-7}\,\text{Гн/м} \times 50\text{А}}{2\pi \times 0{,}1\text{м}}(1+\sqrt{2}) = 2{,}41 \times 10^{-4}\,\text{Тл} = 0{,}241\,\text{мТл}$.

$I1 = 500$ А $I2 = 500$ А $L = 10$ см $S = 3$ м	Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины $F = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times L}$, где L – расстояние между токами I1 и I2. Тогда на провод длинной S будет действовать сила
$F = ?$	$F = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times L} \times S$.

Подставляем числа

$$F = \frac{4\pi \times 10^{-7} Гн/м \times (500А)^2}{2\pi \times 0.1м} \times 3м = 1{,}5Н.$$

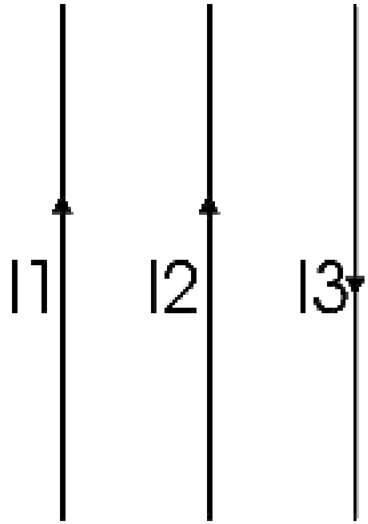
$I1=I2=I3=400A$

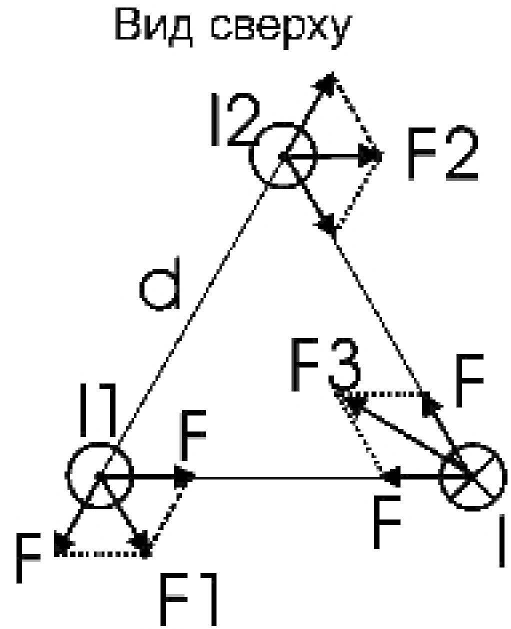
$R = 20$ см

$F1 = ?$

$F2 = ?$

$F3 = ?$





Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины $F = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times R}$, где R – расстояние между токами I1 и I2. Поскольку расстояния между проводами и токи равны, то силы взаимодействия между любыми парами проводов будут одинаковыми.

Из рисунка видно, что $F1=F2=2\times F\times\cos 60^o=2\times F\times 0.5=F$. Поэтому

$$F1 = F2 = \frac{4\pi\times 10^{-7}\,\text{Гн/м}\times 400\text{А}\times 400\text{А}}{2\pi\times 0{,}2\text{м}} = 0{,}16\,\text{Н/м}.$$

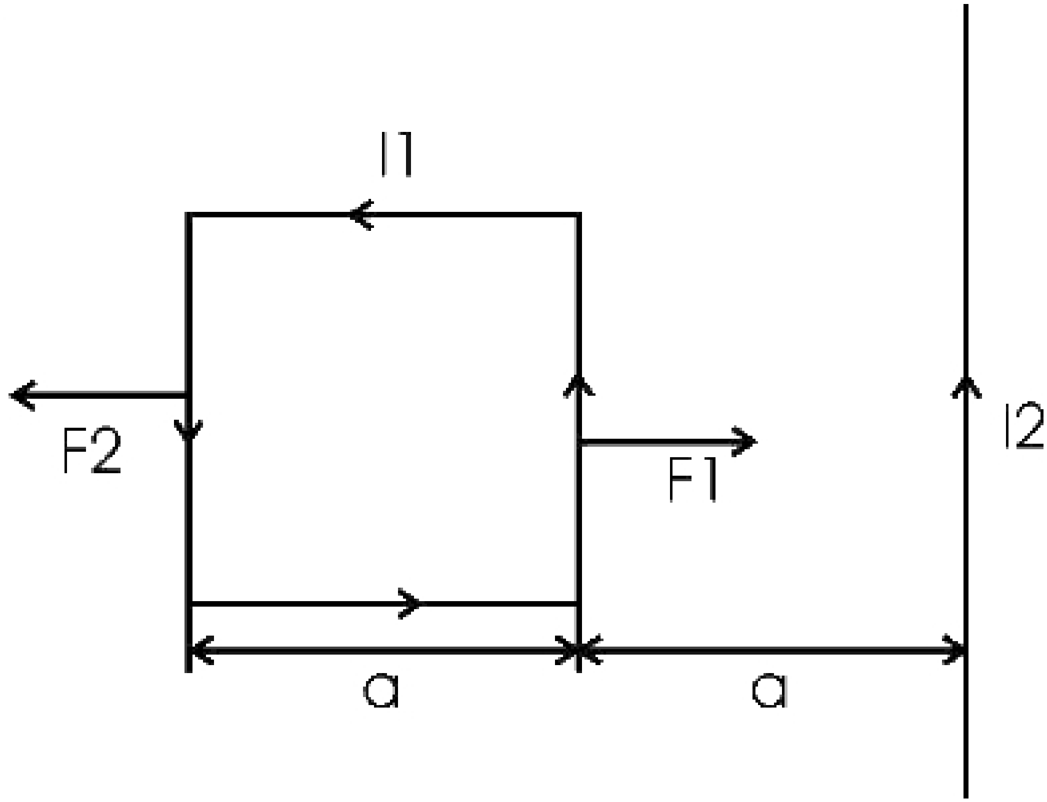
Сила F3 им не равна. Так как $F3=2\times F\times\cos 30^o=\sqrt{3}\times F$. Поэтому

$$F3 = \frac{\sqrt{3}\times 4\pi\times 10^{-7}\,\text{Гн/м}\times 400\text{А}\times 400\text{А}}{2\pi\times 0{,}2\text{м}} = 0{,}28\,\text{Н/м}.$$

$I1 = 200$ A

$I2 = 200$ A

$F = ?$



Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины $F = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times L}$, где L – расстояние между токами I1 и I2.

Тогда на провод длинной а, находящийся на расстоянии а от бесконечного провода будет действовать сила $F1 = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times a} \times a = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi}$.

На провод длинной а, находящийся на расстоянии 2а от бесконечного провода будет действовать сила $F2 = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times 2a} \times a = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{4\pi}$.

Из рисунка видно, что суммарная сила равна F=F1–F2. Поэтому

$$F2 = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi} - \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{4\pi} = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{4\pi}.$$

Подставляем числа

$$F = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,Гн/м \times (200A)^2}{4\pi} = 4 \times 10^{-3}\,Н = 4мН.$$

$s=250\ см^2$

$N=500$

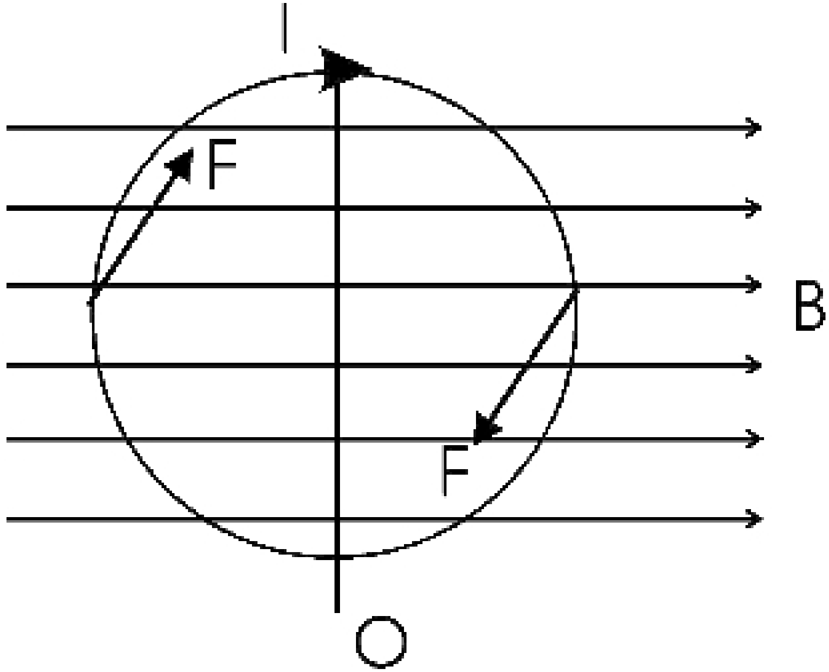
$I=5\ А$

$H=1000\ А/м$

$\varphi = 30°$

$Pm = ?$

$M = ?$



Магнитный момент контура равен по определению $p_m = I \times s$, где s – площадь рамки. В нашем случае катушка содержит N витков, поэтому ее магнитный момент равен $P_m = N \times p_m = N \times I \times s$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$P_m = 500 \times 5А \times 250 \times 10^{-4}\ м^2 = 62{,}5 А/м^2$.

Теперь находим момент сил. На катушку, ось которой составляет угол φ с линиями поля и по которой идет ток I, действует момент сил $M = P_m \times B \times \sin\varphi$, где Pm – магнитный момент катушки.

Тогда $M = N \times I \times s \times B \times \sin\varphi$. По определению индукция магнитного поля равна $B=\mu_0\times H$. Тогда $M = N \times I \times s \times \mu_0 \times H \times \sin\varphi$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$M = 500 \times 5А \times 250 \times 10^{-4}\ м^2 \times 4\pi \times 10^{-7}\ Гн/м \times 1000 А/м \times \sin 30° =$
$=0{,}04 Н \times м.$

$L = 20$ см $B=10$мТл $I= 50$ А	Сила, с которой действует магнитное поле B на контур с током I, длинной L равна $F=B\times L\times I\times \sin\alpha$. Так как контур перпендикулярен B, то $\alpha=90°$ и тогда $F=B\times L\times I$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).
$F = ?$	$F = 10\times 10^{-3}\text{Тл}\times 0{,}2\text{м}\times 50\text{А} = 0{,}1\text{Н}$.

Дано	Решение
$I1=I2=I_{кз}$ $I1 = 5000$ А $I2 = 5000$ А $L = 10$ см $S = 4$ м $F = ?$	Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины $F = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times L}$, где L – расстояние между токами I1 и I2. Тогда на провод длинной S будет действовать сила $F = \dfrac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times L} \times S$. Подставляем числа $F = \dfrac{4\pi \times 10^{-7} Гн/м \times (5000А)^2}{2\pi \times 0.1м} \times 4м = 200Н$.

$d=10$ см $I = 50$ А $B=10$ мТл $\alpha = 180°$	
$\Delta W = ?$	

Виток площадью $S=d^2$ по которому течет ток I обладаем магнитным моментом $P_m = I \times S = I \times d^2$.

Магнитный момент Pm в поле H обладает потенциальной энергией $W=Pm \times B \times \cos\alpha$, где α – угол между Pm и B, B – магнитная индукция.

Поэтому

$$W = Pm \times B \times \cos\alpha = I \times d^2 \times B \times \cos\alpha.$$

Тогда когда виток был установлен по полю $\alpha=0$ и $W1 = I \times d^2 \times B$.

А когда под углом $\alpha=180°$ энергия равна $W2 = I \times d^2 \times B \times \cos\alpha = -I \times d^2 \times B$.

Работа равна $\Delta A=W1-W2=2I \times d^2 \times B$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta A = 2 \times 50А \times (0.1м)^2 \times 10^{-2}Тл = 0,01Дж.$$

R=20 см I=40 А $\alpha = 90°$ B=80мТл F = ?	Используем закон Ампера $\bar{F} = I[\bar{L} \times \bar{B}]$ или $F = B \times I \times L \sin\alpha$, где L – длина проводника, B – магнитная индукция поля, I – сила тока, α – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции. Так как α=90°, то $F = B \times I \times L$. Длина окружности равна L=2π×R, поэтому $F = B \times I \times 2\pi \times R$. Подставляем числа. $F = 80 \times 10^{-3}$ Тл $\times 40$ А $\times 2 \times 3.14 \times 0.2$м $= 4{,}02$Н.

m=20 г B= 0,1 Тл I= 10 А	
$\varphi = ?$	

Виток площадью S по которому течет ток I обладает магнитным моментом Pm=I×S. Магнитный момент Pm в поле B обладает потенциальной энергией $W = -Pm \times B \times \sin\varphi$, где φ – угол между плоскостью рамки и B, B – магнитная индукция.

Площадь рамки равна $S=a^2$, где a – сторона квадрата.

Поэтому начальная потенциальная энергия рамки (при $\varphi=0°$) равна:

$W1 = -S \times I \times B \times \sin\varphi = 0$.

После поворота на угол φ потенциальная энергия стала равной

$$W2 = -Pm \times B \times \sin\varphi = -a^2 \times I \times B \times \sin\varphi.$$

Работа магнитного поля равна разности потенциальных энергий

$$A = W1 - W2 = 0 - a^2 \times I \times B \times \sin\varphi = a^2 \times I \times B \times \sin\varphi.$$

С другой стороны рамка совершает работу против силы притяжения к Земле. При повороте рамки на угол φ центр тяжести рамки смещается на величину равную $\frac{a}{2} \times (1 - \cos\varphi)$, поэтому изменение гравитационной потенциальной энергии равно $\Delta Ep = m \times g \times \frac{a}{2} \times (1 - \cos\varphi)$.

Из закона сохранения имеем $A = \Delta Ep$, поэтому $a^2 \times I \times B \times \sin\varphi = m \times g \times \frac{a}{2} \times (1 - \cos\varphi)$, откуда $\frac{\sin\varphi}{(1 - \cos\varphi)} = \frac{m \times g}{2a \times I \times B}$.

Для численного вычисления необходимо знать длину рамки a.

$R = 5$ см

$I = 20$ А

$B = 40$ мТл

$\theta = \pi/6$

$\varphi = \pi/2$

$\Delta\Pi = ?$

Виток площадью $S = \pi \times R^2$ по которому течет ток I обладаем магнитным моментом $Pm = I \times S = I \times \pi \times R^2$.

Магнитный момент Pm в поле H обладает потенциальной энергией $W = Pm \times B \times \cos\theta$, где θ – угол между Pm (нормалью витка) и B, B – магнитная индукция. Поэтому $W1 = I \times \pi \times R^2 \times B \times \cos\theta$.

Когда виток повернулся на $\varphi = \pi/2$, то угол стал $\theta + \varphi$ и энергия стала равна $W2 = I \times \pi \times R^2 \times B \times \cos(\varphi + \theta)$.

Потенциальная энергия равна $\Delta\Pi = W1 - W2 = I \times \pi \times R^2 \times B \times (\cos\varphi - \cos(\theta + \varphi))$.

Подставляем числа.

$\Delta\Pi = 20\text{А} \times 3.14 \times (0.05\text{м})^2 \times 40 \times 10^{-3}\,\text{Тл} \times (\cos 30^\circ - \cos(30^\circ + 90^\circ)) =$

$= 8{,}58 \times 10^{-3}$ Дж $= 8{,}58$ мДж.

$R=10$ см $\tau=50$ нКл/м $\nu=10\ c^{-1}$ $Pm=?$	Виток площадью $S=\pi\times R^2$ по которому течет ток I обладаем магнитным моментом $Pm=I\times S=I\times\pi\times R^2$.

Так как кольцо вращается с частотой ν, то период обращения равен $T=\dfrac{1}{\nu}$. За это время кольцо сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом Q равен $I=\dfrac{Q}{T}=Q\times\nu$.

Поэтому момент равен $Pm=Q\times\nu\times\pi\times R^2$.

Заряд всего кольца равен $Q=\tau\times L$, где $L=2\pi\times R$ – периметр кольца. Тогда $Pm=\tau\times 2\pi R\times\nu\times\pi\times R^2=2\times\tau\times\pi^2\times\nu\times R^3$

Подставляем числа.

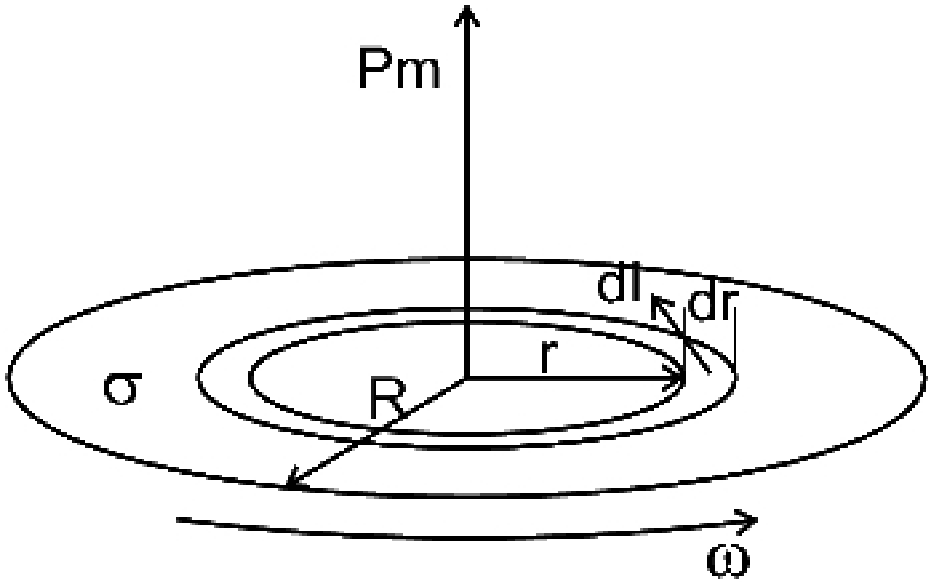
$Pm=2\times 50\times 10^{-9}\text{ Кл/м}\times(3.14)^2\times 10c^{-1}\times(0{,}1м)^3=9{,}86\times 10^{-9}\text{ А/м}^2$.

R=8 см

σ=100 нКл/м^2

ω=60 рад/с

Pm=?



Выделим на расстоянии r от центра диска тонкое кольцо толщиной dr. Его площадь будет равна $dS=2\pi r\times dr$. Так как поверхностная плотность равна σ, то заряд этого тонкого кольца равен $dQ=dS\times\sigma=2\pi r\times dr\times\sigma$.

Так как диск вращается с угловой скоростью ω, то период обращения равен $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$. За это время диск сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом dQ равен $dI=\dfrac{dQ}{T}=\dfrac{dQ\times\omega}{2\pi}=\dfrac{2\pi r\times dr\times\sigma\times\omega}{2\pi}=r\times dr\times\sigma\times\omega$.

Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: $Pm=I\times S$ (в системе СИ).

Тогда от тока dI момент равен $dPm=dI\times S(r)$. Площадь круга радиусом r равна $S(r)=\pi\times r^2$, поэтому $dPm=dI\times\pi\times r^2=r\times dr\times\sigma\times\omega\times\pi\times r^2$.

Упрощаем: $dPm=\sigma\times\omega\times\pi\times r^3\times dr$.

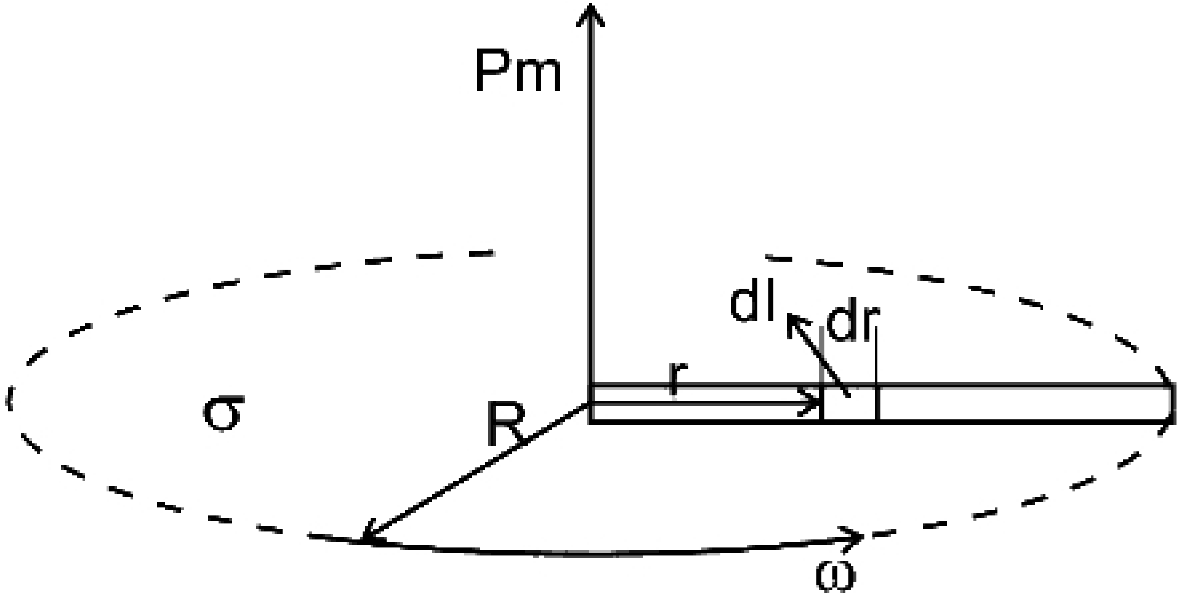
Полный момент равен интегралу по всему диску:

$$Pm=\int dPm=\int_0^R\sigma\times\omega\times\pi\times r^3\times dr=\frac{\sigma\times\omega\times\pi\times R^4}{4}.$$

Подставляем числа.

$$Pm=\frac{100\times10^{-9}\,Кл/м^2\times60рад/с\times3.14\times(0{,}08м)^4}{4}=1{,}93\times10^{-10}\,А\times м^2.$$

R=20 см	
τ=0.2мкКл/м	
ν=10 $с^{-1}$	
Pm=?	



Выделим на расстоянии r от стержня малый элемент толщиной dr. Так как линейная плотность равна τ, то заряд этого элемента равен dQ=dr×τ.

Так как стержень вращается с частотой ν, то период обращения равен $T=\frac{1}{\nu}$.

За это время стержень сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом dQ равен $dI=\frac{dQ}{T}=dQ\times\nu=dr\times\tau\times\nu$.

Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: Pm=I×S (в системе СИ).

Тогда от тока dI момент равен $dPm=dI\times S(r)$. Площадь круга радиусом r равна $S(r)=\pi\times r^2$, поэтому $dPm=dI\times\pi\times r^2=dr\times\tau\times\nu\times\pi\times r^2$.

Полный момент равен интегралу по всему стержню:

$$Pm=\int dPm=\int_0^R \tau\times\nu\times\pi\times r^2\times dr=\frac{\tau\times\nu\times\pi\times R^3}{3}.$$

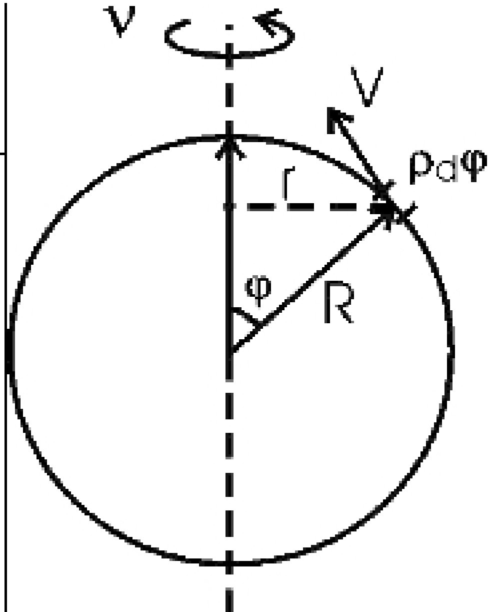
Подставляем числа.

$$Pm=\frac{0.2\times10^{-6}\,Кл/м\times10с^{-1}\times3.14\times(0,2м)^3}{3}=1,67\times10^{-8}\,А\times м^2.$$

$R = 0{,}5$ см $V = 10^6$ м/с $P_m = ?$	Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: $P_m = I \times S$ (в системе СИ). В нашем случае ток $I = \frac{e \times V}{2\pi \times R}$, где e – заряд протона, а V – его скорость, R – радиус орбиты. Площадь $S = \pi \times R^2$, где r – радиус орбиты. Тогда получаем: $P_m = \frac{e \times V}{2\pi \times R} \times \pi R^2 = \frac{e \times V \times R}{2}$. Подставляем числа. $P_m = \frac{1.6 \times 10^{-19}\ \text{Кл} \times 10^6\ \text{м/с} \times 0{,}005\text{м}}{2} = 4 \times 10^{-16}\ \text{А} \times \text{м}^2$.

R=10 см
Q=80 нКл
ω=50 рад/с

Pm = ?



Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадьS: Pm=I×S (в системе СИ). В нашем случае для элемента зарядом $dQ=\rho\times d\varphi$, где $\rho=\dfrac{Q}{2\pi}$ - плотность заряда кольца, ток равен $dI=\dfrac{dQ\times V}{2\pi\times r}$. Площадь $S=\pi\times r^2$, где $r=R\times\sin\varphi$ – радиус. Тогда магнитный момент равен

$$dPm=\frac{dQ\times V\times\pi\times r^2}{2\pi\times r}=\frac{Q\times d\varphi\times 2\pi\times\nu\times r^2}{4\pi}=\frac{Q\times d\varphi\times\nu\times R^2\times\sin^2\varphi}{2}.$$

Полный магнитный момент равен интегралу

$$Pm=\int_0^{2\pi}\frac{Q\times\nu\times R^2\times\sin^2\varphi}{2}\times d\varphi=\frac{\pi\times Q\times\nu\times R^2}{2}.$$

Частота вращения равна по определению $\nu=\dfrac{\omega}{2\pi}$, поэтому

$$Pm=\frac{\pi\times Q\times\omega\times R^2}{4\times\pi}=\frac{Q\times\omega\times R^2}{4}.$$ Подставляем числа.

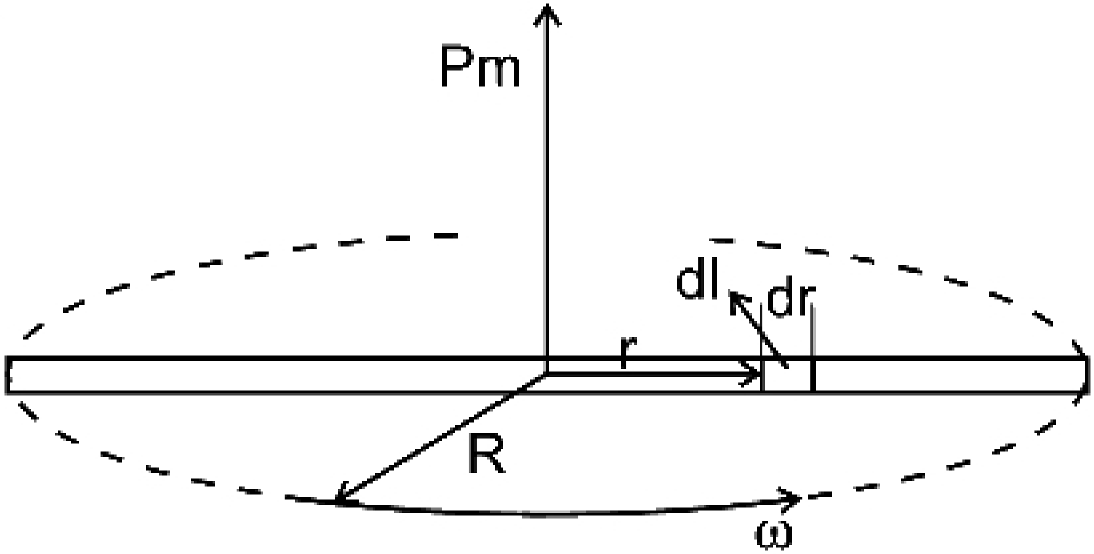
$$Pm=\frac{80\times10^{-9}\,Кл\times50рад/с\times(0{,}1м)^2}{4}=10^{-8}\,А\times м^2.$$

$L = 50$ см

$Q = 0{,}1$ мкКл

$\omega = 20$ рад/с

$Pm = ?$



Заряд единицы длины стержня равен $\tau = \dfrac{Q}{L}$.

Выделим на расстоянии r от стержня малый элемент толщиной dr. Так как линейная плотность равна τ, то заряд этого элемента равен $dQ = dr \times \tau = \dfrac{Q}{L} \times dr$.

Так как стержень вращается с угловой частотой ω, то период обращения равен $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. За это время стержень сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом dQ равен $dI = \dfrac{dQ}{T} = \dfrac{dQ}{2\pi} \times \omega = \dfrac{Q}{2\pi \times L} \times dr \times \omega$.

Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: $Pm = I \times S$ (в системе СИ).

Тогда от тока dI момент равен $dPm = dI \times S(r)$. Площадь круга радиусом r равна $S(r) = \pi \times r^2$, поэтому $dPm = dI \times \pi \times r^2 = \dfrac{Q}{2\pi \times L} \times dr \times \omega \times \pi \times r^2$.

Полный момент равен интегралу по всему стержню:

$$Pm = \int dPm = \int_{-R}^{R} \frac{Q}{2 \times L} \times \omega \times r^2 \times dr = 2 \times \frac{Q \times \omega \times R^3}{6 \times L} = \frac{Q \times \omega \times R^3}{3 \times L}.$$

Так как $R = L/2$, то $Pm = \dfrac{Q \times \omega \times (L)^3}{3 \times L \times 8} = \dfrac{Q \times \omega \times L^2}{24}$.

Подставляем числа.

$$Pm = \frac{0.1 \times 10^{-6}\,\text{Кл/м} \times 20\,\text{рад/с} \times (0{,}5\,\text{м})^2}{24} = 2{,}08 \times 10^{-8}\,\text{А} \times \text{м}^2.$$

атом H $r = 53$ пм $\mu = ?$	Магнитный момент μ по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь деленное на скорость света S: $\mu = I \times S/c$ (в системе СГС). В системе СИ на скорость света не делят. Поэтому $\mu = I \times S$. В нашем случае $I = \frac{e \times V}{2\pi \times r}$, где e – заряд электрона, а V – его скорость на первой орбите $V = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \times h} \times \frac{1}{n} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \times h}$. Площадь $S = \pi \times r^2$, где r – радиус первой боровской орбиты атома водорода. Тогда получаем: $\mu = I \times S = \frac{e \times V \times \pi \times r^2}{2\pi \times r} = \frac{e^3 \times r}{4 \times \varepsilon_0 \times h} =$ $= \frac{(1{,}6 \times 10^{-19}\,Кл)^3 \times 53 \times 10^{-12}\,м}{4 \times 8.85 \times 10^{-12}\,Ф/м \times 6.63 \times 10^{-34}\,Дж \times с} = 9.24 \times 10^{-23}\,Дж/Тл$

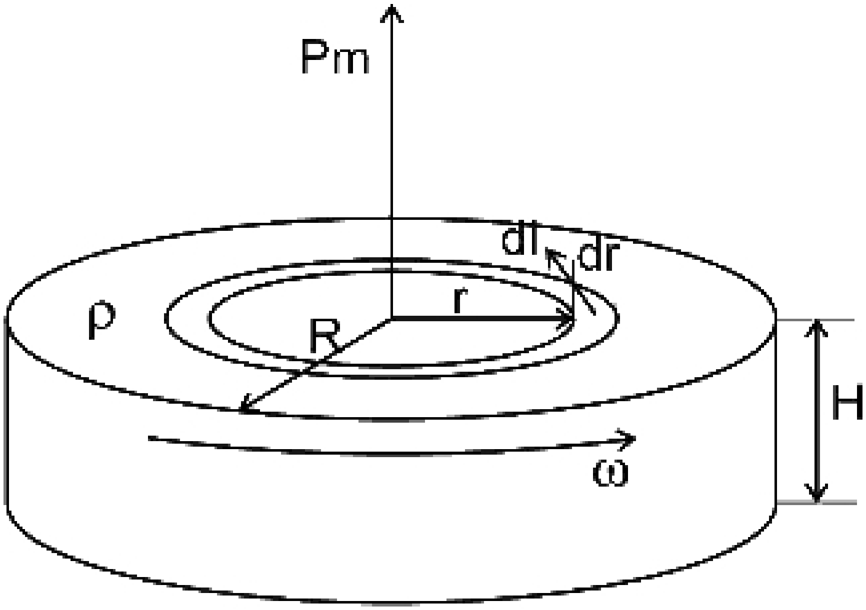
$R = 4$ см

$H = 15$ см

$\rho = 0{,}1$ мкКл/м^3

$\nu = 10$ с$^{-1}$

$P_m = ?$



Выделим на расстоянии r от центра цилиндра тонкое кольцо толщиной dr. Его площадь будет равна $dS = 2\pi r \times dr$. Так как плотность равна ρ, то заряд этого тонкого кольца равен $dQ = H \times dS \times \rho = H \times 2\pi \times r \times dr \times \rho$.

Так как цилиндр вращается с частотой ν, то период обращения равен $T = \dfrac{1}{\nu}$.

За это время диск сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом dQ равен

$$dI = \frac{dQ}{T} = dQ \times \nu = H \times 2\pi \times r \times dr \times \rho \times \nu = H \times 2\pi \times \rho \times \nu \times r \times dr.$$

Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: $P_m = I \times S$ (в системе СИ).

Тогда от тока dI момент равен $dP_m = dI \times S(r)$. Площадь круга радиусом r равна $S(r) = \pi \times r^2$, поэтому $dP_m = dI \times \pi \times r^2 = H \times 2\pi \times \rho \times \nu \times r \times dr \times \pi \times r^2$.

Упрощаем: $dP_m = H \times 2\pi^2 \times \rho \times \nu \times r^3 \times dr$.

Полный момент равен интегралу по всему диску:

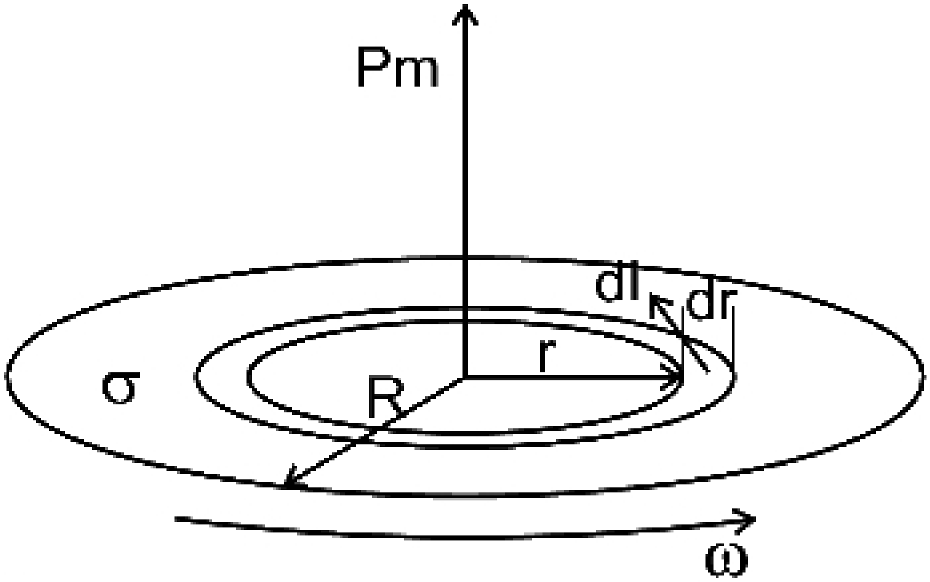
$$P_m = \int dP_m = \int_0^R H \times 2\pi^2 \times \rho \times \nu \times r^3 \times dr = \frac{H \times \pi^2 \times \rho \times \nu \times R^4}{2}.$$

Подставляем числа.

$$P_m = \frac{0.15\text{м} \times (3.14)^2 \times 0.1 \times 10^{-6}\,\text{Кл}/\text{м}^3 \times 10\text{с}^{-1} \times (0{,}04\text{м})^4}{2} = 1{,}89 \times 10^{-12}\,\text{А} \times \text{м}^2.$$

R=15 см
Q=0.2мкКл
ω=30 рад/с

Pm=?



Выделим на расстоянии r от центра диска тонкое кольцо толщиной dr. Его площадь будет равна $dS=2\pi r\times dr$. Так как поверхностная плотность равна $\sigma=\frac{Q}{S}=\frac{Q}{\pi\times R^2}$, то заряд этого тонкого кольца равен

$$dQ=dS\times\sigma=2\pi\times r\times dr\times\sigma=\frac{2\pi\times r\times dr\times Q}{\pi\times R^2}=\frac{2\times r\times dr\times Q}{R^2}.$$

Так как диск вращается с угловой скоростью ω, то период обращения равен $T=\frac{2\pi}{\omega}$. За это время диск сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом dQ равен $dI=\frac{dQ}{T}=\frac{dQ\times\omega}{2\pi}=\frac{2\times r\times dr\times Q\times\omega}{2\pi\times R^2}=\frac{r\times dr\times Q\times\omega}{\pi\times R^2}$.

Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: $Pm=I\times S$ (в системе СИ).

Тогда от тока dI момент равен $dPm=dI\times S(r)$. Площадь круга радиусом r равна $S(r)=\pi\times r^2$, поэтому $dPm=dI\times\pi\times r^2=\frac{r\times dr\times Q\times\omega}{\pi\times R^2}\times\pi\times r^2$.

Упрощаем: $dPm=\frac{r^3\times dr\times Q\times\omega}{R^2}$.

Полный момент равен интегралу по всему диску:

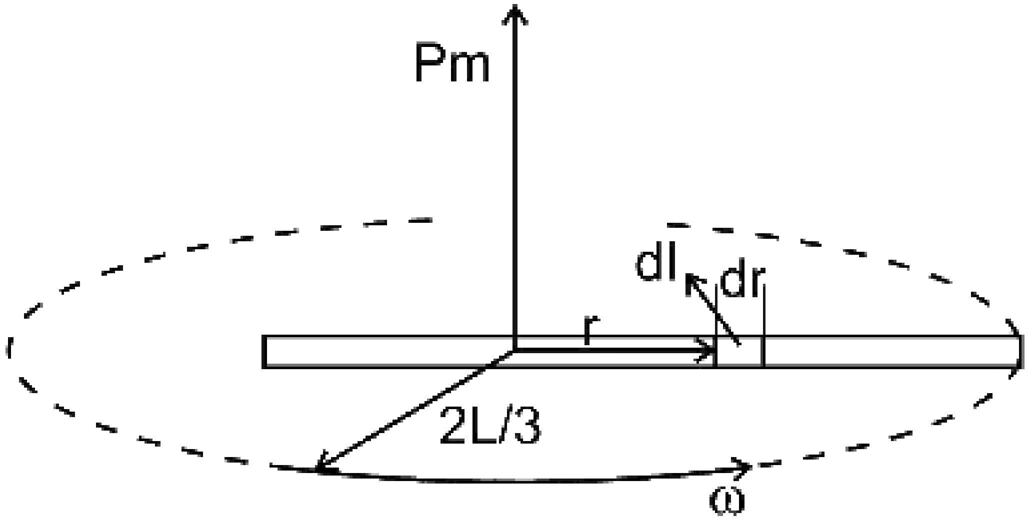
$$Pm=\int dPm=\int_0^R\frac{r^3\times dr\times Q\times\omega}{R^2}=\frac{R^4\times Q\times\omega}{4\times R^2}=\frac{R^2\times Q\times\omega}{4}.$$

Подставляем числа.

$$Pm=\frac{(0.15\text{м})^2\times0.2\times10^{-6}\,\text{Кл}\times30\text{рад}/\text{с}}{4}=3.38\times10^{-8}\,\text{А}\times\text{м}^2.$$

L=40 см
Q = 60 нКл
ν=12 $с^{-1}$

Pm=?



Заряд единицы длины стержня равен $\tau = \frac{Q}{L}$.

Выделим на расстоянии r от стержня малый элемент толщиной dr. Так как линейная плотность равна τ, то заряд этого элемента равен $dQ=dr\times\tau=\frac{Q}{L}\times dr$.

Так как стержень вращается с частотой ν, то период обращения равен $T=\frac{1}{\nu}$.

За это время стержень сделает оборот и тогда ток создаваемый зарядом dQ равен $dI=\frac{dQ}{T}=dQ\times\nu=\frac{Q}{L}\times dr\times\nu$.

Магнитный момент Pm по определению это произведение силы кругового тока I на обтекаемую им площадь S: Pm=I×S (в системе СИ).

Тогда от тока dI момент равен $dPm = dI\times S(r)$. Площадь круга радиусом r равна $S(r)=\pi\times r^2$, поэтому $dPm = dI\times\pi\times r^2 = \frac{Q}{L}\times dr\times\nu\times\pi\times r^2$.

Полный момент равен интегралу по всему стержню:

$$Pm=\int dPm=\int_{-L/3}^{2L/3}\frac{Q}{L}\times\nu\times\pi\times r^2\times dr=\frac{Q\times\nu\times\pi\times L^3}{3\times L}\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3-\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]=$$

$$=\frac{Q\times\nu\times\pi\times L^3}{3\times L}\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^3\right].$$

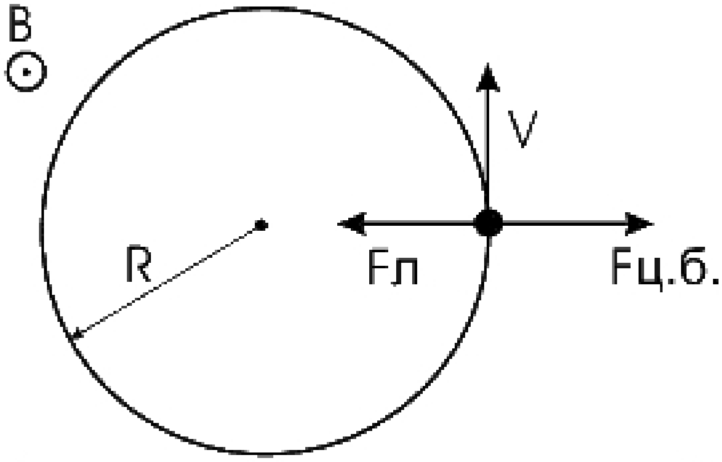
Упрощаем до вида $Pm=\frac{Q\times\nu\times\pi\times L^2}{9}$.

Подставляем числа.

$$Pm=\frac{60\times10^{-9}\,Кл\times12с^{-1}\times(0{,}4м)^2}{9}=1{,}28\times10^{-8}\,А\times м^2.$$

$U1=U2=U$
$Q1=Q2$
$R1=3см$
$R2= 1,73$ см

$m1/m2=?$



Заряд прошел разность потенциала U, и его кинетическая энергия по закону сохранения энергии стала равной $Ek=Q\times U$.

По определению кинетическая энергия равна $Ek=\dfrac{m\times V^2}{2}$, где V – скорость.

Отсюда находим скорость $V=\sqrt{\dfrac{2\times Ek}{m}}=\sqrt{\dfrac{2\times Q\times U}{m}}$

Свяжем систему отсчета с зарядом. Тогда на него действует две силы: 1) сила Лоренца $Fл=Q\times[V\times B]$, где B - индукция магнитного поля; 2) сила инерции (центробежная сила) $Fц.б.=\dfrac{m\times V^2}{R}$, где R – радиус.

Из третьего закона Ньютона получаем, что эти силы равны по модулю и противоположны по направлению. Поэтому $Fл=Fц.б.=\dfrac{m\times V^2}{R}=Q\times V\times B$.

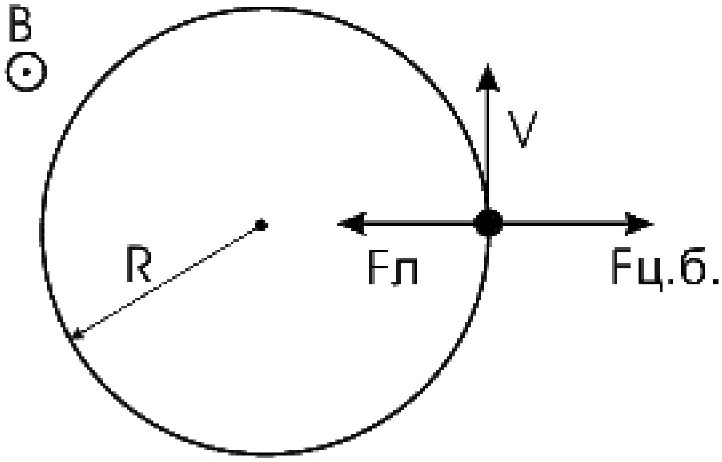
Откуда удельный заряд равен $\dfrac{Q}{m}=\dfrac{V}{R\times B}$. Подставляем $V=\sqrt{\dfrac{2\times Q\times U}{m}}$ и получаем $\dfrac{Q}{m}=\dfrac{\sqrt{\dfrac{2\times Q\times U}{m}}}{R\times B}$. Откуда $m=\dfrac{Q\times(R\times B)^2}{2\times U}$.

Тогда $m1=\dfrac{Q1\times(R1\times B)^2}{2\times U}$, и $m2=\dfrac{Q2\times(R2\times B)^2}{2\times U}$. Отношение масс равно

$$\frac{m1}{m2}=\frac{2\times U\times Q1\times(R1\times B)^2}{2\times U\times Q1\times(R2\times B)^2}=\left(\frac{R1}{R2}\right)^2.$$

Подставляем числа. $\dfrac{m1}{m2}=\left(\dfrac{0.03м}{0,0173м}\right)^2=3$.

U=1кВ B = 0,5 Тл R=4.37см
A = ?



Ион с зарядом e прошел разность потенциала U, и его кинетическая энергия по закону сохранения энергии стала равной $Ek=e\times U$.

По определению кинетическая энергия равна $Ek = \dfrac{m\times V^2}{2}$, где V – скорость.

Отсюда находим скорость $V = \sqrt{\dfrac{2\times Ek}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\times e\times U}{m}}$

Свяжем систему отсчета с зарядом. Тогда на него действует две силы: 1) сила Лоренца $F_л = e\times[V\times B]$, где B - индукция магнитного поля; 2) сила инерции (центробежная сила) $F_{ц.б.} = \dfrac{m\times V^2}{R}$, где R – радиус.

Из третьего закона Ньютона получаем, что эти силы равны по модулю и противоположны по направлению. Поэтому $F_л = F_{ц.б.} = \dfrac{m\times V^2}{R} = e\times V\times B$.

Откуда удельный заряд равен $\dfrac{e}{m} = \dfrac{V}{R\times B}$. Подставляем $V = \sqrt{\dfrac{2\times e\times U}{m}}$ и получаем $\dfrac{e}{m} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{2\times e\times U}{m}}}{R\times B}$. Откуда $m = \dfrac{e\times(R\times B)^2}{2\times U}$.

Относительная атомная масса иона равна $A = \dfrac{m}{m_p}$, где $m_p=1.67\times10^{-27}$кг – масса протона. Подставляем числа.

$$A = \frac{1.6\times10^{-19}\,Кл\times(0,0437м\times0,5Тл)^2}{2\times1000В\times1.67\times10^{-27}\,кг} = 23.$$

Это натрий Na^{23}.

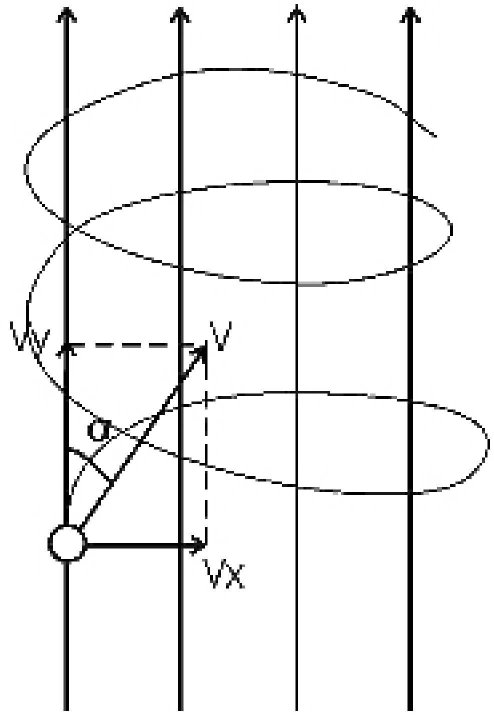
$h = 6$ см

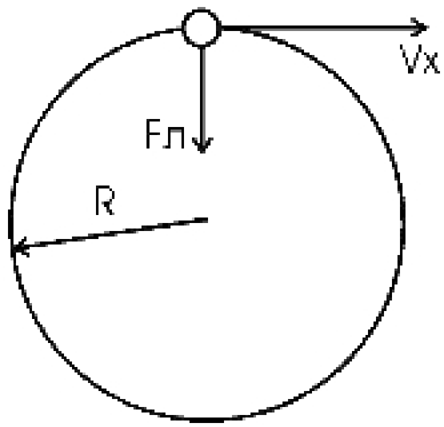
$B = 47$ мТл

электрон

$U = 800$ В

$R = ?$





Скорость V имеет две проекции: $V_y = V \times \cos\alpha$ – за счет которой электрон двигается вдоль поля,
$V_x = V \times \sin\alpha$ – скорость вращения электрона по кругу.
На частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V_x \times B]$, где B – индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению. Величина центробежной силы равна $\frac{m \times V_x^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m – масса электрона. Тогда $\frac{m \times V_x^2}{R} = e \times [V_x \times B] = e \times V_x \times B$. Отсюда скорость электрона вдоль оси X равна $V_x = \frac{e \times B \times R}{m}$.
За период T электрон проходит окружность периметром $2\pi \times R$, и поэтому скорость $V_x = \frac{2\pi \times R}{T}$. За это же время электрон проходит вдоль поля расстояние h, поэтому $V_y = \frac{h}{T}$.

Тогда $V_x = \frac{e \times B \times R}{m} = \frac{2\pi \times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi \times m}{e \times B}$.

Полная скорость равна $V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \frac{\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{T} = \frac{e \times B \times \sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{2\pi \times m}$.

Из закона сохранения энергии получаем, что потенциальная энергия электрона $W = e \times U$, проходящего через разность потенциалов U, должна равна кинетической энергии $T = \frac{m \times V^2}{2}$. То есть $T = W$ или $e \times U = \frac{m \times V^2}{2}$.

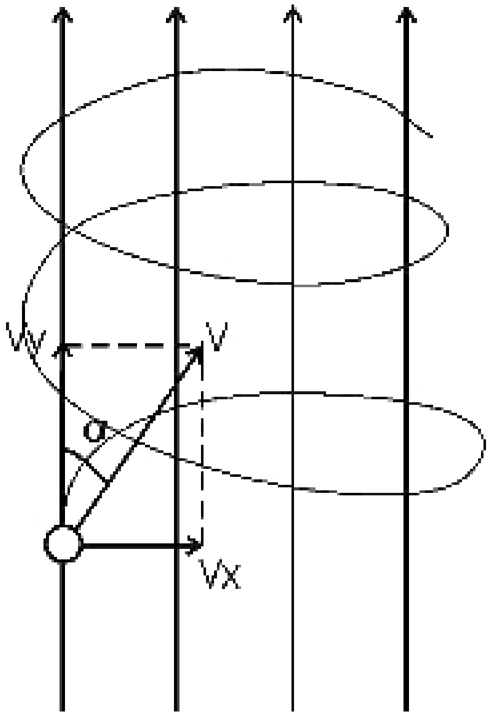
Откуда $U = \frac{m \times V^2}{2 \times e} = \frac{e \times B^2 \times \left|(2\pi R)^2 + h^2\right|}{8\pi^2 \times m}$. Тогда радиус равен

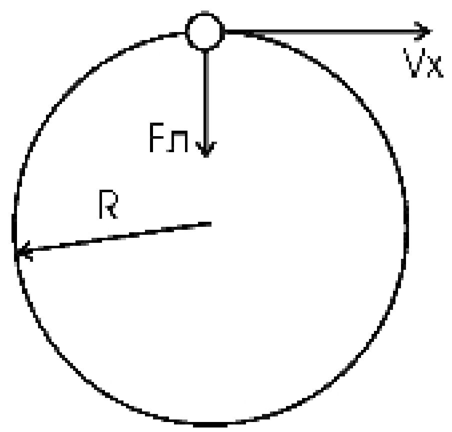
$$R = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{U \times 8\pi^2 \times m}{e \times B^2} - h^2}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$R = \frac{1}{2 \times 3.14}\sqrt{\frac{800\text{В} \times 8 \times (3.14)^2 \times 9.1 \times 10^{-31}\text{кг}}{1{,}6 \times 10^{-19}\text{Кл} \times (47 \times 10^{-3}\text{Тл})^2} - (0{,}06\text{м})^2} = 0{,}009\text{м} = 9\text{мм}.$$

R=1 см h= 4 см α-частица U=300В	
B = ?	





Скорость V имеет две проекции: Vy=V×cosα – за счет которой электрон двигается вдоль поля,
Vx =V×sinα – скорость вращения электрона по кругу.
На частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = 2e\times[Vx\times B]$, где B – индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению. Величина центробежной силы равна $\frac{m\times Vx^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m=4×mp – масса α-частицы (4 протона). Тогда $\frac{4m_p\times Vx^2}{R} = 2e\times[Vx\times B] = 2e\times V_x\times B$. Отсюда скорость электрона вдоль оси X равна $Vx = \frac{e\times B\times R}{2m_p}$.

За период T электрон проходит окружность периметром 2π×R, и поэтому скорость $V_x = \frac{2\pi\times R}{T}$. За это же время электрон проходит вдоль поля расстояние h, поэтому $V_y = \frac{h}{T}$.

Тогда $Vx = \frac{e\times B\times R}{2m_p} = \frac{2\pi\times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi\times 2m_p}{e\times B}$. Полная скорость равна

$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \frac{\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{T} = \frac{e\times B\times\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{2\pi\times 2m_p}.$$

Из закона сохранения энергии получаем, что потенциальная энергия частицы W=2e×U, проходящего через разность потенциалов U, должна равна кинетической энергии $T = \frac{4m_p\times V^2}{2}$. То есть T=W или $e\times U = m_p\times V^2$.

Откуда $U = \frac{m_p\times V^2}{e} = \frac{e\times B^2\times\left[(2\pi R)^2 + h^2\right]}{16\pi^2\times m_p}$. Тогда поле равно

$B = \sqrt{\frac{U\times 16\pi^2\times m_p}{e\times\left[(2\pi R)^2 + h^2\right]}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $B = \sqrt{\frac{300В\times 16\pi^2\times 1{,}67\times 10^{-27}\,кг}{1.6\times 10^{-19}\,Кл\times\left[(2\pi\times 0{,}01м)^2 + (0{,}04м)^2\right]}} = 0.3Тл$.

R=1 см

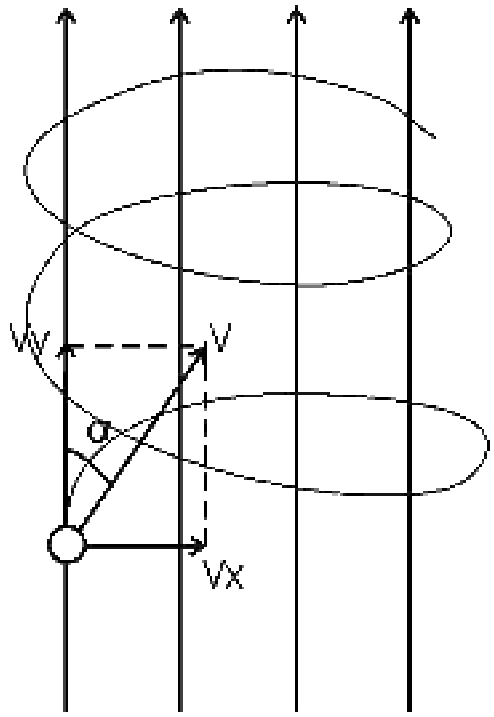
h= 6.5 см

B=0.1Тл

U=100В

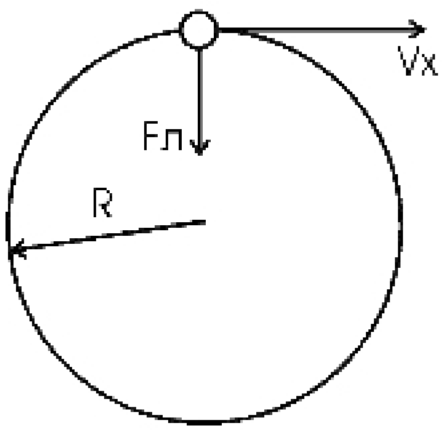
---

q/m = ?



Скорость V имеет две проекции: $V_y = V\times\cos\alpha$ – за счет которой электрон двигается вдоль поля,
$V_x = V\times\sin\alpha$ – скорость вращения электрона по кругу.
На частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = q\times[V_x\times B]$, где B – индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению.
Величина центробежной силы равна $\frac{m\times V_x^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m – масса частицы. Тогда $\frac{m\times V_x^2}{R} = q\times[V_x\times B] = q\times V_x\times B$. Отсюда скорость электрона вдоль оси X равна

$$V_x = \frac{q\times B\times R}{m}.$$



За период T электрон проходит окружность периметром $2\pi\times R$, и поэтому скорость $V_x = \frac{2\pi\times R}{T}$. За это же время электрон проходит вдоль поля расстояние h, поэтому $V_y = \frac{h}{T}$.

Тогда $V_x = \frac{q\times B\times R}{m} = \frac{2\pi\times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi\times m}{q\times B}$.

Полная скорость равна $V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \frac{\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{T} = \frac{q\times B\times\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{2\pi\times m}$.

Из закона сохранения энергии получаем, что потенциальная энергия электрона $W = q\times U$, проходящего через разность потенциалов U, должна равна кинетической энергии $T = \frac{m\times V^2}{2}$. То есть T=W или $2\times q\times U = m\times V^2$.

Откуда $U = \frac{m\times V^2}{2q} = \frac{q\times B^2\times\left|(2\pi R)^2 + h^2\right|}{8\pi^2\times m}$.

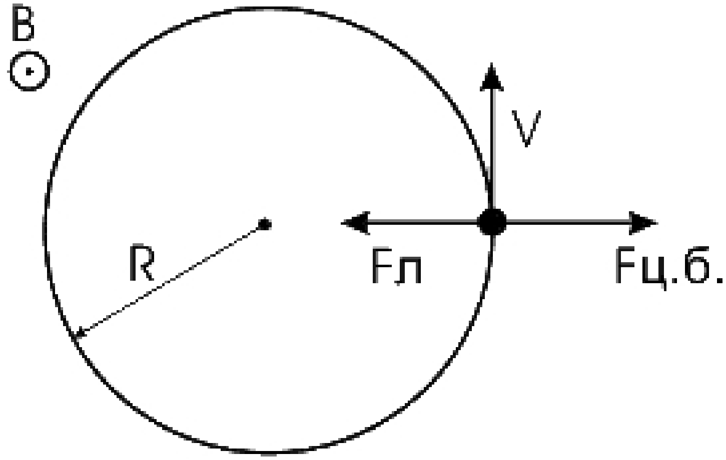
Откуда искомая величина равна $\frac{q}{m} = \frac{8\pi^2\times U}{B^2\times\left[(2\pi R)^2 + h^2\right]}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ)..

$$\frac{q}{m} = \frac{8\pi^2\times 100В}{(0.1Тл)^2\times\left[(2\pi\times 0{,}01м)^2 + (0{,}065м)^2\right]} = 9{,}66\times 10^7 Кл/кг.$$

Эта частица протон (у нее такое отношение).

B=200мТл
I = ?



На электрон, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$, где B– индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению.

Величина центробежной силы равна $\frac{m \times V^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m – масса электрона. Тогда $\frac{m \times V^2}{R} = e \times [V \times B] = e \times V \times B$. Отсюда скорость электрона равна $V = \frac{e \times B \times R}{m}$.

За период T электрон проходит окружность периметром $2\pi \times R$, и поэтому скорость $V = \frac{2\pi \times R}{T}$.

Тогда $V = \frac{e \times B \times R}{m} = \frac{2\pi \times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi \times m}{e \times B}$.

Сила тока равна отношению проходимого заряда к промежутку времени за который этот заряд проходит: $I = \frac{q}{T}$. В нашем случае заряд равен заряду электрона: q=e, а $T = \frac{2\pi \times m}{e \times B}$. Поэтому $I = \frac{e^2 \times B}{2\pi \times m}$.

Подставляем числа.

$$I = \frac{(1{,}6 \times 10^{-19}\,Кл)^2 \times 200 \times 10^{-3}\,Тл}{2\pi \times 9.1 \times 10^{-31}\,кг} = 9 \times 10^{-10}\,А.$$

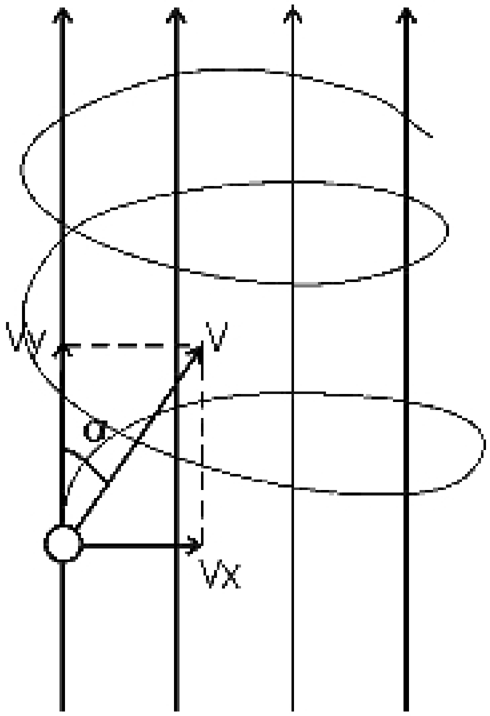
$B = 20$ мТл

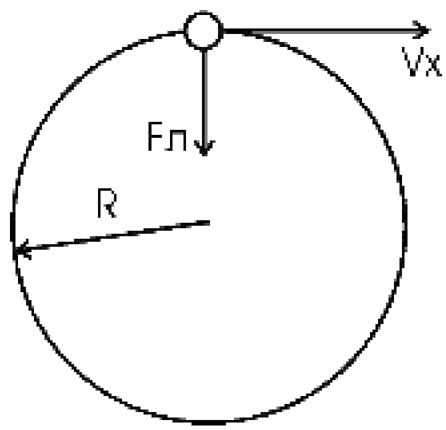
$U = 300$ В

$\alpha = 30°$

$h = ?$

$R = ?$





Скорость V имеет две проекции: $V_y = V \times \cos\alpha$ – за счет которой протон двигается вдоль поля,
$V_x = V \times \sin\alpha$ – скорость вращения протона по кругу.
На частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = q \times [V_x \times B]$, где B – индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению. Величина центробежной силы равна $\frac{m \times V_x^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m – масса частицы. Тогда $\frac{m \times V_x^2}{R} = q \times [V_x \times B] = q \times V_x \times B$. Отсюда скорость протона вдоль оси X равна $V_x = \frac{q \times B \times R}{m}$.
За период T протон проходит окружность периметром $2\pi \times R$, и поэтому скорость $V_x = \frac{2\pi \times R}{T}$. За это же время он проходит вдоль поля расстояние h, поэтому $V_y = \frac{h}{T}$.
Тогда $V_x = \frac{q \times B \times R}{m} = \frac{2\pi \times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi \times m}{q \times B}$.
Подставляем время в $V_y = \frac{h}{T}$ и получаем $V_y = \frac{h \times q \times B}{2\pi \times m}$. С другой стороны нам известно, что $V_y = V \times \cos\alpha$, поэтому $V \times \cos\alpha = \frac{h \times q \times B}{2\pi \times m}$. Из этой формулы находим шаг: $h = \frac{V \times \cos\alpha \times 2\pi \times m}{q \times B}$. Из закона сохранения энергии получаем, что потенциальная энергия электрона $W = q \times U$, проходящего через разность потенциалов U, должна равна кинетической энергии $T = \frac{m \times V^2}{2}$. То есть T=W или $2 \times q \times U = m \times V^2$. Откуда $V = \sqrt{\frac{2 \times q \times U}{m}}$. Подставляем в $h = \frac{V \times \cos\alpha \times 2\pi \times m}{q \times B}$ и получаем

$$h = \sqrt{\frac{2 \times q \times U}{m}} \times \frac{\cos\alpha \times 2\pi \times m}{q \times B} = \frac{\cos\alpha \times 2\pi \times \sqrt{2 \times q \times U \times m}}{q \times B}.$$

Подставляем числа $h = \frac{\cos 30° \times 2\pi \times \sqrt{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ кг} \times 300\text{В} \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ кг}}}{1{,}6 \times 10^{-19} \text{ Кл} \times 0{,}02\text{Тл}} = 0{,}7\text{м} = 70\text{см}$.

Из формулы $V_x = \frac{q \times B \times R}{m}$ и $V_x = V \times \sin\alpha$ имеем $R = \frac{V_x \times m}{q \times B} = \frac{V \times \sin\alpha \times m}{q \times B}$. Тогда

$$R = \sqrt{\frac{2 \times q \times U}{m}} \times \frac{\sin\alpha \times m}{q \times B} = \frac{\sin\alpha \times \sqrt{2 \times q \times U \times m}}{q \times B} = \frac{h}{2\pi} \times \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{70\text{см}}{2\pi} \times \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = 6{,}4\text{см}.$$

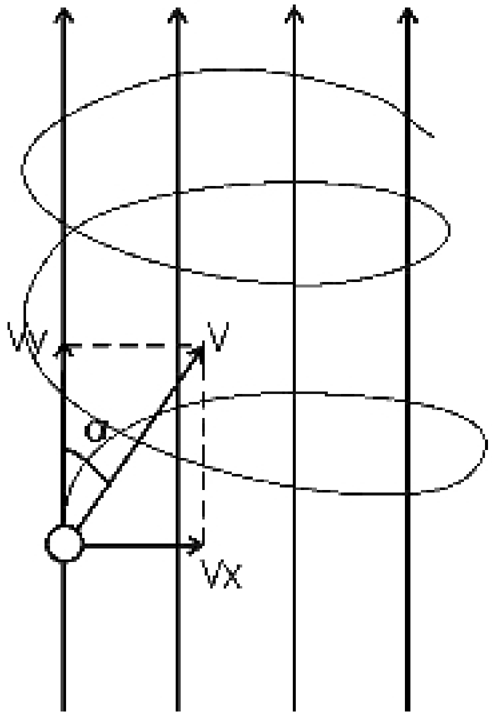
R=1 см

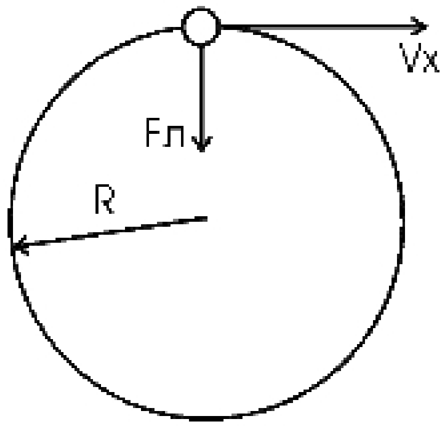
h= 5 см

B=50 мТл

α-частица

U = ?





Скорость V имеет две проекции: Vy=V×cosα – за счет которой электрон двигается вдоль поля,
Vx =V×sinα – скорость вращения электрона по кругу.
На частицу, движущуюся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = 2e\times[Vx\times B]$, где B – индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению.
Величина центробежной силы равна $\frac{m\times Vx^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m=4×mp – масса α-частицы (4 протона).
Тогда $\frac{4m_p\times Vx^2}{R} = 2e\times[Vx\times B] = 2e\times V_x\times B$. Отсюда скорость электрона вдоль оси X равна

$$Vx = \frac{e\times B\times R}{2m_p}.$$

За период T электрон проходит окружность периметром 2π×R, и поэтому скорость $V_x = \frac{2\pi\times R}{T}$. За это же время электрон проходит вдоль поля расстояние h, поэтому

$$V_y = \frac{h}{T}.$$

Тогда $Vx = \frac{e\times B\times R}{2m_p} = \frac{2\pi\times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi\times 2m_p}{e\times B}$. Полная скорость равна

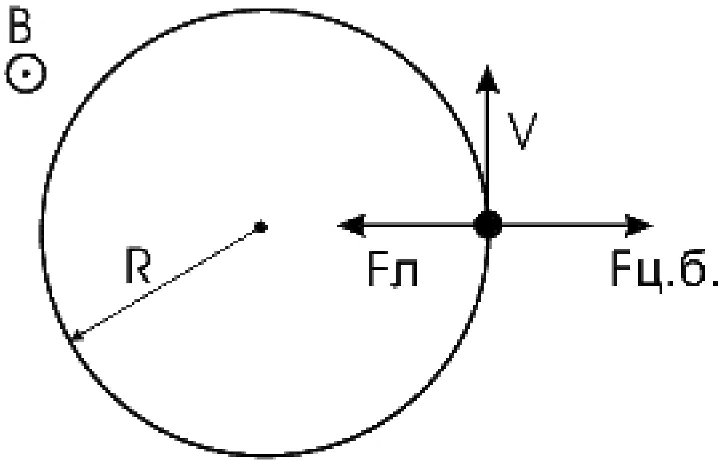
$$V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2} = \frac{\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{T} = \frac{e\times B\times\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{2\pi\times 2m_p}.$$

Из закона сохранения энергии получаем, что потенциальная энергия электрона W=2e×U, проходящего через разность потенциалов U, должна равна кинетической энергии T= $\frac{4m_p\times V^2}{2}$. То есть T=W или $e\times U = m_p\times V^2$.

Откуда $U = \frac{m_p\times V^2}{e} = \frac{e\times B^2\times\left[(2\pi R)^2 + h^2\right]}{16\pi^2\times m_p}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$U = \frac{1.6\times 10^{-19}\,Кл\times(50\times 10^{-3}\,Тл)^2\times\left[(2\pi\times 0{,}01м)^2 + (0{,}05м)^2\right]}{16\pi^2\times 1{,}67\times 10^{-27}\,кг} = 9{,}87В.$$

$E = 1 кэВ$
$B = 21 мТл$
$Pm = ?$



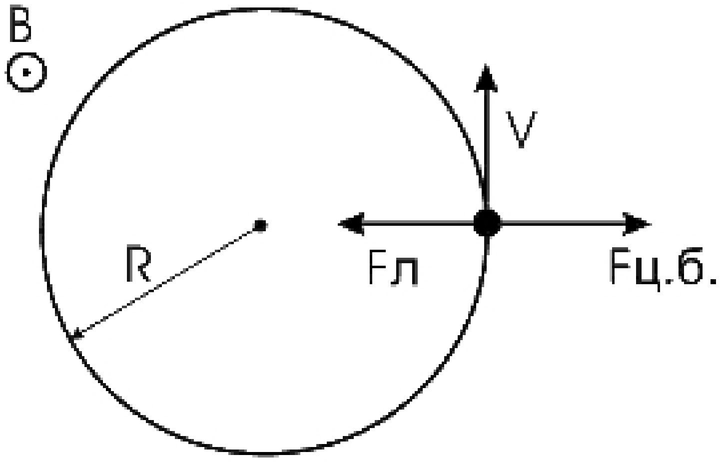
На заряд, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $Fл = q\times[V\times B]$, где B– индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению. Величина центробежной силы равна $\frac{m\times V^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m – масса заряда. Тогда $\frac{m\times V^2}{R} = q\times[V\times B] = q\times V\times B$. Отсюда скорость электрона равна $V = \frac{q\times B\times R}{m}$. А радиус орбиты равен $R = \frac{m\times V}{q\times B}$. За период T электрон проходит окружность периметром 2π×R, и поэтому скорость $V = \frac{2\pi\times R}{T}$. Тогда $V = \frac{q\times B\times R}{m} = \frac{2\pi\times R}{T}$, откуда время $T = \frac{2\pi\times m}{q\times B}$.

Сила тока равна отношению проходимого заряда к промежутку времени за который этот заряд проходит: $I = \frac{q}{T}$. Так как $T = \frac{2\pi\times m}{q\times B}$. Поэтому $I = \frac{q^2\times B}{2\pi\times m}$. Магнитный момент тока I охватывающий площадь S равна $Pm = I\times S$. В нашем случае это площадь круга радиусом R: $S = \pi\times R^2$. Так как $R = \frac{m\times V}{q\times B}$, то $S = \pi\times\left(\frac{m\times V}{q\times B}\right)^2$. С другой стороны кинетическая энергия равна $E = \frac{m\times V^2}{2}$, поэтому $V = \sqrt{\frac{2\times E}{m}}$. Тогда $S = \pi\times\left(\frac{m}{q\times B}\right)^2\times\frac{2\times E}{m} = \frac{2\times m\times E}{(q\times B)^2}$. Подставляем в магнитный момент $Pm = I\times S = \frac{q^2\times B}{2\pi\times m}\times\frac{2\times m\times E}{(q\times B)^2} = \frac{E}{\pi\times B}$.

Подставляем числа. $Pm = \frac{1000\times 1.6\times 10^{-19}\,Дж}{\pi\times 0{,}021\,Тл} = 2{,}42\times 10^{-15}\,А\times м^2$.

$B=0{,}01$Тл
$Pm=1{,}6\times10^{-14}$ А$\times$м^2

$E=?$



На заряд, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л=q\times[V\times B]$, где B – индукция магнитного поля. Эта сила равна центробежной силе по модулю и противоположна по направлению. Величина центробежной силы равна $\dfrac{m\times V^2}{R}$, где R – радиус орбиты, m – масса заряда.

Тогда $\dfrac{m\times V^2}{R}=q\times[V\times B]=q\times V\times B$. Отсюда скорость иона равна $V=\dfrac{q\times B\times R}{m}$. А радиус орбиты равен $R=\dfrac{m\times V}{q\times B}$. За период T ион проходит окружность периметром $2\pi\times R$, и поэтому скорость $V=\dfrac{2\pi\times R}{T}$. Тогда $V=\dfrac{q\times B\times R}{m}=\dfrac{2\pi\times R}{T}$, откуда время $T=\dfrac{2\pi\times m}{q\times B}$.

Сила тока равна отношению проходимого заряда к промежутку времени за который этот заряд проходит: $I=\dfrac{q}{T}$. Так как $T=\dfrac{2\pi\times m}{q\times B}$. Поэтому $I=\dfrac{q^2\times B}{2\pi\times m}$.

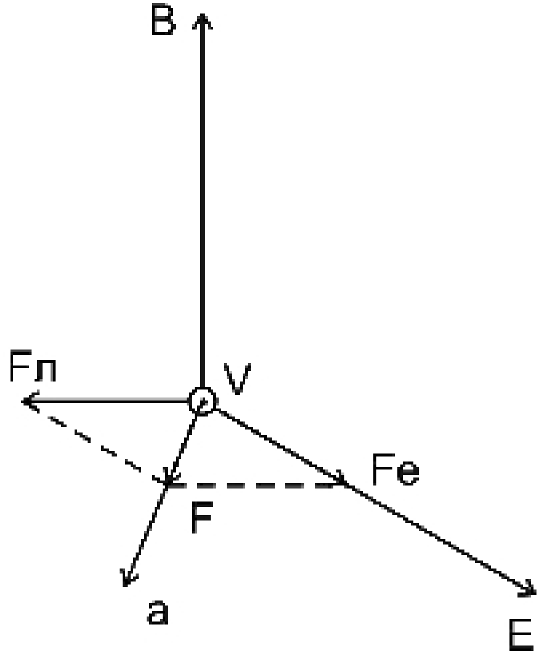
Магнитный момент тока I охватывающий площадь S равна $Pm=I\times S$. В нашем случае это площадь круга радиусом R: $S=\pi\times R^2$. Так как $R=\dfrac{m\times V}{q\times B}$, то $S=\pi\times\left(\dfrac{m\times V}{q\times B}\right)^2$. С другой стороны кинетическая энергия равна $E=\dfrac{m\times V^2}{2}$, поэтому $V=\sqrt{\dfrac{2\times E}{m}}$. Тогда $S=\pi\times\left(\dfrac{m}{q\times B}\right)^2\times\dfrac{2\times E}{m}=\dfrac{2\times m\times E}{(q\times B)^2}$. Подставляем в магнитный момент $Pm=I\times S=\dfrac{q^2\times B}{2\pi\times m}\times\dfrac{2\times m\times E}{(q\times B)^2}=\dfrac{E}{\pi\times B}$. Откуда искомое значение равно $E=\pi\times Pm\times B$. Подставляем числа.

$E=3.14\times1.6\times10^{-14}\,А\times м^2\times0{,}01Тл=5{,}02\times10^{-16}\,Дж=3140эВ$.

B=50мТл

E = 20кВ/м

a = ?



На протон, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$, где B– индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля тоже действует сила равная $Fe = e \times E$.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{Fe}$.

Угол между векторами φ=120°. Модуль силы равен тогда равен $|F| = \sqrt{(Fe)^2 + (F_л)^2 + 2 \times Fe \times F_л \times \cos\varphi}$.

Тогда $|F| = \sqrt{(e \times E)^2 + (e \times V \times B)^2 + 2 \times e \times E \times e \times V \times B \times \cos\varphi}$.

Ускорение найдем из второго закона Ньютона $a = \frac{F}{m}$. Тогда

$a = \frac{e}{m} \times \sqrt{(E)^2 + (V \times B)^2 + 2 \times E \times V \times B \times \cos\varphi}$. Подставляем числа.

$$a = \frac{1.6 \times 10^{-19}\ Кл}{1{,}67 \times 10^{-27}\ кг} \times \sqrt{(20 \times 10^3\ В/м)^2 + (4 \times 10^5\ м/с \times 50 \times 10^{-3}\ Тл)^2 + 2 \times 20 \times 10^3\ В/м \times 4 \times 10^5\ м/с \times 50 \times 10^{-3}\ Тл \times \cos 120^\circ} = 1.9 \times 10^{12}\ м/с$$

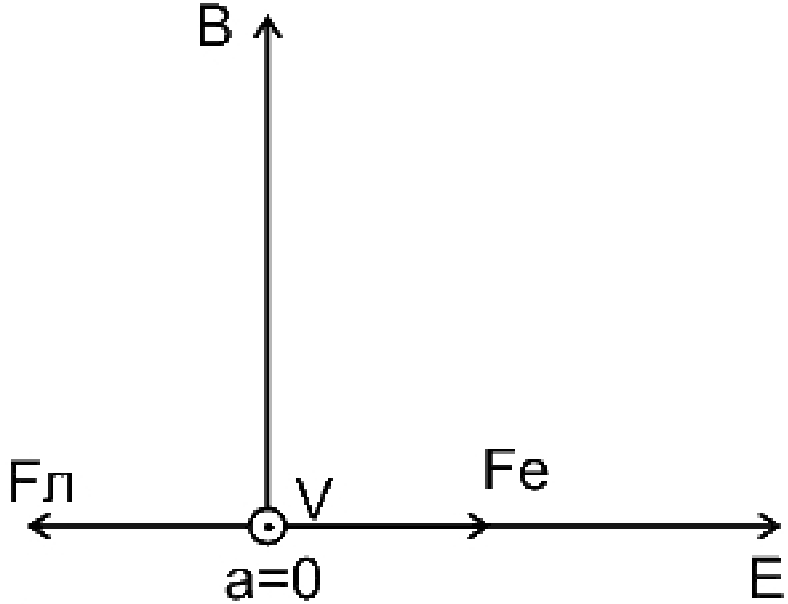
U=645 В

B=1.5мТл

E = 200В/м

a=0

q/m = ?



На ион, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = q \times [V \times B]$, где B– индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля тоже действует сила равная Fe=q×E.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{Fe}$.

Угол между векторами φ=180°. Модуль силы тогда равен $|F| = Fe - F_л$. Так как заряд двигается прямолинейно, то действие сил должно быть скомпенсированным. Иначе перпендикулярно вектору скорости будет действовать сила, которая будет искривлять траекторию тела (см. рис.).

Поэтому Fe=Fл. То есть $q \times E = q \times V \times B$, откуда $V = \frac{E}{B}$.

Заряд прошел разность потенциалов U, поэтому из закона сохранения энергии имеем $Ek = \frac{m \times V^2}{2} = q \times U$.

Отношение заряда к массе равно $\frac{q}{m} = \frac{V^2}{2 \times U}$. Подставляем сюда $V = \frac{E}{B}$ и получаем $\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2 \times U \times B^2}$. Подставляем числа.

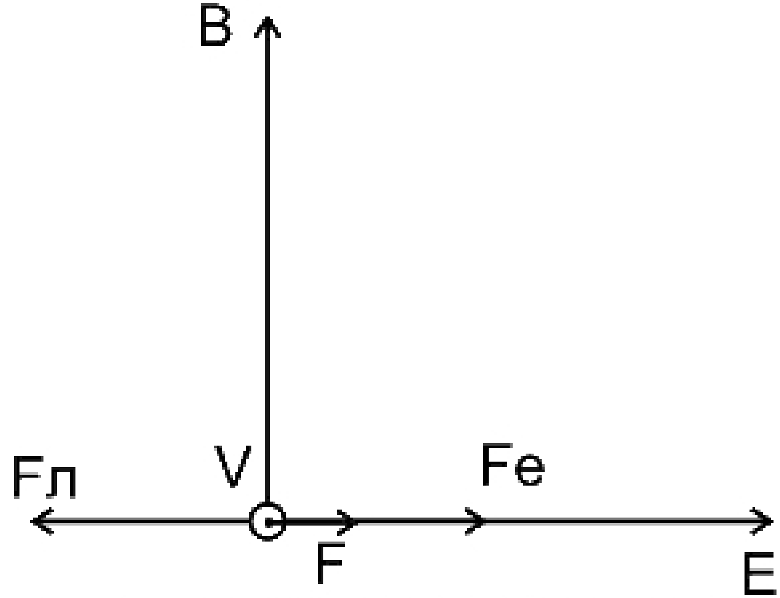
$$\frac{q}{m} = \frac{(200В / м)^2}{2 \times 645В \times (1{,}5 \times 10^{-3}\,Тл)^2} = 1{,}37 \times 10^7\ Кл / кг.$$

$B = 5$ мТл

$E = 30$ кВ/м

$V = 2\times10^{6}$ м/с

$a = ?$



На ион, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = q\times[V\times B]$, где B– индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля тоже действует сила равная $F_e = q\times E$.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{F_e}$.

Угол между векторами φ=180°. Модуль силы тогда равен $|F| = F_e - F_л$.

Поэтому $|F| = q\times E - q\times V\times B = q\times(E - V\times B)$.

Ускорение тогда равно из второго закона Ньютона: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{q}{m}\times(E - V\times B)$.

Заряд α-частицы равен $q = 2\times e$, а масса равна $m = 4\times m_p$, где e-заряд электрона, m_p – масса протона. Тогда $a = \dfrac{2\times e}{4\times m_p}\times(E - V\times B) = \dfrac{e}{2\times m_p}\times(E - V\times B)$.

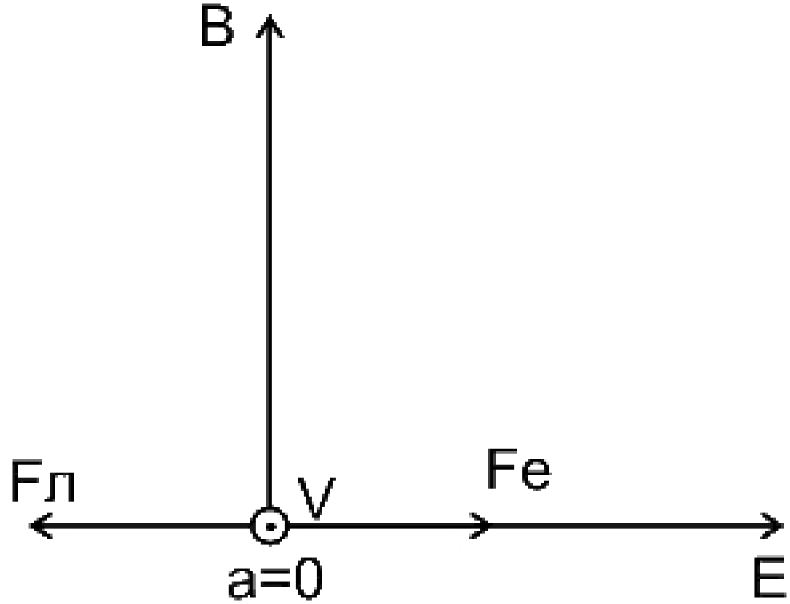
Подставляем числа.

$$a = \frac{1.6\times10^{-19}\ \text{Кл}}{2\times1{,}67\times10^{-27}\ \text{кг}}\times\left(30\times10^{3}\ \text{В}/\text{м} - 2\times10^{6}\ \text{м}/\text{с}\times5\times10^{-3}\ \text{Тл}\right) = 9{,}6\times10^{11}\ \text{м}/\text{с}.$$

$U = 1{,}2$ кВ

$B = 6$ мТл

$E = ?$



На электрон, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$, где B– индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля тоже действует сила равная $Fe = e \times E$.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{Fe}$.

Угол между векторами $\varphi = 180°$. Модуль силы тогда равен $|F| = Fe - F_л$. Так как электрон двигается прямолинейно, то действие сил должно быть скомпенсированным. Иначе перпендикулярно вектору скорости будет действовать сила, которая будет искривлять траекторию тела (см. рис.). Поэтому $Fe = F_л$. То есть $e \times E = e \times V \times B$, откуда $E = V \times B$.

Заряд прошел разность потенциалов U, поэтому из закона сохранения энергии имеем $Ek = \frac{m \times V^2}{2} = e \times U$.

Откуда скорость равна $V = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}}$. Подставляем и получаем

$E = \sqrt{\frac{2 \times e \times U}{m}} \times B$. Подставляем числа.

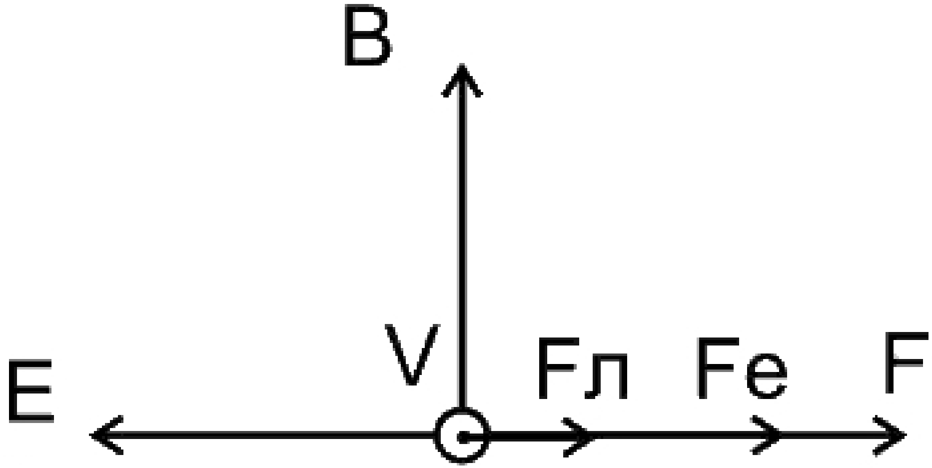
$$E = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19}\,Кл \times 1200В}{9{,}1 \times 10^{-31}\,кг}} \times 6 \times 10^{-3}\,Тл = 1{,}2 \times 10^5\,В/м.$$

$B = 2.5$ мТл

$E = 10$ кВ/м

$V = 4\times10^{6}$ м/с

$a = ?$



На электрон, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e\times[V\times B]$, где B– индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля действует сила равная $F_e = e\times E$.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{F_e}$.

Угол между векторами $\varphi = 0°$. Модуль силы тогда равен $|F| = F_e + F_л$.

Поэтому $|F| = e\times E + e\times V\times B = e\times(E + V\times B)$.

Ускорение тогда равно из второго закона Ньютона: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{e}{m}\times(E + V\times B)$.

Подставляем числа.

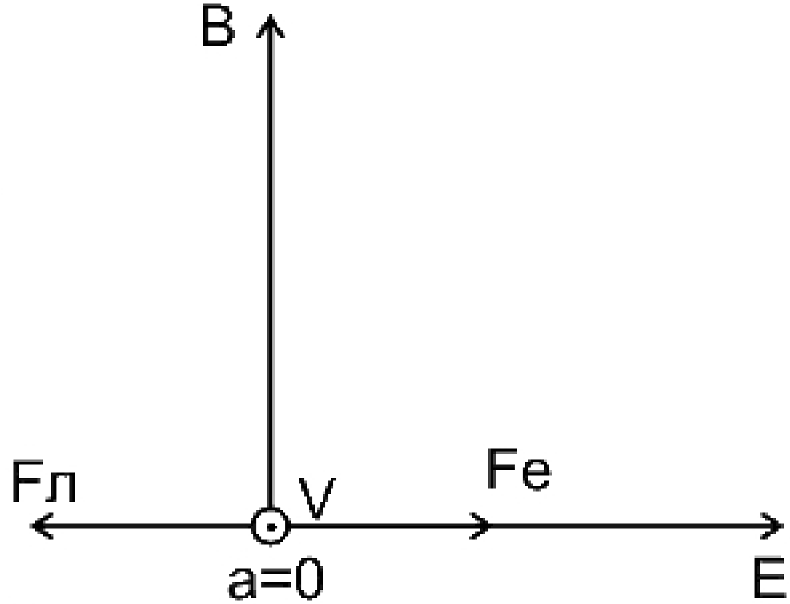
$$a = \frac{1.6\times10^{-19}\ \text{Кл}}{9{,}1\times10^{-31}\ \text{кг}}\times\left(10\times10^{3}\ \text{В/м} + 4\times10^{6}\ \text{м/с}\times2.5\times10^{-3}\ \text{Тл}\right) = 3.5\times10^{15}\ \text{м/с}.$$

$U=300$ В

$E=2$ кВ/м

$m=7\times m_p$

$B = ?$



На ион, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e\times[V\times B]$, где B – индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля тоже действует сила равная $Fe=e\times E$.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{Fe}$.

Угол между векторами $\varphi=180^o$. Модуль силы тогда равен $|F| = Fe - F_л$. Так как ион двигается прямолинейно, то действие сил должно быть скомпенсированным. Иначе перпендикулярно вектору скорости будет действовать сила, которая будет искривлять траекторию иона (см. рис.).

Поэтому $Fe=F_л$. То есть $e\times E = e\times V\times B$, откуда $B = \dfrac{E}{V}$.

Заряд прошел разность потенциалов U, поэтому из закона сохранения энергии имеем $Ek = \dfrac{m\times V^2}{2} = e\times U$.

Откуда скорость равна $V = \sqrt{\dfrac{2\times e\times U}{m}}$. Подставляем и получаем

$B = \sqrt{\dfrac{m}{2\times e\times U}}\times E$. Подставляем числа.

$$B = \sqrt{\frac{7\times 1{,}67\times 10^{-27}\ кг}{2\times 1.6\times 10^{-19}\ Кл\times 300В}}\times 2\times 10^3\ В/м = 0.022Тл = 22мТл.$$

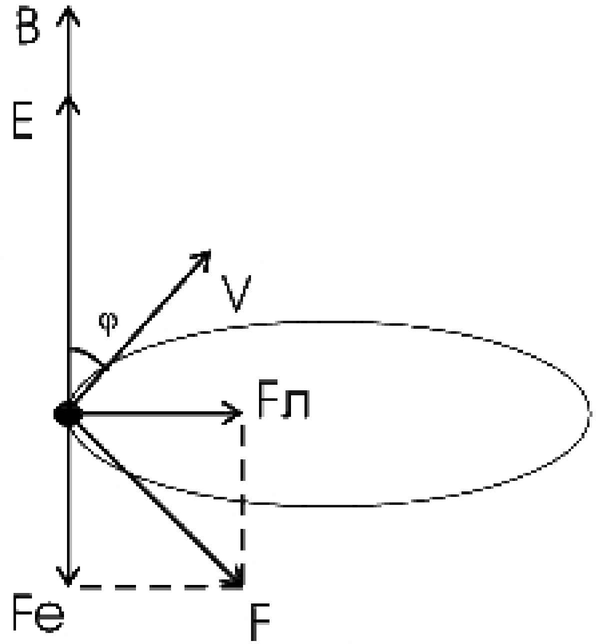
$V = 2$ Мм/с

$\varphi=30°$

$B=1$ мТл

$E = 1$ кВ/м

$a = ?$



На α-частицу (заряд $q=2e$, масса $m=4\times m_p$), движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = q\times[V\times B]$. Так как угол между скоростью V и вектором магнитной индукции равен $\varphi=30°$, то $F_л = e\times V\times B\times\sin\varphi$.

Кроме того на нее действует сила со стороны электрического поля $Fe=q\times E$.

По правилу Пифагора находим суммарную силу (см. рис.): $F = \sqrt{F_л^2 + Fe^2}$.

Из второго закона Ньютона имеем $ma = F$. Откуда ускорение

$$a = \frac{\sqrt{F_л^2 + Fe^2}}{m} = \frac{\sqrt{(q\times V\times B\times\sin\varphi)^2 + (q\times E)^2}}{m} = \frac{2e\times\sqrt{(V\times B\times\sin\varphi)^2 + (E)^2}}{4\times m_p}$$

, где B– магнитная индукция. Подставляем числа.

$$a = \frac{2\times1.6\times10^{-19}\ Кл\times\sqrt{(2\times10^6\ м/с\times10^{-3}\ Тл\times\sin 30°)^2 + (1000В/м)^2}}{4\times1,67\times10^{-27}\ кг} =$$

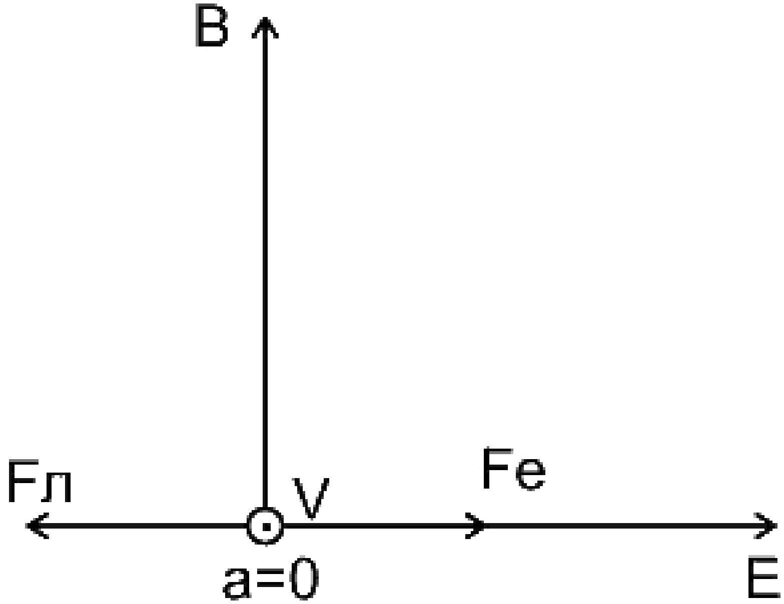
$=6,77\times10^{10}$ м/с^2.

B=5мТл

E = 20кВ/м

a=0

U = ?



На протон, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$, где B– индукция магнитного поля.

Со стороны электрического поля действует сила равная Fe=e×E.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{F_e}$.

Угол между векторами φ=180°. Модуль силы тогда равен $|F| = Fe - F_л$. Так как заряд двигается прямолинейно, то действие сил должно быть скомпенсированным. Иначе перпендикулярно вектору скорости будет действовать сила, которая будет искривлять траекторию тела (см. рис.).

Поэтому Fe=Fл. То есть $e \times E = e \times V \times B$, откуда $V = \frac{E}{B}$.

Протон прошел разность потенциалов U, поэтому из закона сохранения энергии имеем $Ek = \frac{m \times V^2}{2} = e \times U$. Откуда разность потенциалов равна $U = \frac{m \times V^2}{2 \times e}$. Подставляем сюда скорость и получаем $U = \frac{m \times E^2}{2 \times e \times B^2}$.

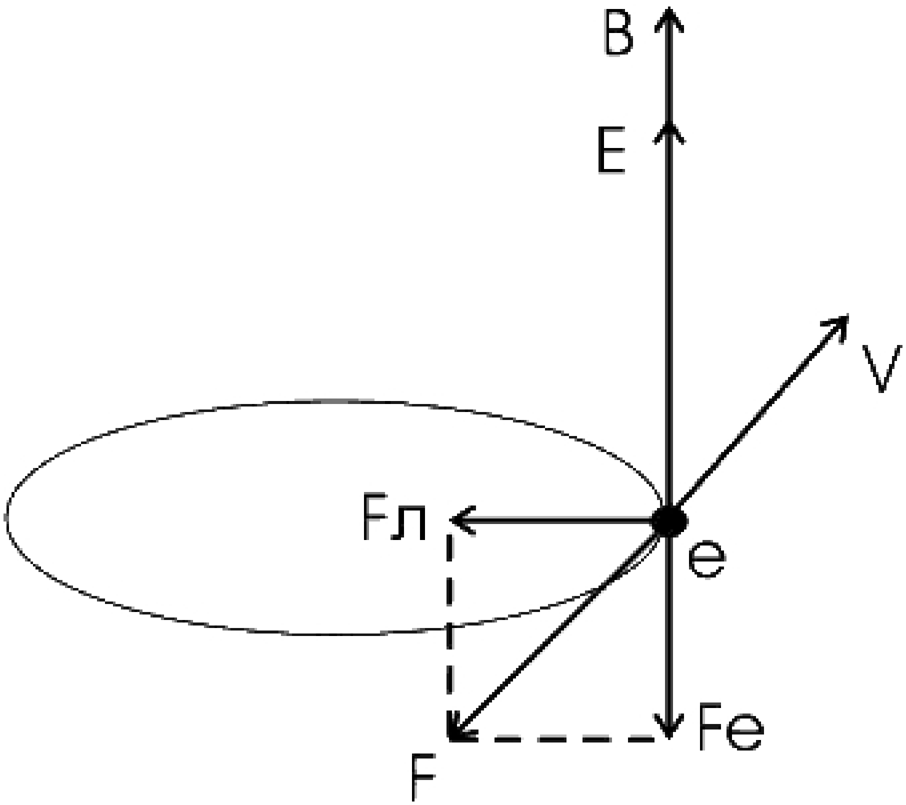
Подставляем числа. $U = \frac{1.67 \times 10^{-27} кг \times (20 \times 10^3 В/м)^2}{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} Кл \times (0{,}005 Тл)^2} = 83500 В = 83{,}5 кВ$.

$B = 2$мТл

$E = 1{,}6$кВ/м

$V = 0.8$Мм/с

$a = ?$



На электрон (заряд $-e$), движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$. Так как угол между скоростью V и вектором магнитной индукции равен 90°, то $F_л = e \times V \times B$.

Кроме того на нее действует сила со стороны электрического поля $Fe = e \times E$.

По правилу Пифагора находим суммарную силу (см. рис.): $F = \sqrt{F_л^2 + Fe^2}$.

Из второго закона Ньютона имеем $ma = F$. Откуда ускорение

$$a = \frac{\sqrt{F_л^2 + Fe^2}}{m} = \frac{\sqrt{(e \times V \times B)^2 + (e \times E)^2}}{m} = \frac{e \times \sqrt{(V \times B)^2 + (E)^2}}{m},$$ где B – магнитная индукция.

Подставляем числа.

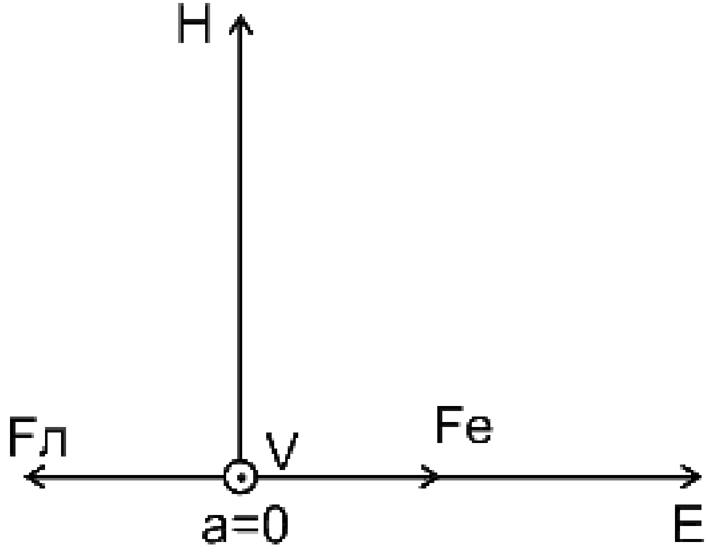
$$a = \frac{1.6 \times 10^{-19}\ Кл \times \sqrt{(0.8 \times 10^6\ м/с \times 2 \times 10^{-3}\ Тл)^2 + (1600В/м)^2}}{9{,}1 \times 10^{-31}\ кг} =$$

$= 4 \times 10^{14}$ м/с^2.

$E = 50$ кВ/м

$H = 1$ МА/м

$B = ?$



На ион, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$, где B – индукция магнитного поля. Напряженность магнитного поля связана с индукцией формулой: $B = \mu_0 \times H$, где $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная. Если ион влетает перпендикулярно вектору H, то $F_л = e \times V \times B = e \times V \times \mu_0 \times H$.

Со стороны электрического поля действует сила равная $Fe = e \times E$.

Результирующая сила равна сумме этих векторов (см. рис.) $\overline{F} = \overline{F_л} + \overline{Fe}$.

Угол между векторами $\varphi = 180°$. Модуль силы тогда равен $|F| = Fe - F_л$. Так как ион двигается прямолинейно, то действие сил должно быть скомпенсированным. Иначе перпендикулярно вектору скорости будет действовать сила, которая будет искривлять траекторию иона (см. рис.).

Поэтому $Fe = F_л$. То есть $e \times E = e \times V \times \mu_0 \times H$, откуда $V = \dfrac{E}{\mu_0 \times H}$.

Подставляем числа. $V = \dfrac{50 \times 10^3\ А/м}{4\pi \times 10^{-7}\ Гн/м \times 10^6\ А/м} = 40000 м/с = 40 км/с$.

$S = 20$ см^2 $B=0.03$Тл $\varphi=60°$ $\Phi = ?$	Магнитный поток, пронизывающий виток, находящийся под углом φ к магнитному полю B, равен $\Phi = B \times S \times \sin\varphi$, где S – площадь контура. Подставляем числа. $\Phi = 0.03\text{Тл} \times 20 \times (10^{-4}\ \text{м}^2) \times \sin 60° = 5.2 \times 10^{-5}\ \text{Вб}$.

$\Phi/N = 50$ мкВб $l = 50$ см	Индуктивность соленоида $L = \mu \times \mu_0 \dfrac{N^2 \times S}{l}$, где N – число витков, l – его длина, S – площадь поперечного сечения, μ – относительная магнитная проницаемость (в нашем случае μ=1), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Г/м – магнитная постоянная.
$P_m = ?$	

Тогда магнитный поток равен по определению $\Phi = L \times I = \mu \times \mu_0 \dfrac{N^2 \times S}{l} \times I$.

Откуда $N \times S \times I = \dfrac{\Phi \times l}{\mu_0 \times N}$.

Величина $p_m = S \times I$ – это магнитный момент одного витка, а $Pm = N \times S \times I$ – магнитный момент всего соленоида. Поэтому

$$P_m = \frac{\Phi \times l}{\mu_0 \times N} = \frac{50 \times 10^{-6} \text{Вб} \times 0{,}5\text{м}}{4\pi \times 10^{-7} \text{Гн/м}} = 20 \text{А} \times \text{м}^2.$$

Дано	Решение
$n=8\text{см}^{-1}$ $d=4$ см $\varphi=60°$ $I=1$ А $\Phi=?$	Известно, что для катушки с проволочной обмоткой магнитное поле внутри $B=\frac{4\pi}{c}\times\frac{N\times I}{L}$, где I – сила тока, $n=\frac{N}{L}$ - число витков на единицу длины. Поэтому $B=\frac{4\pi}{c}\times n\times I$.

Тогда магнитный поток, пронизывающий виток, находящийся под углом φ к магнитному полю B, равен $\Phi=B\times S\times\cos(90°-\varphi)$, где $S=\frac{\pi d^2}{4}$.

Поэтому $\Phi=\frac{4\pi}{c}n\times I\times\frac{\pi d^2}{4}\times\sin\varphi=\frac{\pi^2 d^2\times n\times I}{c}\times\sin\varphi$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Phi=\frac{(3.14)^2\times(0.04\text{м})^2\times 80\text{м}^{-1}\times 1\text{А}}{3\times10^8\text{ м/с}}\times\sin 60°=3.6\times10^{-9}\text{ Вб}.$$

$D = 5$ см $d = 0{,}2$ мм $I = 0.5A$	
$\Phi = ?$	

По определению магнитный поток пронизывающий поперечное сечение $\Phi = \frac{L \times I}{N}$, где I – сила протекаемого тока, L – индуктивность соленоида. Известно, что

$L = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times V = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times S \times l$, где V=S×l – объем соленоида, μ – магнитная проницаемость сердечника (в нашем случае его нет и μ=1), n – число витков на единицу длины соленоида. Величина $n = \frac{N}{l}$, где N – число витков, так как намотка однослойная. Но $N = \frac{l}{d}$, где d – диаметр провода, так как намотка плотная. Поэтому $n = \frac{N}{l} = d^{-1}$. Подставляем в L:

$L = \mu_0 \times \left(\frac{1}{d}\right)^2 \times S \times l$. Кроме того $S = \frac{\pi \times D^2}{4}$. Поэтому искомая величина

$$\Phi = \frac{\mu_0 \times \pi \times D^2 \times I \times l}{4 \times d^2 \times N} = \frac{\mu_0 \times \pi \times D^2 \times I \times l \times d}{4 \times d^2 \times l} = \frac{\mu_0 \times \pi \times D^2 \times I}{4 \times d}.$$ Подставляем числа

$$\Phi = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,\text{Гн/м} \times 3.14 \times (0.05\text{м})^2 \times 0.5\text{A}}{4 \times 0{,}2 \times 10^{-3}\,\text{м}} = 6{,}16 \times 10^{-6}\,\text{Вб} = 6.16\,\text{мкВб}.$$

$a = 10$ см $I = 6$ А $B = 0{,}8$ Тл $\alpha = 50°$	
$A = ?$	

Пусть сторона квадрата будет a. Тогда площадь квадрата равна $S=a^2$.
Виток площадью S по которому течет ток I обладает магнитным моментом $Pm=I\times S$. Магнитный момент Pm в поле B обладает потенциальной энергией $W= -Pm\times B\times\cos\varphi$, где φ – угол между Pm и B, B – магнитная индукция. Поэтому начальная потенциальная энергия квадратной рамки равна:

$W1= -a^2\times I\times B\times\cos\varphi$.

Периметр этой рамки не изменяется при изменении формы и равен $L=4\times a$. После того как сделали круг его периметр $2\pi\times R=L=4\times a$, откуда находим радиус круга $R = \dfrac{2\times a}{\pi}$. Площадь круга равна

$$S = \pi\times R^2 = \pi\times\left(\frac{2\times a}{\pi}\right)^2 = \frac{4\times a^2}{\pi}.$$

Этот виток обладает магнитным моментом $Pm = I\times S = \dfrac{4\times a^2\times I}{\pi}$.

Потенциальная энергия стала равной

$$W2 = -Pm\times B\times\cos\varphi = -\frac{4\times a^2\times I}{\pi}\times B\times\cos\varphi.$$

Работа равна разности потенциальных энергий

$$A=W2-W1=-\frac{4\times a^2\times I}{\pi}\times B\times\cos\varphi + a^2\times I\times B\times\cos\varphi =$$

$= a^2\times I\times B\times\cos\varphi\times\left(1-\dfrac{4}{\pi}\right)$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$A = (0.1\text{м})^2\times 6\text{А}\times 0{,}8\text{Тл}\times\cos 50°\times\left(1-\frac{4}{3{,}14}\right) = -8.5\times 10^{-3}\,\text{Дж} = -8.5\,\text{мДж}.$$

Работа отрицательная это значит, что работу необходимо совершить над контуром.

$S=200$ см^2 $I = 5$ А $B=0.4$Тл $\varphi = 40°$ $\Delta A = ?$	Виток площадью S по которому течет ток I обладаем магнитным моментом $Pm=I\times S$. Магнитный момент Pm в поле H обладает потенциальной энергией $W=Pm\times B\times \sin\alpha$, где α – угол между Pm и B, B – магнитная индукция. Тогда когда виток был установлен по полю $\alpha=0°$ и $W1=0$. А когда под углом $\alpha=\varphi=40°$ энергия равна $W2 = I\times S\times B\times \sin\varphi$. Работа равна $\Delta A=W1-W2=-I\times S\times B\times \sin\varphi$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\Delta A = -5А\times 200\times 10^{-4}м^2\times 0.4Тл\times \sin 40° =$ $=-2.6\times 10^{-2}$Дж$=-26$мДж. Работа отрицательная т.к. ее совершают над контуром.

$d=10$ см $I = 60$ А $B=20$ мТл $\varphi = 60°$	
$\Delta A = ?$	

Виток площадью $S=\pi\times R^2=\dfrac{\pi\times d^2}{4}$ по которому течет ток I обладаем магнитным моментом $P_m=I\times S=\dfrac{I\times\pi\times d^2}{4}$.

Магнитный момент Pm в поле H обладает потенциальной энергией W=Pm×B×sinα, где α – угол между Pm и B, B – магнитная индукция.

Поэтому

$$W=Pm\times B\times\sin\alpha=\frac{I\times\pi\times d^2}{4}\times B\times\sin\alpha.$$

Тогда когда виток был установлен по полю α=0 и $W1=0$.

А когда под углом α=φ=60° энергия равна $W2=\dfrac{I\times\pi\times d^2}{4}\times B\times\sin\varphi$.

Работа равна $\Delta A=W1-W2=-\dfrac{I\times\pi\times d^2}{4}\times B\times\sin\varphi$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta A=-\frac{60\text{А}\times 3.14\times(0.1\text{м})^2}{4}\times 0.02\text{Тл}\times\sin 60°=-0{,}0082\,\text{Дж}=-8.2\text{мДж}.$$

Работа отрицательная т.к. ее совершают над контуром.

$S = 100$ см^2 $I = 50$ А $\alpha = 90°$ $A = 0{,}4$ Дж	Плоский контур с током I в магнитном поле B обладает потенциальной энергией равной $W = I \times B \times S \times \sin\alpha$, где S – площадь контура. Так как α=90°, то $W = I \times B \times S$. Так как в итоге весть проводник выйдет из поля, то работа равна $A = W1 - W2 = I \times B1 \times S - I \times B2 \times S$. Так как контур вышел в пространство где поля нет, то B2=0 и итоге $A = I \times B \times S$.
$B = ?$	Откуда $B = \dfrac{A}{I \times S}$. Подставляем числа $B = \dfrac{0.4\text{Дж}}{50\text{А} \times 100 \times 10^{-4}\,\text{м}^2} = 0{,}8\text{Тл}$.

$I = 50$ A $B=0.6$ Тл $\varphi = 30°$	
$\Delta A = ?$	

Виток площадью S по которому течет ток I обладаем магнитным моментом

$P_m = I \times S$.

Магнитный момент Pm в поле B обладает потенциальной энергией $W=Pm \times B \times \sin\alpha$, где α – угол между Pm и B, B – магнитная индукция.

Поэтому $W = Pm \times B \times \cos\alpha = I \times S \times B \times \cos\alpha$.

Тогда когда виток был установлен по полю $\alpha=90°$ (нормаль к контуру перпендикулярна линиям магнитной индукции) энергия $W1=I \times S \times B$.

А когда под углом $\alpha=\varphi=30°$ энергия равна $W2 = I \times S \times B \times \sin\varphi$.

Работа равна $\Delta A=W1-W2=I \times S \times B \times (1-\sin\varphi)$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$\Delta A = 50A \times S \times 0.6 Тл \times (1-\sin 30°) = 15 \times S$.

$l = 50$ см $Pm=0{,}4 А\times м^2$	
$\Phi/N = ?$	

Индуктивность соленоида $L = \mu\times\mu_0\frac{N^2\times S}{l}$, где N – число витков, l – его длина, S – площадь поперечного сечения, μ – относительная магнитная проницаемость (в нашем случае μ=1), $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$Т/м – магнитная постоянная.

Тогда магнитный поток равен по определению $\Phi = L\times I = \mu\times\mu_0\frac{N^2\times S}{l}\times I$.

Откуда $N\times S\times I = \frac{\Phi\times l}{\mu_0\times N}$.

Величина $p_m = S\times I$ – это магнитный момент одного витка, а $Pm = N\times S\times I$ – магнитный момент всего соленоида. Поэтому $P_m = \frac{\Phi\times l}{\mu_0\times N}$.

Откуда искомая величина равна $\frac{\Phi}{N} = \frac{Pm\times\mu_0}{l}$.

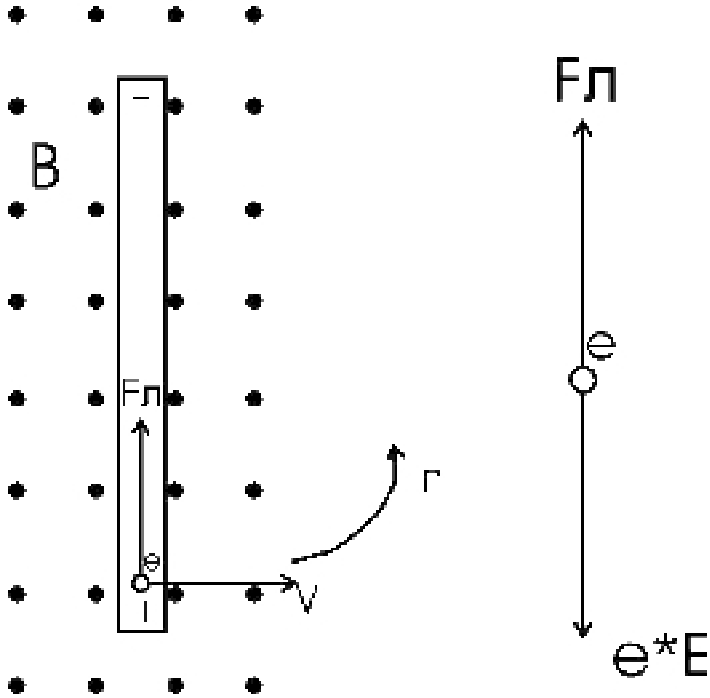
Подставляем числа. $\frac{\Phi}{N} = \frac{0.4А\times м^2\times4\pi\times10^{-7}Гн/м}{0{,}5м} = 10^{-6}Вб = 1мкВб$.

$B = 0{,}1$ Тл

$n = 5c^{-1}$

$L = 50$ см

$U = ?$



В случаях движения контура в магнитном поле ЭДС индукции обусловлена действием лоренцовой силы на заряды, находящиеся в контуре. В нашем случае на каждый электрон будет действовать сила Лоренца $F_л = e \times [V \times B]$, где B – индукция магнитного поля. В результате на участке L произойдет разделение зарядов: свободные электроны переместятся кверху и между концами участка возникает разность потенциалов.

Заряды на концах стержня будут создавать поле E, которое будет препятствовать дальнейшему разделению зарядов. И, наконец, наступит момент когда сила Лоренца уравняется с силой возникающего поля E. То есть $F_л = e \times E$. Откуда $E = \frac{F_л}{e} = \frac{e \times V \times B}{e} = V \times B$.

В нашем случае скорость электронов на нижнем конце стержня равна $V = n \times L$, где n – частота вращения. Тогда $E = n \times L \times B$.

Индуцируемая разность потенциалов равна по определению $U = E \times L$, поэтому $U = n \times L^2 \times B$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

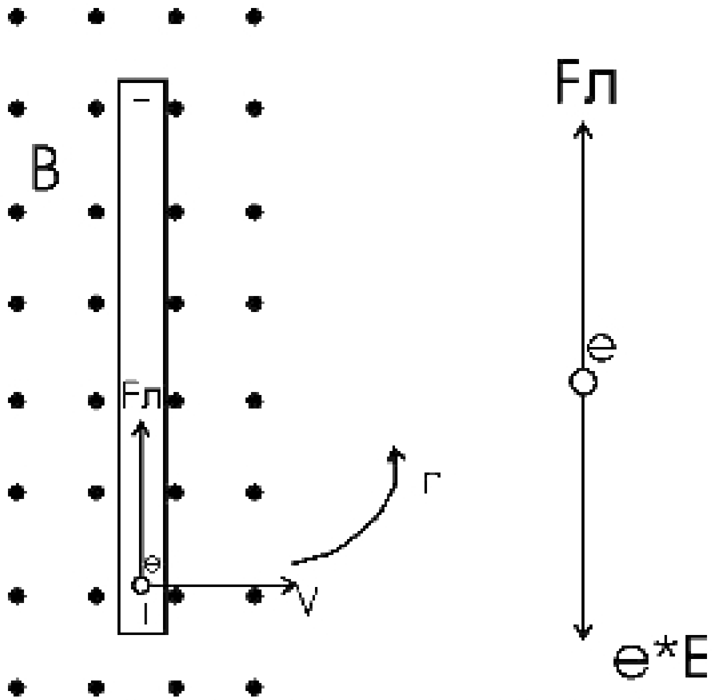
$U = 5c^{-1} \times (0{,}5м)^2 \times 0.1Тл = 0.125B$.

$B = 0{,}5$ Тл

$n = 10 c^{-1}$

$L = 20$ см

$U = ?$



В случаях движения контура в магнитном поле ЭДС индукции обусловлена действием лоренцовой силы на заряды, находящиеся в контуре. В нашем случае на каждый электрон будет действовать сила Лоренца $Fл = e \times [V \times B]$, где B – индукция магнитного поля. В результате на участке L произойдет разделение зарядов: свободные электроны переместятся кверху и между концами участка возникает разность потенциалов.

Заряды на концах стержня будут создавать поле E, которое будет препятствовать дальнейшему разделению зарядов. И, наконец, наступит момент когда сила Лоренца уравняется с силой возникающего поля E. То есть $Fл = e \times E$. Откуда $E = \frac{F_л}{e} = \frac{e \times V \times B}{e} = V \times B$.

В нашем случае скорость электронов на нижнем конце стержня равна $V = n \times L$, где n – частота вращения. Тогда $E = n \times L \times B$.

Индуцируемая разность потенциалов равна по определению $U = E \times L$, поэтому $U = n \times L^2 \times B$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$U = 10c^{-1} \times (0{,}2м)^2 \times 0.5Тл = 0.2В$.

$\Delta Q = 50$ мкКл $R = 10$ Ом	По закону Фарадея ЭДС равно отношению изменения магнитного потока к времени $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Откуда $\Delta\Phi = \varepsilon \times \Delta t$.
$\Delta\Phi = ?$	С другой стороны по закону Ома $\varepsilon = R \times I$, где I – проходящий ток. Ток по определению равен отношения проходящего заряда к времени: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, поэтому $\varepsilon = R\frac{\Delta Q}{\Delta t}$. И тогда $\Delta\Phi = \varepsilon \times \Delta t = R\frac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta t = R \times \Delta Q$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\Delta\Phi = 10 Ом \times 50 \times 10^{-6}$ Кл $= 5 \times 10^{-4}$ Вб $= 0{,}5$ мВб.

$m=5$ г $B = 0{,}2$ Тл $\rho = 8930$ кг/м^3 $\alpha=1{,}75\times10^{-8}$ Ом$\times$м (медь)	
$\Delta Q = ?$	

По закону Фарадея ЭДС равно отношению изменения магнитного потока к времени $\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Откуда $\Delta\Phi = \varepsilon\times\Delta t$.

С другой стороны по закону Ома $\varepsilon=R\times I$, где I – проходящий ток. Ток по определению равен отношения проходящего заряда к времени: $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$, поэтому $\varepsilon = R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$. И тогда $\Delta\Phi = \varepsilon\times\Delta t = R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta t = R\times\Delta Q$. Откуда заряд $\Delta Q = \dfrac{\Delta\Phi}{R}$.

Сопротивление проводника $R = \alpha\times\dfrac{L}{\sigma}$, где L – длина проводника, σ – площадь сечения провода, α – удельное сопротивление (для меди $\alpha=1{,}75\times10^{-8}$ Ом$\times$м).

Нам известна масса провода. Она равна $m=\rho\times\sigma\times L$, где ρ – плотность меди, откуда $\sigma = \dfrac{m}{\rho\times L}$. Подставляем $R = \alpha\times\dfrac{L}{\sigma} = \alpha\times\dfrac{\rho\times L^2}{m}$. Если сторона квадрата равна a, то периметр рамки равен $L=4\times a$, а ее площадь $S=a^2$. Тогда $R = \alpha\times\dfrac{\rho\times16\times a^2}{m}$, а изменение магнитного потока равно $\Delta\Phi=B\times S=B\times a^2$. Тогда $\Delta Q = \dfrac{\Delta\Phi}{R} = \dfrac{B\times a^2\times m}{\alpha\times\rho\times16\times a^2} = \dfrac{B\times m}{\alpha\times\rho\times16}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\Delta Q = \dfrac{0.2\text{Тл}\times0{,}005\text{кг}}{1{,}75\times10^{-8}\text{Ом}\times\text{м}\times8930\text{кг}/\text{м}^3\times16} = 0{,}4\text{Кл}$.

$R=0.04$ Ом $B=0{,}6$ Тл $S=200$ см^2 $\Delta Q1=?$ $\Delta Q2=?$	По закону Фарадея ЭДС равно отношению изменения магнитного потока к времени $\varepsilon=-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Откуда $\Delta\Phi=\varepsilon\times\Delta t$.

С другой стороны по закону Ома $\varepsilon=R\times I$, где I – проходящий ток. Ток по определению равен отношения проходящего заряда к времени: $I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$,

поэтому $\varepsilon=R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$. И тогда $\Delta\Phi=\varepsilon\times\Delta t=R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta t=R\times\Delta Q$.

Откуда $\Delta Q=\dfrac{\Delta\Phi}{R}$.

Магнитный поток равен $\Phi=B\times S\times\cos\alpha$, где α – угол между нормалью к рамке и линиями индукции. Тогда изменение потока $\Delta\Phi=B\times S\times(\cos\alpha1-\cos\alpha2)$.

Поэтому заряд в первом случае: $\Delta Q=\dfrac{\Delta\Phi}{R}=\dfrac{B\times S\times(\cos\alpha1-\cos\alpha2)}{R}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta Q1=\frac{0.6\text{Тл}\times200\times10^{-4}\,\text{м}^2\times(\cos0^\circ-\cos45^\circ)}{0{,}04\text{Ом}}=87{,}9\times10^{-3}\,\text{Кл}.$$

Во втором случае

$$\Delta Q2=\frac{0.6\text{Тл}\times200\times10^{-4}\,\text{м}^2\times(\cos45^\circ-\cos90^\circ)}{0{,}04\text{Ом}}=0.212\text{Кл}.$$

Дано	Решение
$D = 5$ см $R=0{,}02$ Ом $B=0{,}3$ Тл $\varphi=40°$ $\Delta Q = ?$	

По закону Фарадея ЭДС равно отношению изменения магнитного потока к времени $\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Откуда $\Delta\Phi = \varepsilon \times \Delta t$.

С другой стороны по закону Ома $\varepsilon=R\times I$, где I – проходящий ток. Ток по определению равен отношения проходящего заряда к времени: $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$, поэтому $\varepsilon = R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$. И тогда $\Delta\Phi = \varepsilon\times\Delta t = R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta t = R\times\Delta Q$.

Откуда $\Delta Q = \dfrac{\Delta\Phi}{R}$.

Магнитный поток равен $\Phi=B\times S\times\cos\alpha$, где α – угол между нормалью к рамке и линиями индукции. Нам известен угол между плоскостью витка и полем φ, поэтому $\alpha=90°-\varphi$. Откуда $\Phi=B\times S\times\cos(90°-\varphi)= B\times S\times\sin\varphi$.

Так как поле через время полностью выключили, то конечное значение потока $\Phi2=0$, тогда изменение потока $\Delta\Phi=\Phi=B\times S\times\sin\varphi$.

Поэтому заряд: $\Delta Q = \dfrac{\Delta\Phi}{R} = \dfrac{B\times S\times\sin\varphi}{R}$.

Нам известен диаметр витка D, поэтому его площадь $S = \dfrac{\pi\times D^2}{4}$. Поэтому

$$\Delta Q = \frac{B\times\pi\times D^2\times\sin\varphi}{4\times R}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta Q1 = \frac{0.3\text{Тл}\times\pi\times(0.05\text{м})^2\times\sin 40°}{4\times 0{,}02\text{Ом}} = 1.9\times10^{-2}\ \text{Кл}.$$

$B = 0{,}05$ Тл $\nu = 40\ с^{-1}$ $s = 50\ см^2$ $N = 200$	
$E_{max} = ?$	

По определению магнитный поток для плоского контура в однородном магнитном поле равен $\Phi = B \times S \times \cos\varphi$, где B – магнитная индукция, S – площадь контура (в нашем случае контур состоит из N контуров площадью s, что эквивалентно одному контуру площадью S=N×s), φ - угол между плоскостью рамки и силовыми линиями поля.

При вращении рамки φ=ω×t, поэтому $\Phi = B \times s \times N \times \cos(\omega t)$.

Тогда ЭДС переменного тока, возникающая при вращении рамки в магнитном поле $E = -\dfrac{d\Phi}{dt} = B \times s \times N \times \omega \times \sin(\omega \times t)$. Максимальное значение ЭДС будет при t=π/(2ω), тогда sin(ω×t)=1 и ЭДС равно: $E\max = B \times s \times N \times \omega$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). Также учтем, что ω=2π×ν.

$$E\max = B \times s \times N \times \omega = B \times s \times N \times 2\pi \times \nu =$$

$$= 0{,}05Тл \times 50 \times 10^{-4}\ м^2 \times 200 \times 2 \times 3{,}14 \times 40сек^{-1} = 12.56В.$$

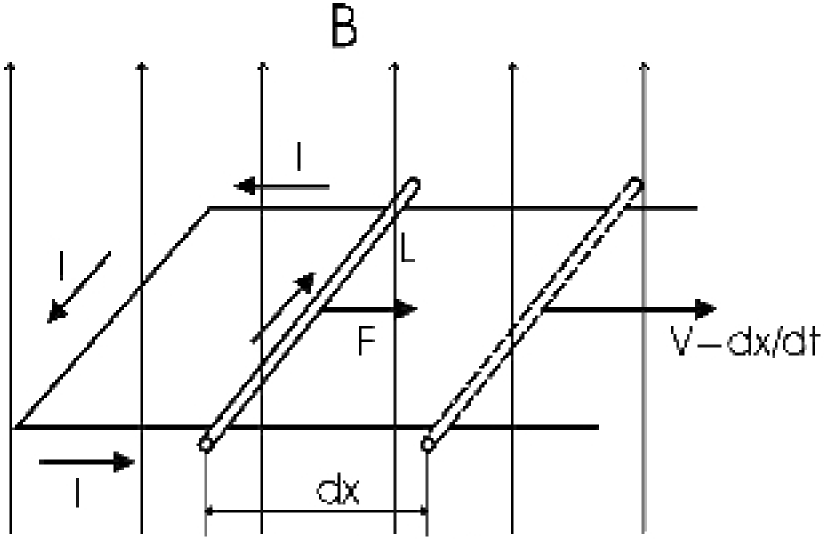
$B = 0{,}1$ Тл

$L = 40$ см

$R = 0{,}5$ Ом

$V = 10$ м/с

$P = ?$



Очевидно, что работа dA, совершаемая при перемещении проводника на расстояние dx, равна $dA = F \times dx = B \times I \times L \times dx$, где $F = B \times I \times L$ – сила Ампера действующая на проводник длинной L, с током I и в магнитном поле B. С другой стороны работа силы тока I: $dA = I^2 \times R \times dt$. Поэтому $B \times I \times L \times dx = I^2 \times R \times dt$,

откуда $V = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{I^2 \times R}{B \times I \times L} = \dfrac{I \times R}{B \times L}$.

Ток в стержне равен тогда $I = \dfrac{V \times B \times L}{R}$.

Мощность тока I проходящего через сопротивление R равна $P = I^2 \times R$.

Подставляем ток: $P = \left(\dfrac{V \times B \times L}{R}\right)^2 \times R = \dfrac{(V \times B \times L)^2}{R}$.

Подставляем числа. $P = \dfrac{(10\text{м}/\text{с} \times 0{,}1\text{Тл} \times 0{,}4\text{м})^2}{0{,}5\text{Ом}} = 0{,}32\text{Вт}$.

$B = 0{,}5$ Тл $\omega = 50$ рад/с $S = 500$ см^2 $R = 0{,}1$ Ом	
$P_{max} = ?$	

По определению магнитный поток для плоского контура в однородном магнитном поле равен $\Phi = B \times S \times \cos\varphi$, где B – магнитная индукция, S – площадь контура, φ - угол между плоскостью рамки и силовыми линиями поля.

При вращении рамки φ=ω×t, поэтому $\Phi = B \times S \times \cos(\omega t)$.

Тогда ЭДС переменного тока, возникающая при вращении рамки в магнитном поле $E = -\frac{d\Phi}{dt} = B \times s \times N \times \omega \times \sin(\omega \times t)$. Максимальное значение ЭДС будет при t=π/(2ω), тогда sin(ω×t)=1 и ЭДС равно: $E\,max = B \times S \times \omega$.

Мощность равна по определению $P = I^2 \times R = \frac{U^2}{R}$, где U – напряжение, R – сопротивление контура. Тогда максимальная мощность равна $P\,max = \frac{(E\,max)^2}{R} = \frac{(B \times S \times \omega)^2}{R}$. Подставляем числа.

$$P\,max = \frac{(0.5Тл \times 500 \times 10^{-4}\,м^2 \times 50рад/с)^2}{0{,}1Ом} = 15{,}63Вт.$$

$m=10$ г $B = 0{,}5$ Тл $\rho = 8930 кг/м^3$ $\alpha=1{,}75\times10^{-8}$ Ом×м (медь) $\varphi'=60°$ - угол между плоскостью кольца и B $\varphi=90°-60°=30°$ - угол между нормалью кольца и B ——— $\Delta Q = ?$	По закону Фарадея ЭДС равно отношению изменения магнитного потока к времени $\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Откуда $\Delta\Phi = \varepsilon\times\Delta t$. С другой стороны по закону Ома $\varepsilon=R\times I$, где I – проходящий ток. Ток по определению равен отношения проходящего заряда к времени: $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$, поэтому $\varepsilon = R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$. И тогда $\Delta\Phi = \varepsilon\times\Delta t = R\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta t = R\times\Delta Q$. Откуда заряд $\Delta Q = \dfrac{\Delta\Phi}{R}$. Сопротивление проводника $R = \alpha\times\dfrac{L}{\sigma}$, где L – длина проводника, σ – площадь сечения провода, α – удельное сопротивление (для меди $\alpha=1{,}75\times10^{-8}$ Ом×м). Нам известна масса провода. Она равна $m=\rho\times\sigma\times L$, где ρ – плотность меди, откуда $\sigma = \dfrac{m}{\rho\times L}$. Подставляем $R = \alpha\times\dfrac{L}{\sigma} = \alpha\times\dfrac{\rho\times L^2}{m}$. Если радиус круга равен a, то периметр рамки равен $L=2\pi\times a$, а ее площадь $S=\pi\times a^2$. Тогда $R = \alpha\times\dfrac{\rho\times4\pi^2\times a^2}{m}$, а изменение магнитного потока равно $\Delta\Phi=B\times S\times\cos\varphi=B\times\pi\times a^2\times\cos\varphi$, где φ – угол между нормалью к плоскости кольца и магнитной индукцией. Тогда $$\Delta Q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B\times\pi\times a^2\times m\times\cos\varphi}{\alpha\times\rho\times4\times\pi^2\times a^2} = \frac{B\times m\times\cos\varphi}{\alpha\times\rho\times4\pi}.$$ Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $$\Delta Q = \frac{0.5 Тл\times0{,}01 кг\times\cos30°}{1{,}75\times10^{-8} Ом\times м\times8930 кг/м^3\times4\pi} = 2.2 Кл.$$

$S = 10$ см^2 $I = 5$ А $N = 1000$ $B = 0{,}05$ Тл $L = ?$	Магнитный поток равен по определению $\Phi = L \times I$, где L - индуктивность. С другой стороны магнитный поток равен $\Phi = B \times S \times N$, где B – магнитная индукция, N – количество витков, S – площадь одного витка. Поэтому $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{B \times S \times N}{I}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $L = \frac{0.05 \text{Тл} \times 5 \times 10^{-4} \text{ м}^2 \times 1000}{5 \text{А}} = 0{,}005 \text{Гн} = 5 \text{мГн}$.

$l = 0.8$ м

$D = 4$ см

$d = 0{,}25$ мм

$L = ?$

Известно, что индуктивность соленоида $L = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times V = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times S \times l$, где $V = S \times l$ – объем соленоида, μ – магнитная проницаемость сердечника (в нашем случае его нет и $\mu = 1$), n – число витков на единицу длины соленоида. Величина $n = \frac{N}{l}$, где N – число витков, так как намотка однослойная. Но $N = \frac{l}{d}$, где d – диаметр провода, так как намотка плотная. Поэтому $n = \frac{N}{l} = \frac{1}{d}$. Подставляем в L:

$L = \mu_0 \times \left(\frac{1}{d}\right)^2 \times S \times l$. Кроме того $S = \frac{\pi \times D^2}{4}$. Поэтому искомая величина

$L = \frac{\mu_0 \times \pi \times D^2 \times l}{4 \times d^2}$. Подставляем числа

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7}\,\text{Гн/м} \times 3.14 \times (0.04\text{м})^2 \times 0.8\text{м}}{4 \times (0{,}25 \times 10^{-3}\,\text{м})^2} = 2{,}02 \times 10^{-2}\,\text{Гн} = 20.2\,\text{мГн}.$$

$N1 = 250$
$L1 = 36$ мГн
$L2 = 100$ мГн
$N2 = ?$

Известно, что индуктивность $L = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times V$, где $V = S \times l$ – обьем соленоида, μ – магнитная проницаемость сердечника (в нашем случае $\mu = 1$), n – число витков на единицу длины соленоида. Величина $n = \frac{N}{l}$, где N – число витков, так как намотка однослойная. Поэтому $L = \mu_0 \times \frac{N^2}{l^2} \times V$.

Тогда отношение $\frac{L1}{L2} = \frac{\mu_0 \times (N1)^2 \times V \times l^2}{\mu_0 \times (N2)^2 \times V \times l^2} = \frac{(N1)^2}{(N2)^2}$.

Откуда искомое число витков $N2 = N1 \times \sqrt{\frac{L2}{L1}} = 250 \times \sqrt{\frac{100 \times 10^{-3}\ \text{Гн}}{36 \times 10^{-3}\ \text{Гн}}} = 417$.

$l = 0.6$ м $D = 2$ см $L = 0.5$ мГн $n = ?$	Известно, что индуктивность соленоида $L = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times V = \mu_0 \times \mu \times n^2 \times S \times l$, где $V = S \times l$ – объем соленоида, μ – магнитная проницаемость сердечника (в нашем случае его нет и $\mu = 1$), n – число витков на единицу длины соленоида. Кроме того $S = \dfrac{\pi \times D^2}{4}$ – площадь соленоида диаметром D. Подставляем в L: $L = \mu_0 \times n^2 \times \dfrac{\pi \times D^2}{4} \times l$. Поэтому искомая величина $n = \sqrt{\dfrac{4 \times L}{\mu_0 \times D^2 \times l}}$. Подставляем числа $n = \sqrt{\dfrac{4 \times 0{,}5 \times 10^{-3}\,\text{Гн}}{4\pi \times 10^{-7}\,\text{Гн/м} \times (0{,}02\,\text{м})^2 \times 0{,}6\,\text{м}}} = 2{,}58 \times 10^3\,\text{м}^{-1} = 25.8\,\text{см}^{-1}$.

Дано	Решение
$N=800$ $S=10\ см^2$ $B=8\ мТл$ $\Delta t = 0.8\ мс$	Магнитный поток соленоида равен $Ф1=B\times S\times N$, где B – магнитная индукция, N – количество витков, S – площадь одного витка.
$\varepsilon = ?$	

По закону Фарадея эдс $\varepsilon = -\dfrac{\Delta Ф}{\Delta t}$. Так как через время Δt значение тока $I=0$, а следовательно и потока равно $Ф2=0$, то $\Delta Ф=Ф2-Ф1=-Ф1$. Поэтому

$$\varepsilon = \frac{B\times S\times N}{\Delta t}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\varepsilon = \frac{8\times 10^{-3}\,Тл\times 10\times 10^{-4}\,м^2\times 800}{0{,}8\times 10^{-3}\,с} = 8В.$$

$L = 8$ мкГн

$\Delta I = 6$ А

$\Delta t = 5$ мс

$\varepsilon = ?$

Магнитный поток равен по определению $\Phi = L \times I$, где L - индуктивность.

По закону Фарадея эдс $\varepsilon = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Так как индуктивность катушки неизменна, то $\Delta\Phi = L \times \Delta I$.. Поэтому $\varepsilon = -\dfrac{L \times \Delta I}{\Delta t}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\varepsilon = -\frac{8 \times 10^{-6}\,\text{Гн} \times 6\,\text{А}}{5 \times 10^{-3}\,\text{с}} = -9.6 \times 10^{-3}\,\text{В} = -9.6\,\text{мВ}.$$

$R = 20$ Ом $L = 0{,}06$ Гн $I_0 = 20$ А $t = 0.2$ мс $I = ?$	Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L при размыкании цепи равно $I = I_0 \times e^{-R \times t / L}$. Подставляем числа. $I = 20\text{А} \times \exp(-20\text{Ом} \times 0{,}2 \times 10^{-3}\,\text{с} / 0{,}06\text{Гн}) = 18.7\text{А}$.

$L = 0.1$ Гн	Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L при размыкании цепи равно $I = I_0 \times e^{-R \times t / L}$.
$I = 0.001 \times I_0$	
$t = 0.07$ с	Подставляем числа. Тогда $-\frac{R \times t}{L} = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$, откуда сопротивление равно
$R = ?$	

$$R = -\frac{L}{t} \times \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$. Подставляем числа.

$$R = -\frac{0.1 Гн}{0,07 с} \times \ln\left(\frac{0,001 \times I_0}{I_0}\right) = 10 Ом.$$

$R = 10$ Ом $I = 0.5 \times I_0$ L=0,2 Гн	Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L при замыкании цепи равно $I = I_0 \times \left(1 - e^{-R \times t / L}\right)$.
$\Delta t = ?$	Поэтому $\frac{R \times t}{L} = -\ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)$, откуда искомая величина $t = -\frac{L}{R} \times \ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)$. Подставляем числа. $t = -\frac{0.2 Гн}{10 Ом} \times \ln(1 - 0{,}5) = 1.38 \times 10^{-2}$ с $= 13.8$мс .

$R = 20$ Ом $t = 0{,}1$ с $I = 0.95 \times I_0$ $L = ?$	Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L при замыкании цепи равно $I = I_0 \times \left(1 - e^{-R \times t / L}\right)$. Поэтому $\frac{R \times t}{L} = -\ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)$, откуда искомая величина $L = -\frac{R \times t}{\ln\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)}$. Подставляем числа. $L = -\frac{20 Ом \times 0{,}1 с}{\ln(1 - 0.95)} = 0.67 Гн$.

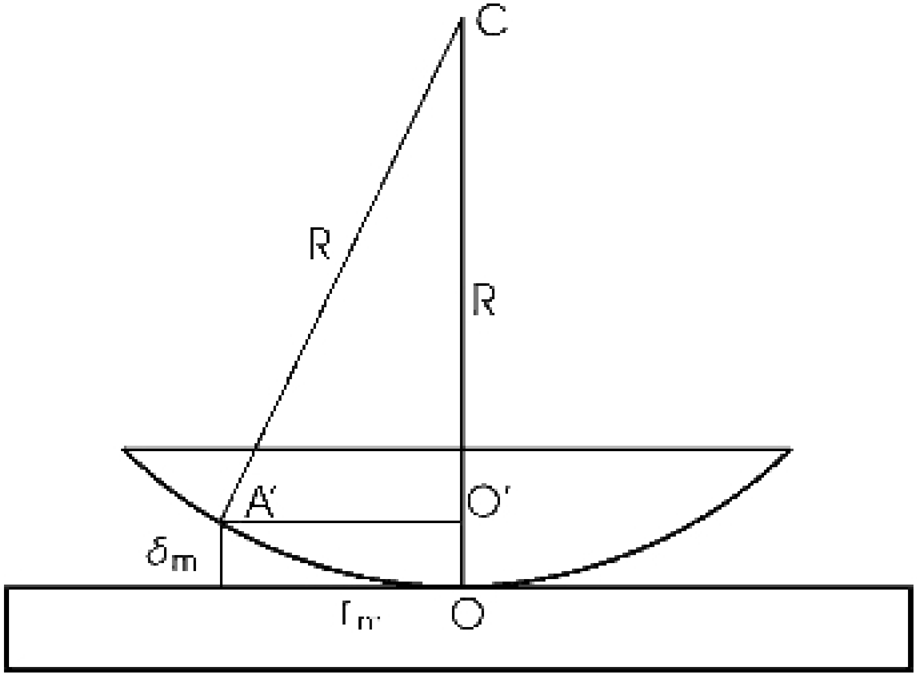
$\lambda = 0.6$ мкм

$m = 3$

$R = 0{,}5$м

$r_8 = 0{,}82$мм

$n = ?$



Найдем оптическую разность хода Δ. Так как при отражении от границы жидкость-стекло фаза меняется на π (потеря полуволны), а при отражении от границы стекло-жидкость фаза не меняется, то оптическая разность хода Δ равна: $\Delta = 2 \times n \times \delta_m + \dfrac{\lambda}{2}$, где n– показатель преломления жидкости, δ_m – расстояние между линзой и плоскостью для m-го кольца (см. рисунок). Для того чтобы кольцо было темным необходимо, чтобы $\Delta = \dfrac{(2m+1)\times\lambda}{2}$, то есть при толщине $\delta_m = \dfrac{m\times\lambda}{2\times n}$. Радиус r_m m-го кольца определяется из треугольника A'O'C: $r_m{}^2 = R^2 - (R - \delta_m)^2 \approx 2\times R\times\delta_m = 2\times R\times\dfrac{m\times\lambda}{2\times n}$.

Откуда $r_m = \sqrt{\dfrac{R\times m\times\lambda}{n}}$, а, следовательно, $n = \dfrac{R\times m\times\lambda}{r_m{}^2}$.

Подставляем числа: $n = \dfrac{0.5\text{м}\times 3\times 0.6\times 10^{-6}\,\text{м}}{(0{,}82\times 10^{-3}\,\text{м})^2} = 1{,}34$.

$n = 1.4$ $\alpha = 90^\circ$ $\lambda = 500$ нм	
$d = ?$	

Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пластинки, по обе стороны которой находится воздух, равна $\Delta = 2 \times d \times \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \dfrac{\lambda}{2}$. Пленка будет окрашена в цвет длиной волны λ, если оптическая разность хода световых лучей будет равна $\pm k \times \lambda$ (условие максимума интенсивности при интерференции). Тогда $\Delta = 2 \times d \times \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \dfrac{\lambda}{2} = \pm k \times \lambda$. Из формулы видно, что минимальное d будет при k=1 т.е. $2 \times d \times \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \dfrac{\lambda}{2} = \lambda$. Получаем толщину пластинки $d = \dfrac{\lambda}{4 \times \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$. А так как свет падает нормально (α=90°), то $d = \dfrac{\lambda}{4 \times n}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$d = \frac{500 \times 10^{-9}\ \text{м}}{4 \times 1.4} = 89 \times 10^{-9}\ \text{м} = 89\text{нм}\cdot$$

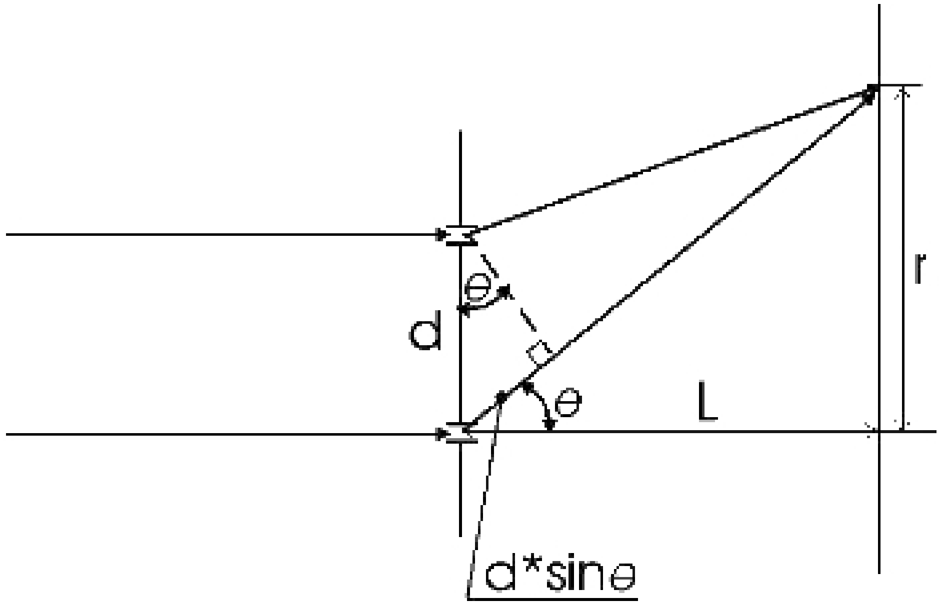
$k = 10$

$S = 1$ см

$L = 1$ м

$\lambda = 0{,}7$ мкм

$d = ?$



В опыте Юнга ширина интерференционной полосы равна $\Delta x = \frac{\lambda}{d} \times L$, где λ – длина волны, d – расстояние между щелями, L - расстояние от щелей до экрана.

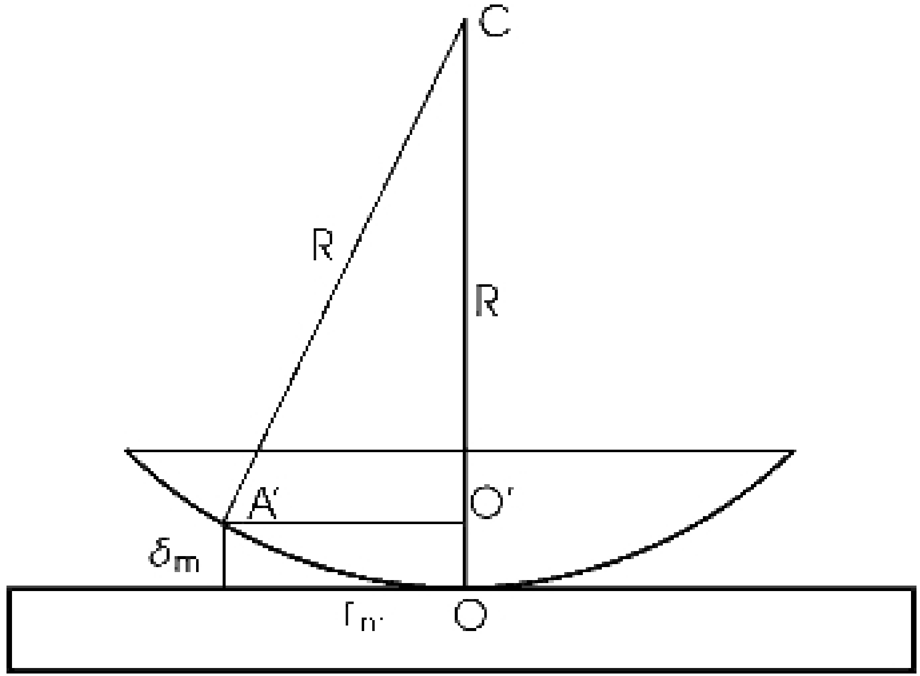
Из условий задачи известно, что на расстоянии S=1см укладывается 2×10=20 полос. (Мы умножили число полос на два, так как S – это расстояние от минимума 10-го порядка до минимума –10-го порядка). То есть мы имеем S=20×Δx. Откуда $\Delta x = \frac{S}{20}$. В свою очередь мы получили, что $\Delta x = \frac{\lambda}{d} \times L$, поэтому $\frac{\lambda}{d} \times L = \frac{S}{20}$, откуда искомая $d = \frac{\lambda \times 20 \times L}{S}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$d = \frac{0.7 \times 10^{-6}\,\text{м} \times 20 \times 1\text{м}}{0{,}01\text{м}} = 1{,}4 \times 10^{-3}\,\text{м} = 1.4\text{мм}.$$

Дано:
$\lambda = 500$ нм
$r_4 = 2$мм

Решение:



Найдем оптическую разность хода Δ. Так как при отражении от границы воздух-стекло фаза меняется на π (потеря полуволны), а при отражении от границы стекло-воздух фаза не меняется, то оптическая разность хода Δ равна:

$\Delta = 2 \times n \times \delta_m + \dfrac{\lambda}{2}$, где n– показатель преломления воздуха (n=1), δ_m – расстояние между линзой и плоскостью для m-го кольца (см. рисунок). Для того чтобы кольцо было темным необходимо, чтобы $\Delta = \dfrac{(2m+1) \times \lambda}{2}$, то есть при толщине

$\delta_m = \dfrac{m \times \lambda}{2 \times n} = \dfrac{m \times \lambda}{2}$. Радиус r_m m-го кольца определяется из треугольника A'O'C:

$r_m{}^2 = R^2 - (R - \delta_m)^2 \approx 2 \times R \times \delta_m = 2 \times R \times \dfrac{m \times \lambda}{2 \times n}$. Откуда $R = \dfrac{r_m{}^2}{m \times \lambda}$. Тогда искомое

$$R = \frac{(2 \times 10^{-3}\text{м})^2}{4 \times 500 \times 10^{-9}\text{м}} = 2\text{м}.$$

R = ?

$n=1{,}47$ $\lambda 1 = 400$ нм $\lambda 2 = 800$ нм $d = 1{,}5$ мкм $\lambda = ?$	Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пластинки, по обе стороны которой находится воздух, равна $\Delta = 2 \times d \times n \times \cos(r) - \dfrac{\lambda}{2}$. Нам пришлось добавлять к разности хода лучей член $\dfrac{\lambda}{2}$, так как при отражении верхней границы воздух-пленка разность хода изменяется на пол волны т.к. она более оптически плотная чем воздух, а при отражении от нижней границы пленка-воздух разность хода не изменяется.

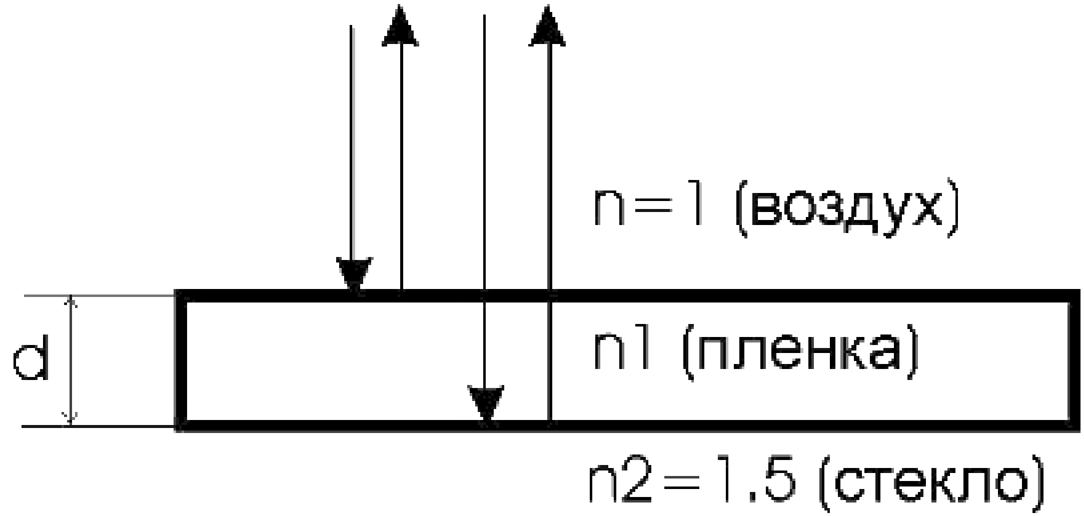
Так как угол падения равен 0°, то угол преломления r=0°.

Поэтому $\Delta = 2 \times d \times n - \dfrac{\lambda}{2}$. Пленка даёт в видимом спектре интерференционный минимум на волне длиной λ, если оптическая разность хода световых лучей будет равна $\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ (условие минимума интенсивности при интерференции). Тогда $\Delta = 2 \times d \times n - \dfrac{\lambda}{2} = \pm(2k+1) \times \dfrac{\lambda}{2}$.

Откуда $\lambda = \dfrac{2 \times d \times n}{k} = \dfrac{2 \times 1.5 \times 10^{-6}\text{ м} \times 1{,}47}{k} = \dfrac{440 \times 10^{-9}\text{ м}}{k}$.

При k=1 λ=440нм. Эта длина волны попадает в интервал $0{,}4 \le \lambda \le 0{,}8$мкм поэтому свет с длинной волны λ=440нм будет ослаблен в результате интерференции. Если же $k \ge 2$, то длина волны λ не будет попадать в данный интервал.

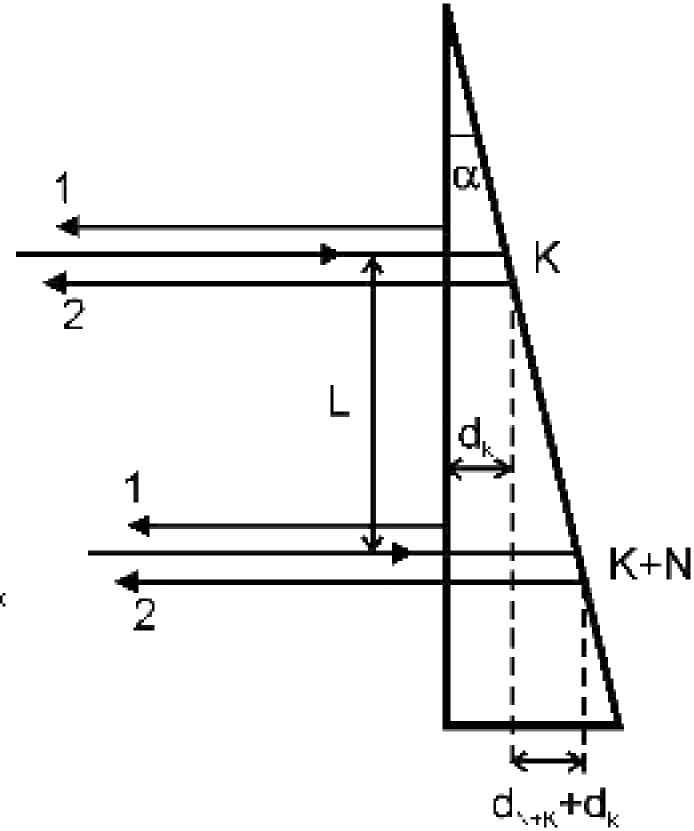
$n1=1{,}3$
$n2=1.5$
$\lambda = 640$ нм
$d = ?$



Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пленки, равна $\Delta = 2\times d\times n1$ (см. рисунок), где d- толщина пленки. Нам не пришлось добавлять к разности хода лучей член $\frac{\lambda}{2}$, так как при отражении от границы воздух-пленка разность хода изменяется на пол волны т.к. она более оптически плотная чем воздух, а при отражении от границы пленка-стекло разность хода также изменяется на $\frac{\lambda}{2}$ т.к. пленка менее плотная, чем стекло ($n1<n2$). Отраженный пучок будет иметь наименьшую яркость, если оптическая разность хода световых лучей будет равна $\pm(2k+1)\times\frac{\lambda}{2}$ (условие минимума интенсивности при интерференции). Тогда $\Delta = 2\times d\times n1 = \pm(2k+1)\times\frac{\lambda}{2}$. Из формулы видно, что минимальное d будет при k=0 т.е. $2\times d\times n1 = \frac{\lambda}{2}$. Получаем толщину пластинки

$$d = \frac{\lambda}{4\times n1} = \frac{640нм}{4\times 1.3} = 123нм.$$

$\lambda = 500$ нм
$L = 0.5$ м
$n = 1.6$



Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах α клина, то отраженные лучи 1 и 2 будут фактически параллельны.
Светлые полосы наблюдаются на тех участках клина, для которых оптическая разность хода кратна целому числу волн: $\Delta = k \times \lambda$, где $k=0,1,2\ldots$.

Разность хода Δ двух лучей 1 и 2: $\Delta = 2 \times d_k \times n - \dfrac{\lambda}{2}$,

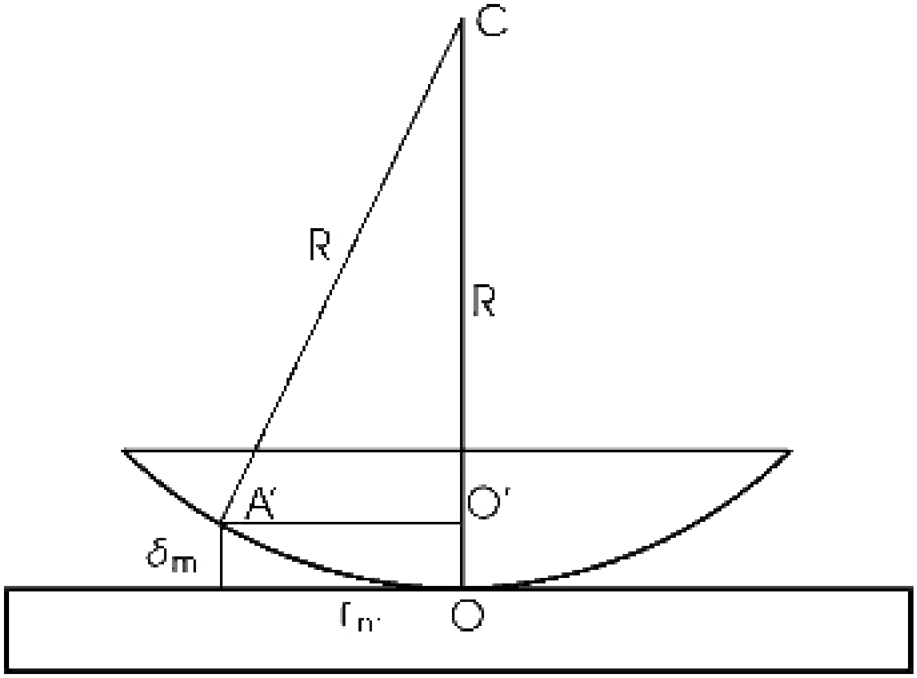
где n – абсолютный показатель преломления клина; d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается светлая полоса, соответствующая номеру k; $\dfrac{\lambda}{2}$ - добавочная разность хода, возникающая при отражении волны от оптически более плотной среды (n=1.6 больше показателя преломления воздуха). Тогда $\Delta = 2 \times d_k \times n - \dfrac{\lambda}{2} = k \times \lambda$. Откуда $2 \times d_k \times n = (2k+1) \times \dfrac{\lambda}{2}$ и наконец величина $d_k = \dfrac{(2k+1) \times \lambda}{4 \times n}$. Аналогично получаем $d_{N+k} = \dfrac{[2(N+k)+1] \times \lambda}{4 \times n}$.

В виду малости угла α, можно считать $\operatorname{tg}\alpha = \alpha$. Поэтому из треугольника получаем $\operatorname{tg}\alpha = \alpha = \dfrac{d_{N+k} - d_k}{L} = \dfrac{N \times \lambda}{2 \times n \times L}$. А так как L – это расстояние между соседними полосами, то N=1. Тогда $\alpha = \dfrac{\lambda}{2 \times n \times L}$. Подставляем числа:

$\alpha = \dfrac{500 \times 10^{-9}\text{ м}}{2 \times 1{,}6 \times 0{,}005\text{м}} = 3{,}13 \times 10^{-5}$ рад. Для того чтобы перевести в градусы необходимо радианы умножить на $\dfrac{180°}{3{,}14\text{рад}}$. Получаем $\alpha = 0{,}0018°$. Для того, чтобы из градусов получить секунды необходимо градусы умножить на $60 \times 60 = 3600$. То есть $\alpha = 6{,}5$секунд. ($\alpha = 6{,}5''$).

$m = 5$
$F = 1м$
$r_5 = 1{,}1мм$
$n=1.5$

$\lambda = ?$



Найдем оптическую разность хода Δ. Так как при отражении от границы воздух-стекло фаза меняется на π (потеря полуволны), а при отражении от границы стекло-воздух фаза не меняется, то оптическая разность хода Δ равна: $\Delta = 2\times n\times\delta_m + \dfrac{\lambda}{2}$, где n– показатель преломления воздуха (n=1), δ_m – расстояние между линзой и плоскостью для m-го кольца (см. рисунок). Для того чтобы кольцо было темным необходимо, чтобы $\Delta=\dfrac{(2m+1)\times\lambda}{2}$, то есть при толщине $\delta_m = \dfrac{m\times\lambda}{2\times n} = \dfrac{m\times\lambda}{2}$. Радиус r_m m-го кольца определяется из треугольника A'O'C: $r_m{}^2 = R^2 - (R-\delta_m)^2 \approx 2\times R\times\delta_m = 2\times R\times\dfrac{m\times\lambda}{2\times n}$.

Откуда $r_m = \sqrt{\dfrac{R\times m\times\lambda}{n}}$, а, следовательно, Откуда $\lambda = \dfrac{r_m{}^2}{m\times R}$.

Оптическая сила плосковыпуклой линзы с показателем преломления n равна $D = (n-1)\dfrac{1}{R}$. Поэтому $\dfrac{1}{R} = \dfrac{D}{(n-1)}$. С другой стороны оптическая сила равна $D = \dfrac{1}{F}$, где F – фокусное расстояние. Поэтому $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{F(n-1)}$, и тогда

$$\lambda = \frac{r_m{}^2}{m\times F\times(n-1)}.$$

Подставляем числа: $\lambda = \dfrac{(1{,}1\times10^{-3}м)^2}{5\times1м\times(1{,}5-1)} = 484\times10^{-9}\,м = 484нм$.

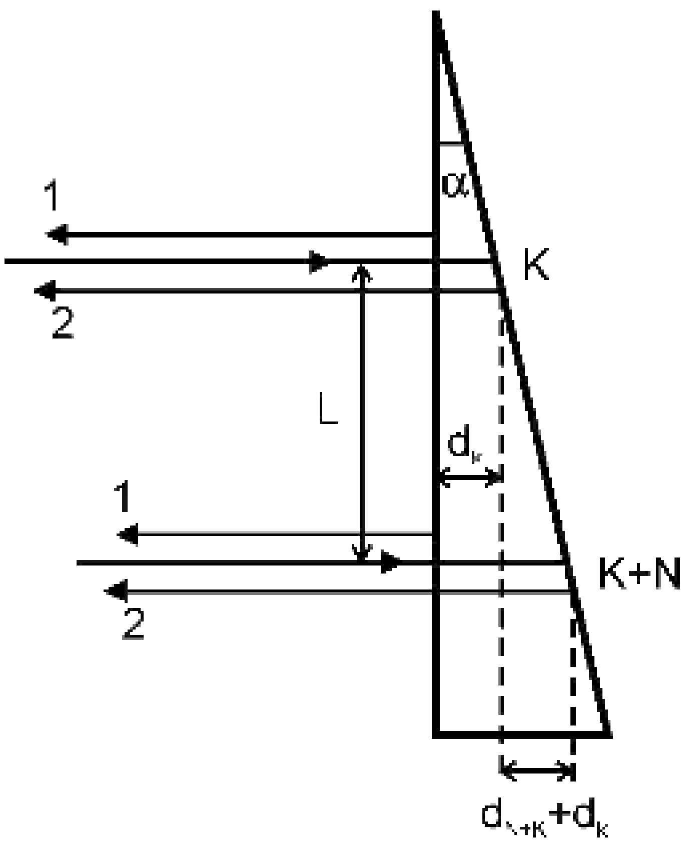
$\lambda = 0{,}6$мкм

$H = 10$ см

$D = 0{,}01$ мм

$n = 1$

$L = ?$



Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах α клина, то отраженные лучи 1 и 2 будут фактически параллельны.

Светлые полосы наблюдаются на тех участках клина, для которых оптическая разность хода кратна целому числу волн: $\Delta = k\times\lambda$, где k=0,1,2….

Разность хода Δ двух лучей 1 и 2: $\Delta = 2\times d_k \times n - \frac{\lambda}{2}$, где n – абсолютный показатель преломления клина; d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается светлая полоса, соответствующая номеру k; $\frac{\lambda}{2}$ - добавочная разность хода, возникающая при отражении волны от оптически более плотной среды (показатель преломления стекла больше показателя преломления воздуха). Тогда $\Delta = 2\times d_k \times n - \frac{\lambda}{2} = k\times\lambda$. Откуда $2\times d_k \times n = (2k+1)\times\frac{\lambda}{2}$ и наконец величина $d_k = \frac{(2k+1)\times\lambda}{4\times n}$. Аналогично получаем $d_{N+k} = \frac{[2(N+k)+1]\times\lambda}{4\times n}$.

Так как диаметр проволоки D, то $tg\alpha = \frac{D}{H}$. Поэтому из треугольника получаем $tg\alpha = \frac{D}{H} = \frac{d_{N+k} - d_k}{L} = \frac{N\times\lambda}{2\times n\times L}$. Откуда расстояние между N полос равно $L = \frac{N\times\lambda\times H}{2\times n\times D}$.

Так как нам нужно найти ширину полос, то N=1. Поэтому $L = \frac{\lambda\times H}{2\times n\times D}$, но это ширина светлой и темной полос. Поэтому ширина одной полосы равна $L = \frac{\lambda\times H}{4\times n\times D}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

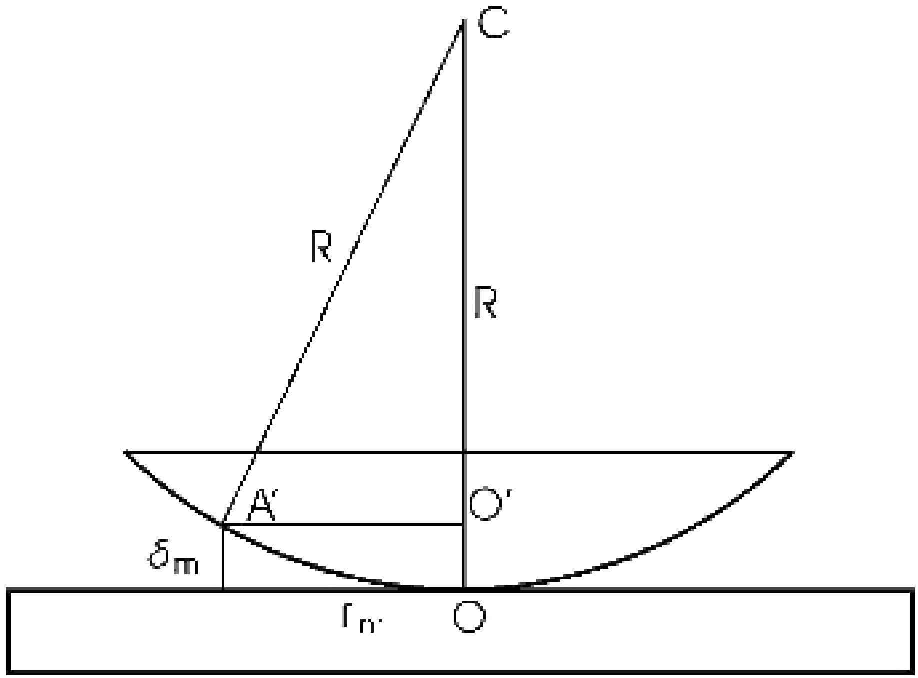
$$L = \frac{0.6\times10^{-6}\,\text{м}\times0{,}1\text{м}}{4\times1\times0{,}01\times10^{-3}\,\text{м}} = 0{,}015\text{м} = 1{,}5\text{см}.$$

$\lambda = 590$ нм

$m = 3$

$R = 5$см

$\delta_m = ?$



Найдем оптическую разность хода Δ. Так как при отражении от границы воздух-стекло фаза меняется на π (потеря полуволны), а при отражении от границы стекло-воздух фаза не меняется, то оптическая разность хода Δ равна: $\Delta = 2 \times n \times \delta_m + \dfrac{\lambda}{2}$, где n=1 – показатель преломления воздуха, δ_m – расстояние между линзой и плоскостью для m-го кольца (см. рисунок). Для того чтобы кольцо было светлым необходимо, чтобы $\Delta = m \times \lambda$, то есть $m \times \lambda = 2 \times \delta_m + \dfrac{\lambda}{2}$. Откуда толщина $\delta_m = \dfrac{(m - 1/2) \times \lambda}{2}$.

Подставляем числа:

$$\delta_m = \frac{(m - 0.5) \times \lambda}{2} = \frac{(3 - 0.5) \times 590\text{нм}}{2} = 738\text{нм}.$$

$d = 5$ мкм $\lambda 1 = 589$ нм $\lambda 2 = 589{,}6$нм $m = 2$	
$N = ?$ $L = ?$	

Положение главных максимумов дифракционной решетки определяется $d(\sin\theta - \sin\theta_0) = m\lambda$, где θ_0 – угол падения.

А положение минимумов дифракционной решетки определяется $d(\sin\theta - \sin\theta_0) = \left(m + \frac{p}{N}\right)\lambda$, где p=1,2,3…N-1, N – число щелей. (1)

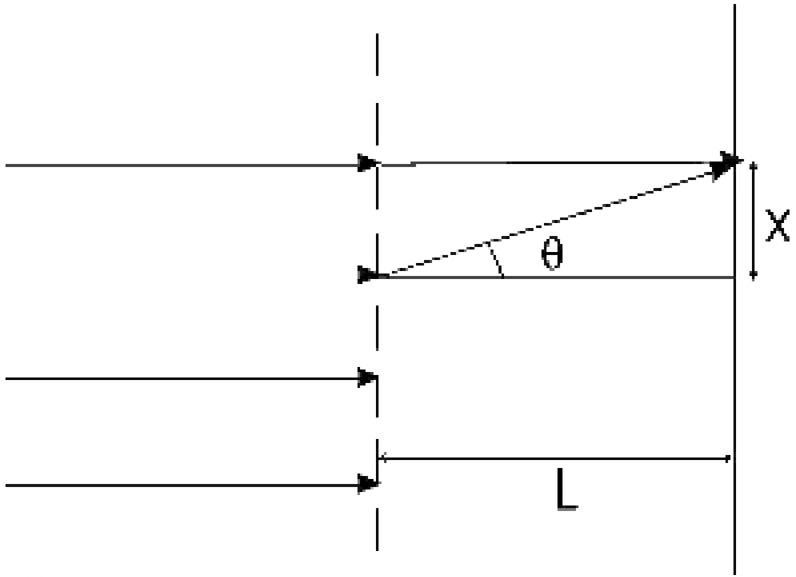
Для дифракционной решетки Рэлей предложил следующий критерий спектрального разрешения. Спектральные линии с близкими длинами волн λ и $\lambda'=\lambda+\Delta\lambda$ считаются разрешенными, если главный максимум дифракционной картины для одной длины волны совпадает по своему положению с первым дифракционным минимумом в том же порядке для другой длины волны. Если такой критерий выполняется, то на основании формулы (1) можно написать $d(\sin\theta - \sin\theta_0) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda$ и $d(\sin\theta - \sin\theta_0) = m\lambda'$. Отсюда $\left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda = m\lambda'$, и следовательно, $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\lambda/(Nm)$. Поэтому $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$. Поэтому искомая $N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda\times m}$. $\lambda = \frac{\lambda 1 + \lambda 2}{2}$ - средняя длина волны. Тогда

$$N = \frac{\lambda 1 + \lambda 2}{2\times\Delta\lambda\times m} = \frac{589\times10^{-9}\ \text{м} + 589.6\times10^{-9}\ \text{м}}{2\times0.6\times10^{-9}\ \text{м}\times2} = 491.$$

Тогда длина решетки будет равна $L=N\times d=491\times5\times10^{-6}$м$=2{,}46\times10^{-3}$м$=2{,}46$мм.

$d = 4.6\lambda$

$M = ?$

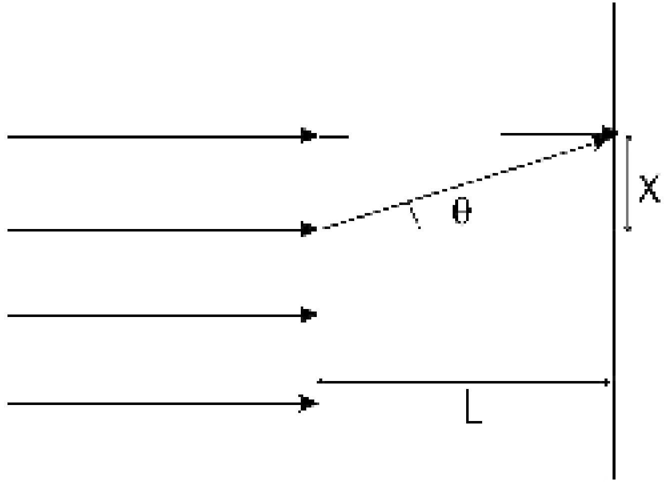


Условие главных максимумов при дифракции света на дифракционной решетке $d \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$, где d - период решетки; k=0,1,2…. Так как d=4.6×λ, то $4.6 \times \lambda \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$. Поэтому $k = 4.6 \times \sin\theta$.

Максимальный порядок наблюдается при θ=90°, поэтому $M = 4.6 \times \sin 90° = 4.6$. А так порядок – это число целочисленное, то M=4. Поэтому слева и справа от центрального максимума будет по 4 максимума. Поэтому общее число максимумов равно 2×4+1=9.

$\lambda 1 = 780$ нм
$\theta 1 = \theta 2$
$k1 = 3$
$k2 = 4$

$\lambda 2 = ?$



Условие главных максимумов при дифракции света на дифракционной решетке $d \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$, где d - период решетки; k=0,1,2…. Откуда $\sin\theta = \dfrac{k \times \lambda}{d}$.

Поэтому $\sin\theta 1 = \dfrac{k1 \times \lambda 1}{d}$.

Угол отклонения начала второго спектра будет при $\lambda = \lambda 2$ и $k2 = 4$. То есть $\sin\theta 2 = \dfrac{k2 \times \lambda 2}{d}$.

Так как $\theta 1 = \theta 2$ (они накладываются), то $\dfrac{k1 \times \lambda 1}{d} = \dfrac{k2 \times \lambda 2}{d}$, откуда

$$\lambda 2 = \frac{k1 \times \lambda 1}{k2} = \frac{3 \times 780\text{нм}}{4} = 585\text{нм}.$$

$N = 600$

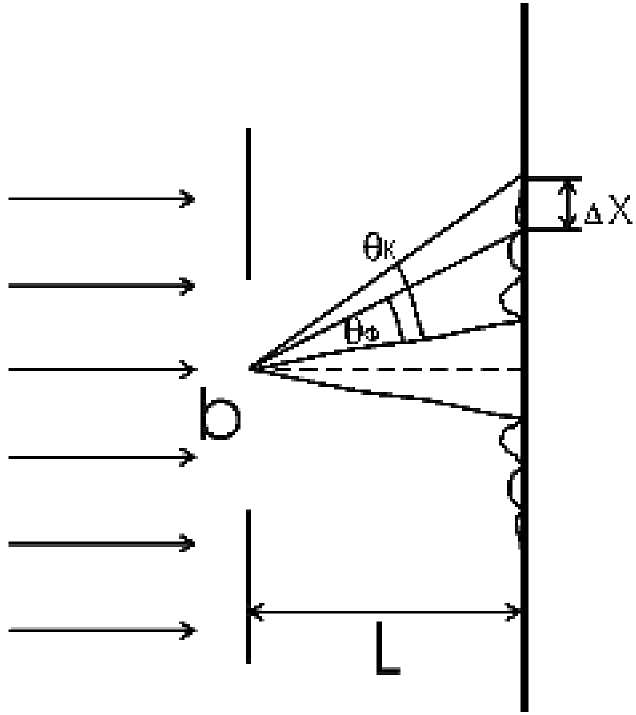
$l = 1$ мм

$L = 1,2$ м

$\lambda ф = 400$ нм

$\lambda к = 780$ нм

$\Delta x = ?$



Условие главных максимумов при дифракции света на дифракционной решетке $d \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$, где d - период решетки. Нам известно, что k=1 (первый порядок), поэтому $d \times \sin\theta = \lambda$.

Число штрихов N на длине l равно $N = \dfrac{l}{d}$, откуда $d = \dfrac{l}{N}$ и $\dfrac{l}{N} \times \sin\theta = \lambda$.

Из рисунка видно, что длина спектра равна $\Delta x = (tg\theta_к - tg\theta_ф) \times L$, где θк – максимум первого порядка для красного света, θф – максимум первого порядка для фиолетового света.

Для фиолетового края спектра $\sin\theta_ф = \dfrac{N \times \lambda ф}{l} = \dfrac{600 \times 400 \times 10^{-9}\text{ м}}{1 \times 10^{-3}\text{ м}} = 0.24$,

откуда $\theta ф = 13,9°$.

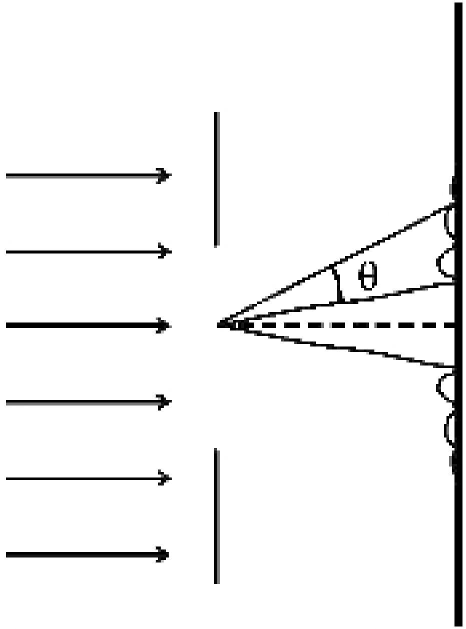
Для красного края спектра $\sin\theta_к = \dfrac{N \times \lambda к}{l} = \dfrac{600 \times 780 \times 10^{-9}\text{ м}}{1 \times 10^{-3}\text{ м}} = 0.468$,

откуда $\theta к = 27,9°$.

Тогда $\Delta x = (tg 27.9° - tg 13.9°) \times 1.2\text{м} = 0.34\text{м} = 34\text{см}$.

Дано	Решение
$d = 280$ пм $\alpha = 65°$ $n=1$ $\lambda = ?$	Из уравнения Брэгга-Вульфа $2d \times \sin\theta = n\lambda$ имеем $\lambda = \dfrac{2d \times \sin\theta}{n}$. В нашем случае $n=1$ – первый порядок отражения, и $\theta=\alpha$. Поэтому $\lambda = 2d \times \sin\alpha = 2 \times 280\text{пм} \times \sin 65° = 507\text{пм} = 0{,}507\text{нм}$

$\lambda = 600$ нм	
$m = 2$	
$\theta = 20°$	
$b = ?$	

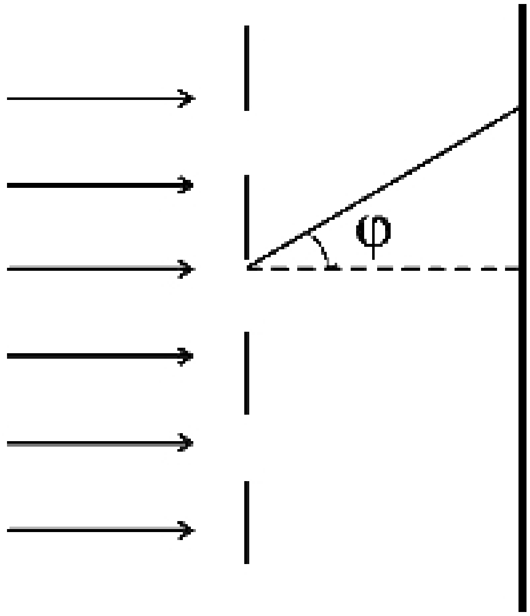


Для дифракции Фраунгофера на щели существует формула распределения интенсивности света по направлениям: $I = I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)$, где $\alpha = \dfrac{\pi \times b \times \sin\theta}{\lambda}$, где θ – угловое положение. Функция I имеет максимумы при α=0 и $\alpha = \dfrac{\pi \times (2m+1)}{2}$, где m=1,2... Поэтому максимумы наблюдаются при $\sin\theta = \dfrac{(2m+1)\times\lambda}{2\times b}$.

Откуда $b = \dfrac{(2m+1)\times\lambda}{2\times\sin\theta}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $b = \dfrac{(2\times 2+1)\times 600\times 10^{-9}\text{ м}}{2\times\sin 20°} = 4{,}4\times 10^{-6}\text{ м} = 4{,}4\text{мкм}$.

$N = 100$
$l = 1$мм
$m1 = 2$
$m2 = 2$
$\Delta\varphi = 16°$

$\lambda = ?$



Условие главных максимумов при дифракции на дифракционной решетке $d \times \sin\varphi = m \times \lambda$, где d – постоянная решетки, m – порядок главного максимума, λ – длинна волны. Из условий задачи получаем:

$$d \times \sin\varphi 1 = m1 \times \lambda = 2 \times \lambda$$

$$d \times \sin\varphi 2 = m2 \times \lambda = 2 \times \lambda$$

Так как $\varphi 2 = \varphi 1 + \Delta\varphi$, то

$$d \times \sin\varphi 2 = d \times \sin(\varphi 1 + \Delta\varphi) = d \times (\sin\varphi 1 \times \cos\Delta\varphi + \cos\varphi 1 \times \sin\Delta\varphi) = 2 \times \lambda$$

Поделим это уравнение на первое $d \times \sin\varphi 1 = 2 \times \lambda$ и получим:

$$\frac{d \times (\sin\varphi 1 \times \cos\Delta\varphi + \cos\varphi 1 \times \sin\Delta\varphi)}{d \times \sin\varphi 1} = \frac{2 \times \lambda}{2 \times \lambda}.$$ Из него получаем

$\cos\Delta\varphi + \mathrm{ctg}\varphi 1 \times \sin\Delta\varphi = 1$. Откуда находим $\varphi 1 = \mathrm{actctg}\left(\frac{1 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi}\right)$.

Тогда из первого уравнения находим длину волны

$$\lambda = \frac{d}{2} \times \sin\varphi 1 = \frac{d}{2} \times \sin\left[\mathrm{actctg}\left(\frac{1 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi}\right)\right].$$

Постоянная решетки равна $d = \frac{1}{N}$, где N – число штрихов на 1мм. Поэтому

$$\lambda = \frac{1}{2 \times N} \times \sin\left[\mathrm{actctg}\left(\frac{1 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi}\right)\right]$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\lambda = \frac{1 \times 10^{-3}\,\text{м}}{2 \times 100} \times \sin\left[\mathrm{actctg}\left(\frac{1 - \cos 16°}{\sin 16°}\right)\right] = 4.95 \times 10^{-6}\,\text{м} = 495\text{нм}.$$

$\lambda = 410$ нм

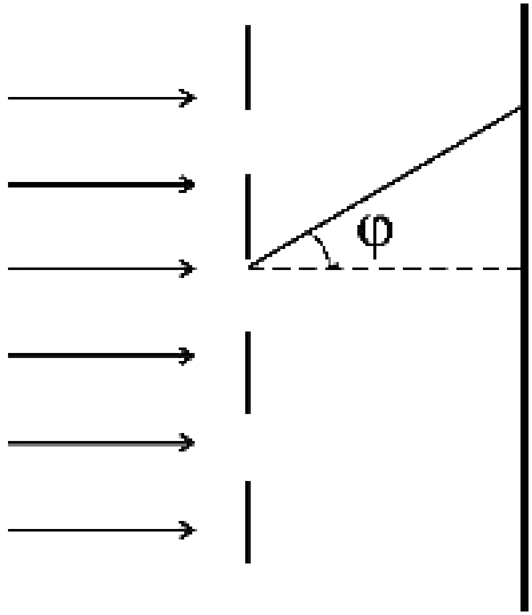
L=1мм

$m1 = 1$

$m2 = 2$

$\Delta\varphi = 2°21'$

$n = ?$



Условие главных максимумов при дифракции на дифракционной решетке $d \times \sin\varphi = m \times \lambda$, где d – постоянная решетки, m – порядок главного максимума, λ – длинна волны. Из условий задачи получаем :

$d \times \sin\varphi 1 = m1 \times \lambda = \lambda$

$d \times \sin\varphi 2 = m2 \times \lambda = 2 \times \lambda$

Так как $\varphi 2 = \varphi 1 + \Delta\varphi$, то

$d \times \sin\varphi 2 = d \times \sin(\varphi 1 + \Delta\varphi) = d \times (\sin\varphi 1 \times \cos\Delta\varphi + \cos\varphi 1 \times \sin\Delta\varphi) = 2 \times \lambda$

Поделим это уравнение на первое $d \times \sin\varphi 1 = \lambda$ и получим :

$\frac{d \times (\sin\varphi 1 \times \cos\Delta\varphi + \cos\varphi 1 \times \sin\Delta\varphi)}{d \times \sin\varphi 1} = \frac{2 \times \lambda}{\lambda}$. Из него получаем

$\cos\Delta\varphi + \mathrm{ctg}\varphi 1 \times \sin\Delta\varphi = 2$. Откуда находим $\varphi 1 = \mathrm{actctg}\left(\frac{2 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi}\right)$.

Тогда из первого уравнения находим длину волны $\lambda = d \times \sin\varphi 1 = d \times \sin\left[\mathrm{actctg}\left(\frac{2 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi}\right)\right]$.

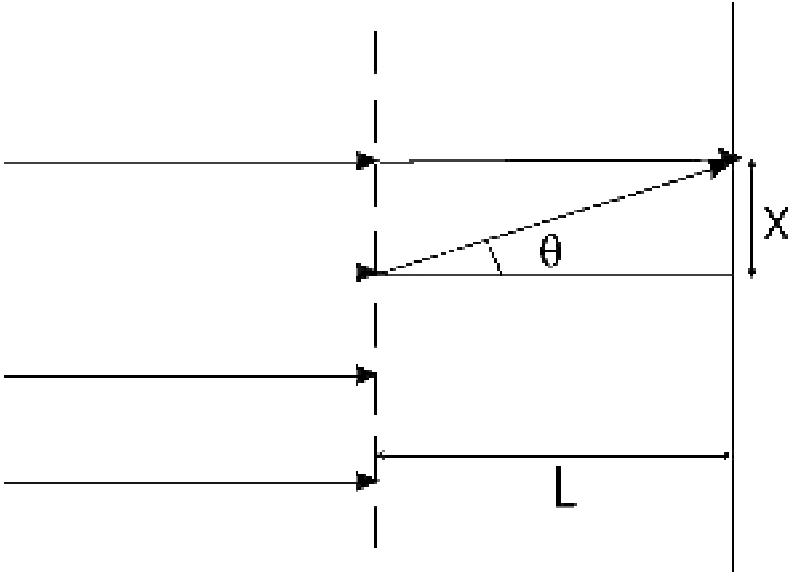
Число штрихов на L=1мм равно $n = \frac{L}{d} = \frac{L}{\lambda} \times \sin\left[\mathrm{actctg}\left(\frac{2 - \cos\Delta\varphi}{\sin\Delta\varphi}\right)\right]$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$n = \frac{0.001\text{м}}{410 \times 10^{-9}\text{ м}} \times \sin\left[\mathrm{actctg}\left(\frac{2 - \cos(2{,}35°)}{\sin(2{,}35°)}\right)\right] = 100.$$

$d = 4\lambda$

$\alpha = ?$

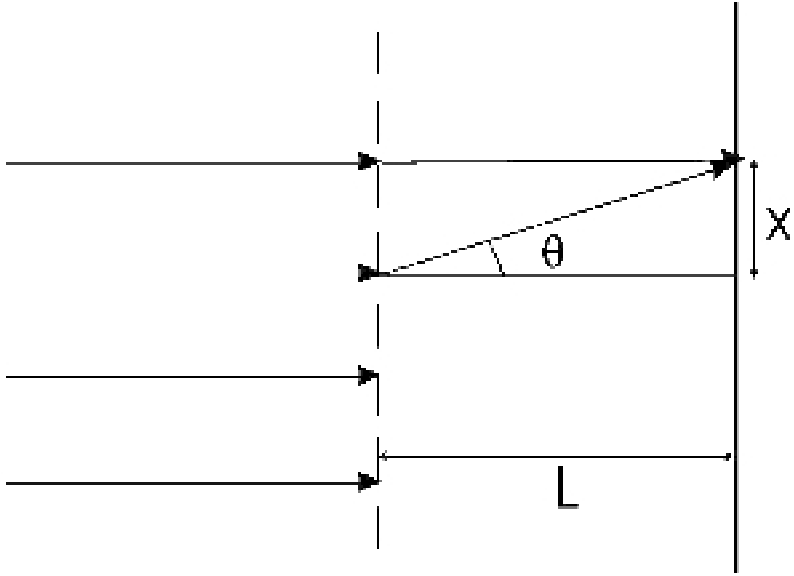


Условие главных максимумов при дифракции света на дифракционной решетке $d \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$, где d - период решетки; k=0,1,2…. Так как d=4×λ, то $4 \times \lambda \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$. Поэтому $\sin\theta = \frac{k}{4}$.

Первый порядок наблюдается при k=±1. Поэтому $\alpha = \theta - (-\theta) = 2\theta = 2 \times \arcsin\left(\frac{1}{4}\right) = 29.0°$.

$d = 4$ мкм
$\lambda = 0{,}58$ мкм

$M = ?$



Условие главных максимумов при дифракции света на дифракционной решетке $d \times \sin\theta = \pm k \times \lambda$, где d - период решетки; k=0,1,2….

Поэтому $k = \dfrac{d}{\lambda} \times \sin\theta$.

Максимальный порядок наблюдается при θ=90°, поэтому $M = \dfrac{d}{\lambda} \times \sin 90^\circ = \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{4\text{мкм}}{0{,}58\text{мкм}} = 6{,}9$. А так порядок – это число целочисленное, то M=6.

$\varphi=53°$ $\varphi 2 = 90°$ $L = 2$ мм	
$L_{min}=?$	

Угол поворота плоскости колебаний света, проходящего через слой вещества толщиной L, с постоянной вращения α равен: $\varphi = \alpha \times L$. Откуда постоянная вращения равна $\alpha = \dfrac{\varphi}{L}$.

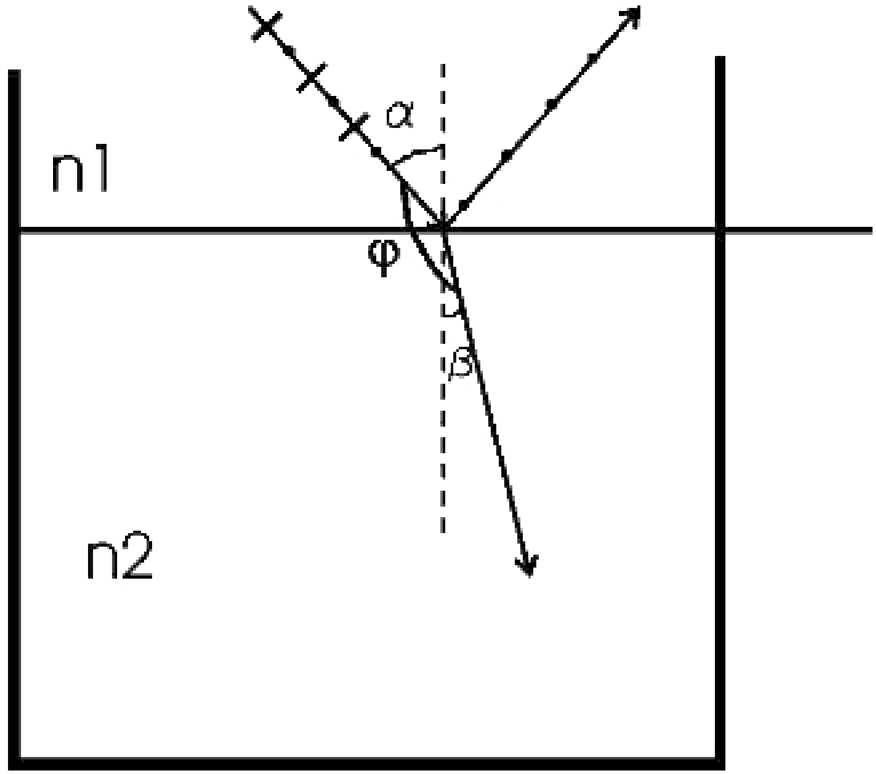
Для того чтобы свет не проходил необходимо повернуть плоскость поляризации света на угол 90°. Поэтому $\alpha \times L\min = \varphi 2$. Откуда $L_{min} = \dfrac{\varphi 2}{\alpha} = \dfrac{\varphi 2}{\varphi} \times L$. Угол φ может принимать значения 90°; 90°+360°; 90°+720°... Но минимальная толщина пластины достигается при φ=90°. Поэтому $L\min = \dfrac{90°}{53°} \times 2\text{мм} = 3{,}4\text{мм}$.

$n1 = 1,47$

$n2=1.5$

$\alpha=i_Б$

$\varphi = ?$



Из закона преломления света получаем: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\dfrac{n2}{n1}$. Откуда $\sin\beta=\dfrac{n1\times\sin\alpha}{n2}$.

Отраженный свет будет полностью поляризован если он падает под углом Брюстера $\alpha=i_Б$.

Этот угол найдем из Закона Брюстера: $tg i_Б = n_{21} = \dfrac{n2}{n1}$, где $i_Б$ – угол Брюстера (угол полной поляризации); $n_{21} = \dfrac{n2}{n1}$ - относительный показатель преломления, n2 – показатель преломления стекла, n1 – показатель преломления глицерина. Поэтому $\alpha = arctg\left(\dfrac{n2}{n1}\right) = arctg\left(\dfrac{1.5}{1.47}\right) = 45.57°$.

Тогда $\sin\beta = \dfrac{n1\times\sin\alpha}{n2} = \dfrac{\sin\alpha}{tg\alpha} = \cos\alpha$. Подставляем числа.

$\sin\beta = \cos 45.57° = 0.7$, откуда $\beta=44,42°$.

Из рисунка видно, что $\varphi=180°-\alpha+\beta$. Поэтому $\varphi=180°-45,57°+44,42°=178,85°$.

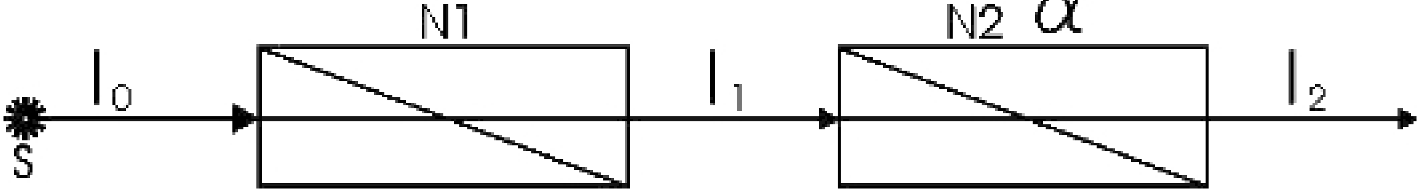
Дано	Решение
$\alpha = 27$ град/мм $\varphi = 90^\circ$ $L_{min} = ?$	Угол поворота плоскости колебаний света, проходящего через слой вещества толщиной L, с постоянной вращения α равен: $\theta = \alpha \times L$. Для того чтобы проходил свет необходимо повернуть плоскость поляризации света на угол 90°, так как изначально николи скрещены. Поэтому $\theta=\varphi$. Откуда $\alpha \times L = \varphi$. Поэтому $L = \dfrac{\varphi}{\alpha}$. Угол φ может принимать значения 90°; 90°+360°; 90°+720°… Но минимальная толщина пластины достигается при φ=90°. Поэтому $L\min = \dfrac{90^\circ}{27^\circ/\text{мм}} = 3{,}33\text{мм}$.

$\theta 1 = 13{,}3^\circ$ $L1 = 20$ см $C1 = 10\%$ $\theta 2 = 5{,}2^\circ$ $L2 = 15$ см $C2 = ?$	В случае раствора угол поворота плоскости колебаний света, проходящего через слой толщиной L, вещества концентрацией C равен: $\theta = \alpha \times C \times L$. Откуда $\theta 1 = \alpha \times C1 \times L1$, поэтому $\alpha = \dfrac{\theta 1}{C1 \times L1}$. С другой стороны $\theta 2 = \alpha \times C2 \times L2$. Откуда концентрация равна $C2 = \dfrac{\theta 2}{\alpha \times L2} = \dfrac{\theta 2 \times L1}{\theta 1 \times L2} \times C1$. Подставляем числа. $C2 = \dfrac{5.2^\circ \times 0.2\text{м}}{13{,}3^\circ \times \text{м} \times 0{,}15\text{м}} \times 10\% = 5{,}2\%$.

$\alpha = 40°$

$k = 0.15$

$\frac{I_0}{I_2} = ?$



При прохождении через первый николь (если свет естественный) получаем:

$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-k)$, тогда $\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-k} = \frac{2}{1-0.15} = 2.35$

После второго николя $I_2 = I_1 \times \cos^2 \alpha (1-k) = \frac{I_0 \times \cos^2 \alpha \times (1-k)^2}{2}$, тогда

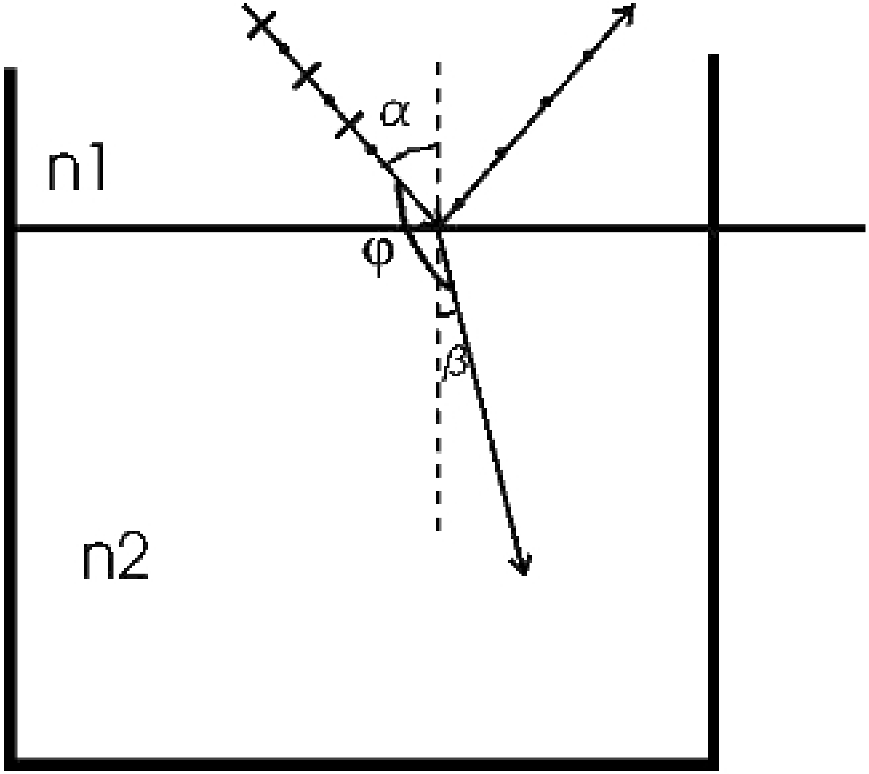
$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{\cos^2 \alpha \times (1-k)^2} = \frac{2}{\cos^2 40° \times (0.85)^2} = 4.72.$$

n1 (воздух)

n2 (стекло)

$\alpha = 60°$

$\beta = ?$



Из закона преломления света получаем: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n2}{n1}$. Откуда $\sin\beta = \dfrac{n1 \times \sin\alpha}{n2}$.

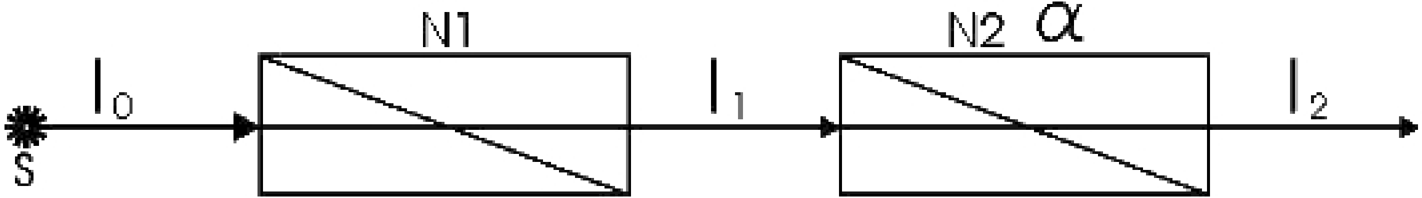
Свет, отраженный от стекла будет полностью поляризован, если угол падения на него – α будет равно углу Брюстера: $\alpha = \alpha_{Бр}$. То есть $\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}\alpha_{Бр} = \dfrac{n2}{n1}$, где n2 – показатель преломления стекла, n1 – показатель преломления воздуха. Поэтому $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{\mathrm{tg}\alpha} = \cos\alpha$

Подставляем числа. $\beta = \arcsin(\cos 60°) = 30°$.

$\alpha = 50°$

$\frac{I_0}{I_2} = n = 8$

$k = ?$



При прохождении через первый николь (если свет естественный) получаем:

$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-k)$.

После второго николя $I_2 = I_1 \times \cos^2 \alpha (1-k) = \frac{I_0 \times \cos^2 \alpha \times (1-k)^2}{2}$, тогда

$\frac{I_0}{I_2} = n = \frac{2}{\cos^2 \alpha \times (1-k)^2}$. Откуда $k = 1 - \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha \times n}}$.

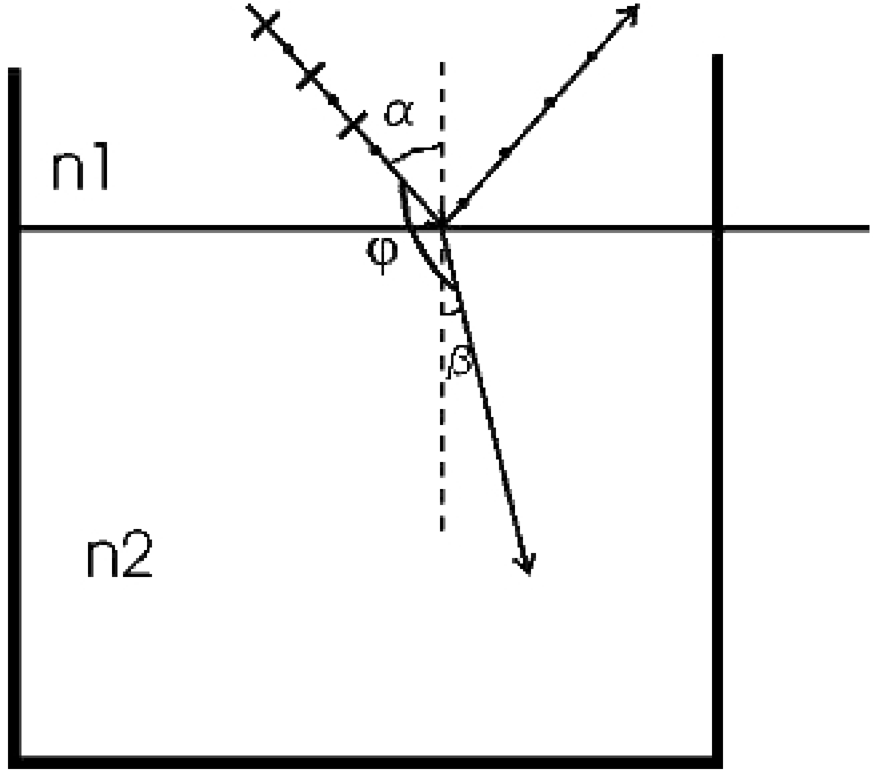
Подставляем числа. $k = 1 - \sqrt{\frac{2}{\cos^2 50° \times 8}} = 0.22$.

$n1 = 1,47$ (глицерин)

$n2=1.5$ (стекло)

$\alpha = i_Б$

$\alpha = ?$



Отраженный свет будет полностью поляризован если он падает под углом Брюстера $\alpha = i_Б$.

Этот угол найдем из Закона Брюстера: $tg\, i_Б = n_{21} = \dfrac{n2}{n1}$, где $i_Б$ – угол Брюстера (угол полной поляризации); $n_{21} = \dfrac{n2}{n1}$ - относительный показатель преломления, n2 – показатель преломления стекла, n1 – показатель преломления глицерина. Поэтому

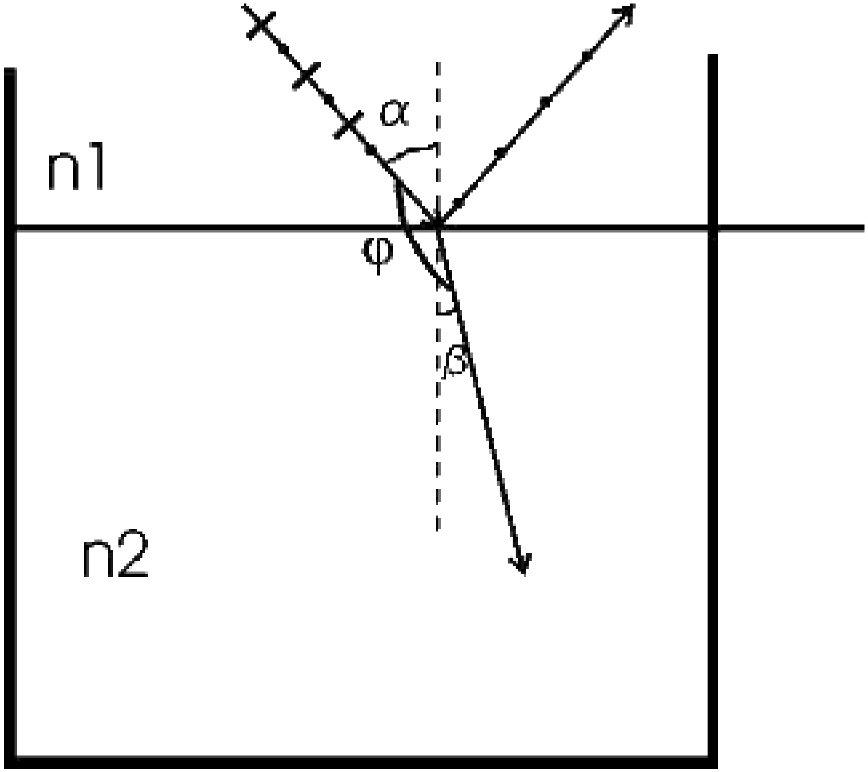
$$\alpha = arctg\left(\frac{n2}{n1}\right) = arctg\left(\frac{1.5}{1.47}\right) = 45.57°.$$

$\alpha = 60°$

$\beta = 50°$

$\alpha' = i_Б$

$\alpha' = ?$



Из закона преломления света получаем: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n2}{n1}$.

Отраженный свет будет полностью поляризован если он падает под углом Брюстера $\alpha' = i_Б$.

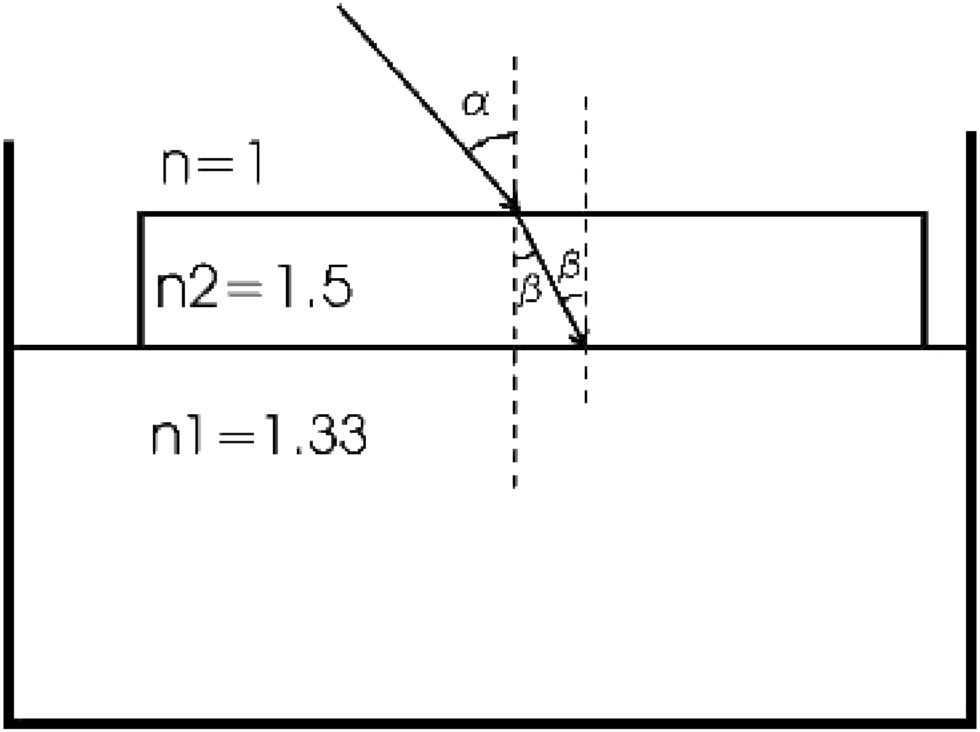
Этот угол найдем из Закона Брюстера: $\mathrm{tg}\, i_Б = n_{21} = \dfrac{n2}{n1}$, где $i_Б$ – угол Брюстера (угол полной поляризации); $n_{21} = \dfrac{n2}{n1}$ - относительный показатель преломления, n2 – показатель преломления стекла, n1 – показатель преломления жидкости. Поэтому $\alpha' = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{n2}{n1}\right) = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right)$.

Подставляем числа. $\alpha' = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\sin 60°}{\sin 50°}\right) = 48.5°$.

$n1 = 1.33$

$n2=1.5$

$\alpha = ?$



Свет, отраженный от границы стекло—вода будет полностью поляризован, если угол падения на границу – β будет равно углу Брюстера: $\beta=\alpha_{Бр}$. То есть $tg\beta = tg\alpha_{Бр} = \frac{n1}{n2}$. Откуда $\beta = arctg\left(\frac{n1}{n2}\right)$.

Из закона преломления света получаем: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n2}{n} = n2$. Откуда $\sin\alpha = n2\times\sin\beta = n2\times\sin\left[arctg\left(\frac{n1}{n2}\right)\right]$. Поэтому искомый угол равен

$$\alpha = \arcsin\left(n2\times\sin\left[arctg\left(\frac{n1}{n2}\right)\right]\right).$$

Подставляем числа. $\alpha = \arcsin\left(1.5\times\sin\left[arctg\left(\frac{1.33}{1.5}\right)\right]\right) = 84.4°$.

$V = c/3$
$Ek/E_0 = ?$

Кинетическая энергия релятивистской частицы $Ek = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}-1\right)$, где c – скорость света, E_0 – энергия покоя. Поэтому

$$\frac{E_k}{E_0} = \left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}-1\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{1-c^2/9\times c^2}}-1\right) = 0.061.$$

протон $T1=3$ ГэВ $T2=2$ ГэВ	
$P1/P2=?$	

Так как протон двигается со скоростью близкой к скорости света необходимо пользоваться релятивистскими формулами для нахождения импульса и энергии частицы.

Так как масса протона в состоянии покоя $m_0=1.67\times10^{-27}$кг, то импульс равен $P2=m\times v2=\dfrac{m_0\times v2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v2}{c}\right)^2}}$.

Кинетическая энергия для релятивистской частицы равна $T2=(m-m_0)\times c^2=m_0\times\left(\dfrac{c^2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v2}{c}\right)^2}}-c^2\right)$. Откуда $\sqrt{1-\left(\dfrac{v2}{c}\right)^2}=\left(\dfrac{c^2}{\dfrac{T2}{m_0}+c^2}\right)$,

и $v2=c\times\sqrt{1-\left(\dfrac{c^2}{\dfrac{T2}{m_0}+c^2}\right)^2}$, поэтому

$$P2=\frac{m_0\times v2}{c^2}\left(\frac{T2}{m_0}+c^2\right)=\frac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\frac{T2}{m_0}+c^2\right)^2-c^4}$$

. Аналогично имеем $P1=\dfrac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\dfrac{T1}{m_0}+c^2\right)^2-c^4}$. Тогда отношение равно

$$\frac{P1}{P2}=\frac{\dfrac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\dfrac{T1}{m_0}+c^2\right)^2-c^4}}{\dfrac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\dfrac{T2}{m_0}+c^2\right)^2-c^4}}=\frac{\sqrt{\left(\dfrac{T1}{m_0\times c^2}+1\right)^2-1}}{\sqrt{\left(\dfrac{T2}{m_0\times c^2}+1\right)^2-1}}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\frac{P1}{P2}=\frac{\sqrt{\left(\dfrac{3\times10^9\times1.6\times10^{-19}\,\text{Дж}}{1{,}67\times10^{-27}\,\text{кг}\times(3\times10^8\,\text{м}/\text{с})^2}+1\right)^2-1}}{\sqrt{\left(\dfrac{2\times10^9\times1.6\times10^{-19}\,\text{Дж}}{1{,}67\times10^{-27}\,\text{кг}\times(3\times10^8\,\text{м}/\text{с})^2}+1\right)^2-1}}=1{,}37.$$

То есть импульс увеличился в 1,37 раз.

$Ek = 3\times E_0$
$\beta = ?$

Кинетическая энергия релятивистской частицы $Ek = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}-1\right)$, где с – скорость света. По условию $Ek=3\times E_0$ поэтому

$3\times E_0 = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}-1\right)$ и $\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}-1\right) = 3$. Тогда $\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = 0.25$

и поэтому $V = c\sqrt{1-(0.25)^2} = 0.968c$.

электрон $T = 1{,}53$ МэВ	Так как электрон двигается со скоростью близкой к скорости света необходимо пользоваться релятивистскими формулами для нахождения импульса и энергии частицы.
$P/m_0c = ?$	

Так как масса электрона в состоянии покоя $m_0 = 9.1\times10^{-31}$кг, то импульс равен

$$P = m\times v = \frac{m_0\times v}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Кинетическая энергия для релятивистской частицы равна

$$T = (m - m_0)\times c^2 = m_0\times\left(\frac{c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - c^2\right).$$ Откуда $$\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \left(\frac{c^2}{\frac{T}{m_0}+c^2}\right),$$

и $$v = c\times\sqrt{1-\left(\frac{c^2}{\frac{T}{m_0}+c^2}\right)^2}$$, поэтому

$$P = \frac{m_0\times v}{c^2}\left(\frac{T}{m_0}+c^2\right) = \frac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\frac{T}{m_0}+c^2\right)^2 - c^4}.$$

Тогда отношение равно

$$\frac{P}{m_0\times c} = \frac{\frac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\frac{T}{m_0}+c^2\right)^2 - c^4}}{m_0\times c} = \sqrt{\left(\frac{T}{m_0\times c^2}+1\right)^2 - 1}.$$ Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\frac{P}{m_0\times c} = \sqrt{\left(\frac{1.53\times10^6\times1.6\times10^{-19}\,\text{Дж}}{9{,}1\times10^{-31}\,\text{кг}\times(3\times10^8\,\text{м/с})^2}+1\right)^2 - 1} = 3.86.$$ То есть импульс больше в 3,86 раз.

$V = 0.8c$ $E_0 = 0{,}512$ МэВ
$Ek = ?$

Кинетическая энергия релятивистской частицы $Ek = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}-1\right)$, где c – скорость света, E_0 – энергия покоя. Поэтому

$$E_k = 0.512\text{МэВ}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}8c)^2/c^2}}-1\right) = 0{,}341\text{МэВ}.$$

протон
$P1=469$ МэВ/с
$P2=2\times P1$

$T2-T1=?$

Так как протон двигается со скоростью близкой к скорости света необходимо пользоваться релятивистскими формулами для нахождения импульса и энергии частицы.
Так как масса протона в состоянии покоя $m_0=1.67\times10^{-27}$кг, то импульс равен

$$P2 = m\times v2 = \frac{m_0\times v2}{\sqrt{1-\left(\frac{v2}{c}\right)^2}}.$$

Кинетическая энергия для релятивистской частицы равна

$$T2 = (m-m_0)\times c^2 = m_0\times\left(\frac{c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v2}{c}\right)^2}}-c^2\right).$$ Откуда $\sqrt{1-\left(\frac{v2}{c}\right)^2} = \left(\frac{c^2}{\frac{T2}{m_0}+c^2}\right)$, и

$$v2 = c\times\sqrt{1-\left(\frac{c^2}{\frac{T2}{m_0}+c^2}\right)^2},$$ поэтому $$P2 = \frac{m_0\times v2}{c^2}\left(\frac{T2}{m_0}+c^2\right) = \frac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\frac{T2}{m_0}+c^2\right)^2-c^4}.$$

Отсюда находим энергию $T2 = m_0\times\left(\sqrt{\left(\frac{P2\times c}{m_0}\right)^2+c^4}-c^2\right)$.

Аналогично имеем $P1 = \frac{m_0}{c}\times\sqrt{\left(\frac{T1}{m_0}+c^2\right)^2-c^4}$ и $T1 = m_0\times\left(\sqrt{\left(\frac{P1\times c}{m_0}\right)^2+c^4}-c^2\right)$.

Поэтому $$T2-T1 = m_0\times\left(\sqrt{\left(\frac{P2\times c}{m_0}\right)^2+c^4}-c^2\right)-m_0\times\left(\sqrt{\left(\frac{P1\times c}{m_0}\right)^2+c^4}-c^2\right) =$$

$$= m_0\times\left(\sqrt{\left(\frac{2\times P1\times c}{m_0}\right)^2+c^4}-\sqrt{\left(\frac{P1\times c}{m_0}\right)^2+c^4}\right).$$

Подставляем числа.

$$\Delta T = 1.67\times10^{-19}\,\text{кг}\times\left(\sqrt{\left(\frac{2\times469\times5.33\times10^{-22}\,\text{кг м/с}\times3\times10^8\,\text{м/с}}{1.67\times10^{-19}\,\text{кг}}\right)^2+(3\times10^8\,\text{м/с})^4}-\right.$$

$$\left.-\sqrt{\left(\frac{469\times5.33\times10^{-22}\,\text{кг м/с}\times3\times10^8\,\text{м/с}}{1.67\times10^{-19}\,\text{кг}}\right)^2+(3\times10^8\,\text{м/с})^4}\right) = 5{,}61\times10^{-19}\,\text{Дж} = 3{,}5\,\text{эВ}.$$

электрон T=1,53 МэВ	Так как электрон двигается со скоростью близкой к скорости света необходимо пользоваться релятивистскими формулами для нахождения импульса и энергии частицы.
$m/m_0 = ?$	Масса электрона в состоянии покоя $m_0 = 9.1\times10^{-31}$ кг, тогда масса двигающегося электрона $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$. Тогда отношение масс: $\dfrac{m}{m_0} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$.

Кинетическая энергия для релятивистской частицы равна $T = (m - m_0)\times c^2 = m_0 \times \left(\dfrac{c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - c^2\right)$. Откуда $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \left(\dfrac{c^2}{\frac{T}{m_0}+c^2}\right)$,

поэтому $\dfrac{m}{m_0} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \left(\dfrac{c^2}{\frac{T}{m_0}+c^2}\right)^{-1} = \left(\dfrac{\frac{T}{m_0}+c^2}{c^2}\right) = \left(\dfrac{T}{m_0c^2}+1\right)$.

Подставляем числа. $\dfrac{m}{m_0} = \left(\dfrac{1.52\times10^6\times1.6\times10^{-19}\text{ Дж}}{9{,}1\times10^{-31}\text{ кг}\times\left(3\times10^8\text{ м/с}\right)^2}+1\right) = 3{,}97 \cong 4$.

$Ek = 2\times E_0$
$\beta = ?$

Кинетическая энергия релятивистской частицы $Ek = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$, где с – скорость света. По условию $Ek = 2\times E_0$ поэтому

$2\times E_0 = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$ и $\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right) = 1/2$. Тогда $\sqrt{1-v^2/c^2} = \dfrac{2}{3}$

и поэтому $\beta = \dfrac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2} = 0.745$.

$P1 = m_0 c$ $\frac{T2}{T1} = n = 2$	
$P2 = ?$	

Так как электрон двигается со скоростью близкой к скорости света необходимо пользоваться релятивистскими формулами для нахождения импульса и энергии частицы.

Так как масса электрона в состоянии покоя $m_0 = 9{,}1 \times 10^{-31}$ кг, то импульс равен

$$P2 = m \times v2 = \frac{m_0 \times v2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v2}{c}\right)^2}}.$$

Энергия для релятивистской частицы равна $T2 = m \times c^2 = \frac{m_0 \times c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v2}{c}\right)^2}}$.

Откуда $\sqrt{1 - \left(\frac{v2}{c}\right)^2} = \left(\frac{m_0 c^2}{T2}\right)$, и $v2 = c \times \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{T2}\right)^2}$, поэтому

$$P2 = \frac{m_0 \times v2 \times T2}{m_0 c^2} = \frac{1}{c} \times \sqrt{(T2)^2 - m_0{}^2 c^4}.$$

Аналогично имеем $P1 = \frac{1}{c} \times \sqrt{(T1)^2 - m_0{}^2 c^4}$ и отсюда находим энергию $T1 = \left(\sqrt{(P1 \times c)^2 + m_0{}^2 c^4}\right)$. Подставляем $P1 = m_0 c$ и получаем $T1 = \left(\sqrt{(m_0 c \times c)^2 + m_0{}^2 c^4}\right) = m_0 c^2 \times \sqrt{2}$. Так как $T2 = 2 \times T1$, то

$$P2 = \frac{m_0 \times v2 \times T2}{m_0 c^2} = \frac{1}{c} \times \sqrt{(2 \times T1)^2 - m_0{}^2 c^4} =$$

$$= \frac{m_0}{c} \times c^2 \times \sqrt{(2 \times \sqrt{2})^2 - 1} = m_0 \times c \times \sqrt{7}$$

Вычисляем: $P2 = m_0 \times c \times \sqrt{7} = 2.65 \times m_0 c$.

То есть импульс увеличился в 2.65 раза.

$T1 = m_0c^2$ $\frac{P2}{P1} = n = 2$	
$T2 = ?$	

Так как протон двигается со скоростью близкой к скорости света необходимо пользоваться релятивистскими формулами для нахождения импульса и энергии частицы.

Так как масса протона в состоянии покоя $m_0 = 1{,}67 \times 10^{-27}$кг, то импульс равен $P2 = m \times v2 = \frac{m_0 \times v2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v2}{c}\right)^2}}$.

Кинетическая энергия для релятивистской частицы равна $T2 = (m - m_0) \times c^2 = m_0 \times \left(\frac{c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v2}{c}\right)^2}} - c^2\right)$. Откуда

$\sqrt{1 - \left(\frac{v2}{c}\right)^2} = \left(\frac{c^2}{\frac{T2}{m_0} + c^2}\right)$, и $v2 = c \times \sqrt{1 - \left(\frac{c^2}{\frac{T2}{m_0} + c^2}\right)^2}$, поэтому

$P2 = \frac{m_0 \times v2}{c^2}\left(\frac{T2}{m_0} + c^2\right) = \frac{m_0}{c} \times \sqrt{\left(\frac{T2}{m_0} + c^2\right)^2 - c^4}$ отсюда находим энергию $T2 = m_0 \times \left(\sqrt{\left(\frac{P2 \times c}{m_0}\right)^2 + c^4} - c^2\right)$.

Аналогично имеем $P1 = \frac{m_0}{c} \times \sqrt{\left(\frac{T1}{m_0} + c^2\right)^2 - c^4}$. Подставляем $T1 = m_0c^2$ и получаем $P1 = \frac{m_0}{c} \times \sqrt{\left(\frac{m_0c^2}{m_0} + c^2\right)^2 - c^4} = m_0c \times \sqrt{3}$. Так как $P2 = 2 \times P1$, то

$$T2 = m_0 \times \left(\sqrt{\left(\frac{2 \times P1 \times c}{m_0}\right)^2 + c^4} - c^2\right) = m_0 \times \left(\sqrt{\left(\frac{2 \times \sqrt{3} \times m_0 c \times c}{m_0}\right)^2 + c^4} - c^2\right) =$$

$$= m_0c^2 \times \left(\sqrt{12 + 1} - 1\right) = 2.61 \times m_0c^2.$$

То есть энергия увеличится в 2,61 раз.

$\alpha=0.35$ $T_{рад}=2,5$ кК $T=?$	Энергия, излучаемая за 1 сек единицей поверхности вольфрама, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T=\alpha\times\sigma\times T^4$, где $\sigma=5.67\times10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4, T – температура вольфрама. Энергия, поглащаемая за 1 сек единицей поверхности пирометра, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T=\sigma\times T_{рад}{}^4$. Энергия излучаемая вольфрамом равна энергии поглощенной пирометром, поэтому $\sigma\times T_{рад}{}^4=\alpha\times\sigma\times T^4$, откуда $T=\frac{T_{рад}}{\sqrt[4]{\alpha}}$. Подставляем числа. $T=\frac{2500К}{\sqrt[4]{0,35}}=3250К$.

$T1 = 500K$ $\dfrac{R_{T2}}{R_{T1}} = n = 5$ $T2 = ?$	Энергия, излучаемая за 1 сек с единицы поверхности абсолютно черного тела, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma T^4$, где σ=5.67×10^{-8} Вт/м^{2}К^4. Поэтому $\dfrac{R_{T2}}{R_{T1}} = \dfrac{\sigma(T2)^4}{\sigma(T1)^4} = \left(\dfrac{T2}{T1}\right)^4 = n$. Откуда искомая температура $T2 = T1 \times \sqrt[4]{n}$. Подставляем числа. $T2 = 500K \times \sqrt[4]{5} = 748K$.

$T = 2$ кК
$\lambda = ?$
$(r_{\lambda,T})_{max} = ?$

Воспользуемся законом Вина $\lambda = \frac{b}{T}$, где λ – длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости черного тела; $b=2.9\times10^{-3}$м×К – постоянная Вина. Поэтому

$$\lambda = \frac{b}{T} = \frac{2.9\times10^{-3}\text{ м}\times\text{К}}{2000\text{К}} = 1.45\times10^{-6}\text{ м} = 1.45\text{мкм}.$$

По второму закону Вина $(r_{\lambda,T})_{max} = C_2 \times T^5$, где $(r_{\lambda,T})_{max}$ - максимальная спектральная плотность энергетической светимости, $C_2 = 1.29\times10^{-5}\text{Вт/м}^3\text{К}^5$. Поэтому искомая величина.

$$(r_{\lambda,T})_{max} = 1{,}29\times10^{-5}\text{Вт/м}^3\text{К}^5 \times (2000\text{К})^5 = 4{,}13\times10^{11}\text{Вт/м}^3.$$

$\lambda = 600$нм
$T = ?$
$R_T = ?$

Интенсивность излучения $R_T = \frac{P}{S}$, где P – мощность, т.е. энергия излучения за 1с; S – поверхность, сквозь которую проходит энергия

Эта энергия, излучаемая за 1 сек с единицы поверхности абсолютно черного тела, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma T^4$, где $\sigma = 5.67\times10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4.

Температуру найдем из законы смещения Вина $\lambda = \frac{C_1}{T}$, где $C_1 = 2.9\times10^{-3}$м×К.

$T = \frac{C_1}{\lambda}$. Поэтому $R_T = \sigma\times T^4 = \sigma\times\left(\frac{C_1}{\lambda}\right)^4$.

Подставляем числа $T = \frac{2.9\times10^{-3}\text{ м}\times\text{К}}{600\times10^{-9}\text{ м}} = 4833\text{К}$.

$$R_T = 5{,}67\times10^{-8}\,\text{Вт/м}^2\text{К}^4\times\left(\frac{2{,}9\times10^{-3}\text{ м}\times\text{К}}{600\times10^{-9}\text{ м}}\right)^4 = 3{,}1\times10^7\,\text{Вт/м}^2$$

$P = 4$ кДж/мин $S = 8$ см^2 $T = ?$	Будем считать, что печка излучает как абсолютно черное тело, тогда энергия, излучаемая за 1 сек с единицы поверхности, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma T^4$, где σ=5.67×10^{-8} Вт/м^{2}К^4. Дырка площадью S излучает мощность равную $P = R_T \times S = \sigma \times T^4 \times S$. Поэтому температура равна $T = \sqrt[4]{\dfrac{P}{\sigma \times S}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $T = \sqrt[4]{\dfrac{4000\,Дж\,/\,60сек}{5{,}67 \times 10^{-8}\,Вт\,/\,м^2 К^4 \times 8 \times 10^{-4}\,м^2}} = 1100К = 828°C$.

$P = 10$кВт λ=0,8 мкм
$S = ?$

Будем считать, что печка излучает как абсолютно черное тело, тогда энергия, излучаемая за 1 сек с единицы поверхности, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma T^4$, где σ=5.67×10^{-8} Вт/м^{2}К^4.

Дырка площадью S излучает мощность равную

$P = R_T \times S = \sigma \times T^4 \times S$. Поэтому площадь $S = \dfrac{P}{\sigma \times T^4}$.

Температуру найдем из законы смещения Вина $\lambda = \dfrac{C_1}{T}$, где C_1=2.9×10^{-3}м×К.

$T = \dfrac{C_1}{\lambda}$. Поэтому $S = \dfrac{P}{\sigma \times \left(\dfrac{C_1}{\lambda}\right)^4} = \dfrac{P}{\sigma} \times \left(\dfrac{\lambda}{C_1}\right)^4$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$S = \frac{10 \times 10^3 \text{ Вт}}{5.67 \times 10^{-8} \text{ Вт/ м}^2\text{К}^4} \times \left(\frac{0,8 \times 10^{-6} \text{ м}}{2,9 \times 10^{-3} \text{ м} \times \text{К}}\right)^4 = 10 \times 10^{-4} \text{ м}^2 = 10\text{см}^2.$$

Дано	Решение
$\lambda 1 = 780$ нм $\lambda 2 = 390$ нм $\dfrac{R_{T2}}{R_{T1}} = ?$	Энергия, излучаемая за 1 сек с единицы поверхности абсолютно черного тела, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma T^4$, где $\sigma=5.67\times10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4. Температуру найдем из законы смещения Вина $\lambda = \dfrac{C_1}{T}$, где $C_1=2.9\times10^{-3}$м$\times$К. Получаем $T = \dfrac{C_1}{\lambda}$. Поэтому $R_T = \sigma\left(\dfrac{C_1}{\lambda}\right)^4$. Искомое отношение равно: $\dfrac{R_{T2}}{R_{T1}} = \dfrac{\sigma\left(\dfrac{C_1}{\lambda 2}\right)^4}{\sigma\left(\dfrac{C_1}{\lambda 1}\right)^4} = \left(\dfrac{\lambda 1}{\lambda 2}\right)^4 = \left(\dfrac{780\text{нм}}{390\text{нм}}\right)^4 = 16$. То есть поток излучения увеличился в 16 раз.

$T_{рад}$ = 1,4 кК T=3.2кК
T = ?

Энергия, излучаемая за 1 сек единицей поверхности тела, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \alpha \times \sigma \times T^4$, где σ=5.67×10^{-8} Вт/м^{2}К^4, T – температура вольфрама.

Энергия, поглощаемая за 1 сек единицей поверхности пирометра, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma \times T_{рад}{}^4$.

Энергия излучаемая телом равна энергии поглощенной пирометром, поэтому $\sigma \times T_{рад}{}^4 = \alpha \times \sigma \times T^4$, откуда $\alpha = \frac{\sigma \times T_{рад}{}^4}{\sigma \times T^4} = \left(\frac{T_{рад}}{T}\right)^4$.

Подставляем числа. $\alpha = \left(\frac{1400К}{3200К}\right)^4 = 0{,}037$.

$P = 1$ кВт $S = 100$ см^2 $T = 1$ кК	
$\eta = ?$	

Будем считать, что печка излучает как абсолютно черное тело, тогда энергия, излучаемая за 1 сек с единицы поверхности, определяется формулой Стефана-Больцмана: $R_T = \sigma T^4$, где $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4.

Дырка площадью S излучает мощность равную

$P_{дыр} = R_T \times S = \sigma \times T^4 \times S$. Тогда стенки излучают оставшуюся мощность

$P_{ст} = P - P_{дыр} = P - \sigma \times T^4 \times S$.

Поэтому доля равна $\eta = \dfrac{P_{ст}}{P} = \dfrac{P - \sigma \times T^4 \times S}{P} = 1 - \dfrac{\sigma \times T^4 \times S}{P}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\eta = 1 - \frac{5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{Вт/м}^2\text{К}^4 \times (1000\text{К})^4 \times 100 \times 10^{-4}\ \text{м}^2}{1000\text{Вт}} = 0{,}433 = 43{,}3\%$$

R_T=0,54Дж/(см$^2\times$ мин) α=0,25	Для излучающего тела известен закон Стефана-Больцмана:
T = ?	$R_T = \alpha \times \sigma T^4$, где T – температура тела, σ=5.67×10^{-8} Вт/м^{2}К^4 – постоянная Стефана-Больцмана, α - отношение энергетических светимостей поверхности тела и абсолютно черного тела. Откуда температура $T = \sqrt[4]{\frac{R_T}{\alpha \times \sigma}}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $T = \sqrt[4]{\frac{0.54Дж/(10^{-4}м^2 \times 60сек)}{0{,}25 \times 5{,}67 \times 10^{-8}Вт/м^2К^4}} = 282K = 9°C$.

$\lambda_0 = 310$нм $\lambda = 200$ нм	Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2}$. Если V=0, то
Tmax = ?	

$h\nu_0 = A$, где $\nu_0 = \frac{A}{h}$ - красная граница фотоэффекта.

По определению $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ (с-скорость света), тогда

$$A = \frac{h \times c}{\lambda_0} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\text{ Дж} \times \text{сек} \times 3 \times 10^8\text{ м / сек}}{310 \times 10^{-9}\text{ м}} = 6{,}42 \times 10^{-19}\text{ Дж} = 4\text{эВ}.$$

Найдем максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны $\lambda = 200$нм. Частота этой длины волны равна $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Тогда $\frac{mV^2 max}{2} = h\nu - A = \frac{h \times c}{\lambda} - A$.

Подставляем числа.

$$Tmax = \frac{6.63 \times 10^{-34}\text{ Дж} \times \text{сек} \times 3 \times 10^8\text{ м / сек}}{200 \times 10^{-9}\text{ м}} - 6{,}42 \times 10^{-19}\text{ Дж} =$$

$$= 3.52 \times 10^{-19}\text{ Дж} = 2.2\text{эВ}.$$

Калий

A=2,22эВ

$\lambda = 150$ нм

Tmax = ?

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2}$, где A – работа выхода.

Найдем максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны λ = 150нм. Частота этой длины волны равна $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Тогда $\frac{mV^2 max}{2} = h\nu - A = \frac{h \times c}{\lambda} - A$.

Подставляем числа.

$$Tmax = \frac{6.63 \times 10^{-34}\text{ Дж} \times \text{сек} \times 3 \times 10^{8}\text{ м/сек}}{150 \times 10^{-9}\text{ м}} - 2{,}22 \times 10^{-19}\text{ Дж} =$$

$$= 11.04 \times 10^{-19}\text{ Дж} = 6.9\text{эВ}.$$

$\varepsilon = 10$ эВ $A = 4{,}7$ эВ	
$p_e = ?$ $P_k = ?$	

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2} = A + \frac{p_e{}^2}{2 \times m}$. Так как $\varepsilon = h\nu$, то $\varepsilon = A + \frac{p_e{}^2}{2 \times m}$. Откуда импульс фотона равен $p_e = \sqrt{2 \times m \times (\varepsilon - A)} =$

Импульс, получаемый катодом, складывается из импульса вылетевшего электрона и импульса фотона, так как должен выполнятся закон сохранения импульса: $P_k - p_e - p_ф = 0$ или $P_k = p_e + p_ф$. Импульс фотона равен $p_ф = \frac{\varepsilon}{c}$. Поэтому $P_k = p_e + p_ф = \sqrt{2 \times m \times (\varepsilon - A)} + \frac{\varepsilon}{c}$.

Подставляем числа.

$$P_k = \sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} кг \times ((10 - 4{,}7) \times 1{,}6 \times 10^{-19} Дж)} + \frac{10 \times 1.6 \times 10^{-19} Дж}{3 \times 10^8 м/с} =$$

$=1{,}24 \times 10^{-27}кг \times м/с.$

Дано	Решение
Литий (A=2.3эВ) $\lambda = 200$ нм --- $U = ?$	Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2}$. Если электрон задерживается обратным потенциалом U, то его максимальная кинетическая энергия, равная $\frac{mV^2 max}{2}$, должна быть меньше или равна потенциальной энергии электрона в потенциале: $e \times U$. Поэтому $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2} = A + e \times U$, откуда $U = \frac{h\nu - A}{e}$. По определению $\nu = \frac{c}{\lambda}$ (с-скорость света), тогда $U = \frac{h \times c}{\lambda \times e} - \frac{A}{e}$. Подставляем числа: $U = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \times \text{сек} \times 3 \times 10^{8} \text{ м/сек}}{200 \times 10^{-9} \text{ м} \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ Кл}} - \frac{2{,}3\text{эВ}}{e} =$ $= 6.22\text{В} - 2{,}3\text{В} = 3{,}92\text{Вольт}$.

$V_{max} = 3$ Мм/с Платина $A=6.3$ эВ
$\lambda=?$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$h\nu = A + T_{max}$, где $h\nu = \dfrac{hc}{\lambda} = \varepsilon$ – энергия фотона, T_{max} – кинетическая энергия электрона.

Так как скорость электрона $V_{max} = 3$ Мм/с много меньше скорости света $c=300$ Мм/с, то можно пользоваться классическими формулами и кинетическая энергия электрона равна $T_{max} = \dfrac{m_0 V^2_{max}}{2}$, где m_0 – масса покоя электрона.

Поэтому $$\lambda = \frac{hc}{A + \dfrac{m_0 V^2_{max}}{2}}.$$

Подставляем числа.

$$\lambda = \frac{6.63\times10^{-34}\text{ Дж}\times\text{с}\times3\times10^{8}\text{ м/с}}{6{,}3\times1.6\times10^{-19}\text{ Дж} + \dfrac{9.1\times10^{-31}\text{ кг}\times(3\times10^{6}\text{ м/с})^2}{2}} = 3{,}9\times10^{-8}\text{ м} = 39\text{нм}$$

$\lambda = 0{,}25$мкм $U = 0{,}96$ В	
A= ?	

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2}$. Если электрон задерживается обратным потенциалом U (при этом прекращается фототок), то его максимальная кинетическая энергия, равная $\frac{mV^2 max}{2}$, должна быть меньше или равна потенциальной энергии электрона в потенциале: $e \times U$. Поэтому

$$h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2} = A + e \times U$$, откуда $A = h\nu - eU$.

По определению $\nu = \frac{c}{\lambda}$ (с-скорость света), тогда $A = \frac{hc}{\lambda} - eU$. Подставляем числа: $A = \frac{6.63 \times 10^{-34}\, Дж \times сек \times 3 \times 10^{8}\, м/сек}{0.25 \times 10^{-6}\, м} - 1.6 \times 10^{-19}\, Кл \times 0.96 В =$

$= 6{,}42 \times 10^{-19}\, Дж = 4 эВ$.

$\lambda_0=0.3$мкм $\lambda=0,1$ мкм	
$\dfrac{T_{max}}{\varepsilon}=?$	

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + T_{max} = A + \dfrac{mV^2_{max}}{2}$, где

$\varepsilon = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона. Откуда $T_{max} = \varepsilon - A$.

Если V=0, то $h\nu_0=A$, где $\nu_0 = \dfrac{A}{h}$ - красная граница фотоэффекта.

По определению $\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda_0}$ (с-скорость света), тогда $A = \dfrac{h\times c}{\lambda_0}$ - работа выхода из металла.

Тогда $\dfrac{T_{max}}{\varepsilon} = \dfrac{\varepsilon - A}{\varepsilon} = 1 - \dfrac{A}{\varepsilon} = 1 - \dfrac{\dfrac{h\times c}{\lambda_0}}{\dfrac{h\times c}{\lambda}} = 1 - \dfrac{\lambda}{\lambda_0}$. Подставляем числа:

$\dfrac{T_{max}}{\varepsilon} = 1 - \dfrac{\lambda}{\lambda_0} = 1 - \dfrac{0.1\text{мкм}}{0,3\text{мкм}} = 0,667 = 66,7\%$.

A=0 эВ λ=1 нм	
Vmax = ?	

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2}$, где h - постоянная Планка, ν - частота.

По определению $\nu = \frac{c}{\lambda}$, с – скорость света.

Тогда $\frac{mV^2 max}{2} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A$.

Поэтому искомая скорость равна $V max = \sqrt{\frac{2}{m} \times \left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$.

А так как работой выхода можно пренебречь (A=0), то $V max = \sqrt{\frac{2}{m} \times \frac{hc}{\lambda}}$

Подставляем числа

$$V max = \sqrt{\frac{2}{9.1 \times 10^{-31} кг} \frac{6{,}63 \times 10^{-34} Дж \times c \times 3 \times 10^{8} м/c}{1 \times 10^{-9} м}} =$$

$=2.09 \times 10^7$ м/с=20900км/с.

$\lambda_0 = 560$ нм $\nu = 7{,}3\times 10^{14}$ Гц	
$V_{max} = ?$	

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2{}_{max}}{2}$. Если V=0, то

$h\nu_0 = A$, где $\nu_0 = \frac{A}{h}$ - красная граница фотоэффекта.

По определению $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ (c-скорость света), тогда $A = \frac{h\times c}{\lambda_0}$.

Найдем максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых из этого металла светом с частотой ν из уравнения $\frac{mV^2{}_{max}}{2} = h\nu - A$. Отсюда максимальная скорость равна:

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A)} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(h\nu - \frac{h\times c}{\lambda_0}\right)} = \sqrt{\frac{2h}{m}\left(\nu - \frac{c}{\lambda_0}\right)}.$$

Подставляем числа.

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2\times 6.63\times 10^{-34}\,\text{Дж}\times\text{сек}}{9.1\times 10^{-31}\,\text{м}}\left(7.3\times 10^{14}\,\text{Гц} - \frac{3\times 10^{8}\,\text{м/с}}{560\times 10^{-9}\,\text{м}}\right)} = 5{,}3\times 10^{5}\,\text{м/с}$$

Цинк $A = 4эВ$ $U = 1.5В$	
$\lambda = ?$	

Формула Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2}$. Если электрон задерживается обратным потенциалом U (при этом прекращается фототок), то его максимальная кинетическая энергия, равная $\frac{mV^2 max}{2}$, должна быть меньше или равна потенциальной энергии электрона в потенциале: $e \times U$. Поэтому

$h\nu = A + \frac{mV^2 max}{2} = A + e \times U$, поэтому $\nu = \frac{A + e \times U}{h}$.

Длина волны по определению равна: $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Поэтому $\lambda = \frac{hc}{A + e \times U}$.

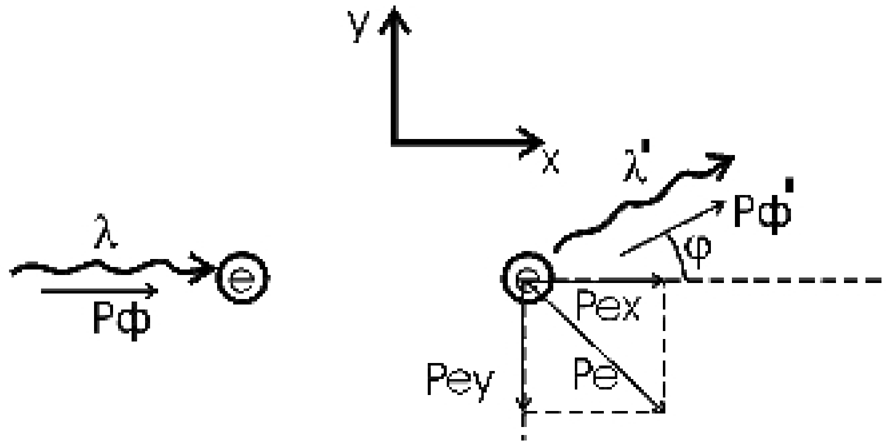
Подставляем числа:

$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ Дж \times сек \times 3 \times 10^{8}\ м/с}{4 \times 1,6 \times 10^{-19}\ Дж + 1,6 \times 10^{-19}\ Кл \times 1,5В} = 2,26 \times 10^{-7}\ м = 226нм.$$

$\varepsilon_\phi = 1{,}02$ МэВ

$\varphi = 90°$

$Pe = ?$



Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_\phi = \dfrac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. По определению импульс фотона и его длина волны связаны соотношением: $P_\phi = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{\varepsilon_\phi}{c}$, где h – постоянная Планка, λ – длина волны фотона. Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2 \times \lambda_C \times \sin^2 \dfrac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43 \times 10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния. Импульс фотона после рассеяния $P\phi' = \dfrac{h}{\lambda'}$. Поэтому

$$P\phi' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2 \dfrac{\varphi}{2}} = \frac{h}{\dfrac{hc}{\varepsilon_\phi} + 2 \times \lambda_c \times \sin^2 \dfrac{\varphi}{2}}.$$

Из закона сохранения импульса имеем: $\overline{P_\phi} = \overline{P_\phi'} + \overline{P_e'}$. Проектируем вектора на оси X и Y: На ось X: $P_\phi = P_\phi' \times \cos\varphi + Pex$; На ось Y: $0 = P_\phi' \times \sin\varphi - Pey$.

Из первого уравнения $Pex = P_\phi - P_\phi' \times \cos\varphi$, а из второго $Pey = P_\phi' \times \sin\varphi$.

Общий искомый импульс отдачи электрона равен

$$Pe = \sqrt{(Pex)^2 + (Pey)^2} = \sqrt{(P_\phi - P_\phi' \times \cos\varphi)^2 + (P_\phi' \times \sin\varphi)^2}.$$ Упрощаем:

$$Pe = \sqrt{(P_\phi)^2 + (P_\phi')^2 - 2 \times P_\phi \times P_\phi' \times \cos\varphi}.$$

Импульс $P_\phi = \dfrac{\varepsilon_\phi}{c} = \dfrac{1.02 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{Дж}}{3 \times 10^8\ \text{м/с}} = 5.44 \times 10^{-22}\ \text{кг} \times \text{м/с}$.

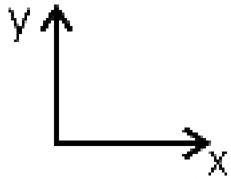
Импульс $$P\phi' = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{с}}{\dfrac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{с} \times 3 \times 10^8\ \text{м/с}}{1.02 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{Дж}} + 2 \times 2{,}43 \times 10^{-12}\ \text{м} \times \sin^2 \dfrac{90°}{2}} =$$

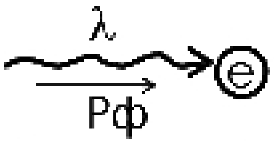
$= 1{,}82 \times 10^{-22}\ \text{кг} \times \text{м/с}$. Тогда

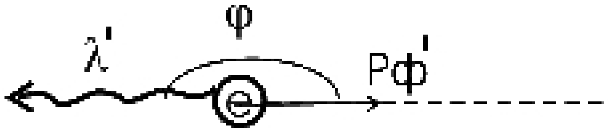
$$Pe = \sqrt{(5.44)^2 + (1{,}82)^2 - 2 \times 5.44 \times 1{,}82 \times \cos 90°} \times 10^{-22}\ \text{кг} \times \text{м/с} = 5.74 \times 10^{-22}\ \text{кг} \times \text{м/с}.$$

λ=1нм

λmax = ?







Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2\times\lambda_c \times \sin^2\frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43\times10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния.

Из формулы видно, что максимальная длина волны λmax будет при максимальном λ'.

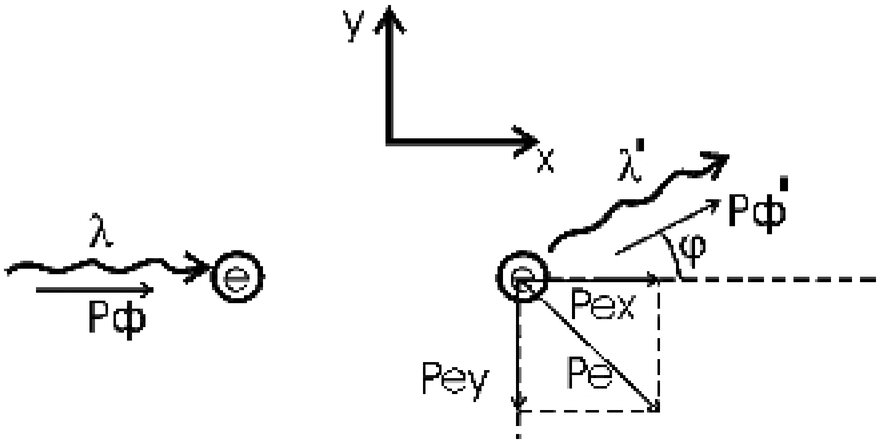
Максимальное $\lambda' = \lambda + 2\times\lambda_c \times \sin^2\frac{\varphi}{2}$ будет при φ=180°. Тогда

$\lambda' = \lambda + 2\times\lambda_c \times \sin^2\frac{180°}{2} = \lambda + 2\times\lambda_c$.

Поэтому $\lambda max = \lambda + 2\times\lambda_c$

Подставляем числа. $\lambda max = 1\times10^{-9}$ м $+ 2\times2{,}43\times10^{-12}$ м $= 1{,}005$нм

$\varepsilon_ф$=0,51МэВ $\varphi = 90°$
$Ek/\varepsilon_ф = ?$



Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_ф = \frac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. По определению импульс фотона и его длина волны связаны соотношением: $P_ф = \frac{h}{\lambda} = \frac{\varepsilon_ф}{c}$, где h – постоянная Планка, λ – длина волны фотона. Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2\frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2,43 \times 10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния. Импульс фотона после рассеяния $Pф' = \frac{h}{\lambda'}$. Поэтому

$$Pф' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2\times\lambda_c\times\sin^2\frac{\varphi}{2}} = \frac{h}{\frac{hc}{\varepsilon_ф} + 2\times\lambda_c\times\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

Из закона сохранения импульса имеем: $\overline{P_ф} = \overline{P_ф}' + \overline{P_e}'$. Проектируем вектора на оси X и Y: На ось X: $P_ф = P_ф'\times\cos\varphi + Pex$; На ось Y: $0 = P_ф'\times\sin\varphi - Pey$.

Из первого уравнения $Pex = P_ф - P_ф'\times\cos\varphi$, а из второго $Pey = P_ф'\times\sin\varphi$.

Общий искомый импульс отдачи электрона равен

$Pe = \sqrt{(Pex)^2 + (Pey)^2} = \sqrt{(P_ф - P_ф'\times\cos\varphi)^2 + (P_ф'\times\sin\varphi)^2}$. Упрощаем:

$$Pe = \sqrt{(P_ф)^2 + (P_ф')^2 - 2\times P_ф\times P_ф'\times\cos\varphi}.$$

Импульс $P_ф = \frac{\varepsilon_ф}{c} = \frac{0.51\times10^6\times1.6\times10^{-19}\,Дж}{3\times10^8\,м/с} = 2.72\times10^{-22}\,кг\times м/с$.

Импульс $Pф' = \frac{6.63\times10^{-34}\,Дж\times с}{\frac{6.63\times10^{-34}\,Дж\times с\times3\times10^8\,м/с}{0.51\times10^6\times1.6\times10^{-19}\,Дж} + 2\times2,43\times10^{-12}\,м\times\sin^2\frac{90°}{2}} =$

$= \mathbf{1,31\times10^{-22}\,кг\times м/с}$. Тогда

$$Pe = \sqrt{(2.72)^2 + (1,31)^2 - 2\times2.72\times1,31\times\cos90°}\times10^{-22}\,кг\times м/с = 3.02\times10^{-22}\,кг\times м/с.$$

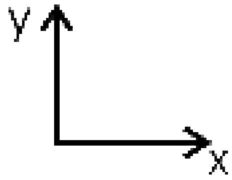
Тогда энергия электрона отдачи равна

$$Ek = \frac{(Pe)^2}{2m} = \frac{(3.02\times10^{-22})^2}{2\times9.1\times10^{-31}}\,Дж = 5,01\times10^{-14}\,Дж = 0,31МэВ.$$

Искомое отношение равно $\frac{Ek}{\varepsilon_ф} = \frac{0,31МэВ}{0,51МэВ} = 0,61 = 61\%$.

протон
электрон

$\Delta\lambda_{max} = ?$



Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2 \frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43 \times 10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния.

Из формулы видно, что максимальное изменение длины волны $\Delta\lambda max$ будет при максимальном λ': $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \times \lambda_C \times \sin^2 \frac{\varphi}{2}$.

Максимальное $\Delta\lambda = 2 \times \lambda_C \times \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ будет при φ=180°. Тогда $\Delta\lambda max = 2 \times \lambda_c \times \sin^2 \frac{180°}{2} = 2 \times \lambda_c$.

Видно что она не зависит от массы частицы, поэтому для электрона и протона она одинакова.

Подставляем числа. $\Delta\lambda max = 2 \times 2{,}43 \times 10^{-12}$ м $= 4{,}86 \times 10^{-12}$ м

$\lambda 1 = 15$ пм $\lambda 2 = 16$ пм	
$\varphi = ?$	

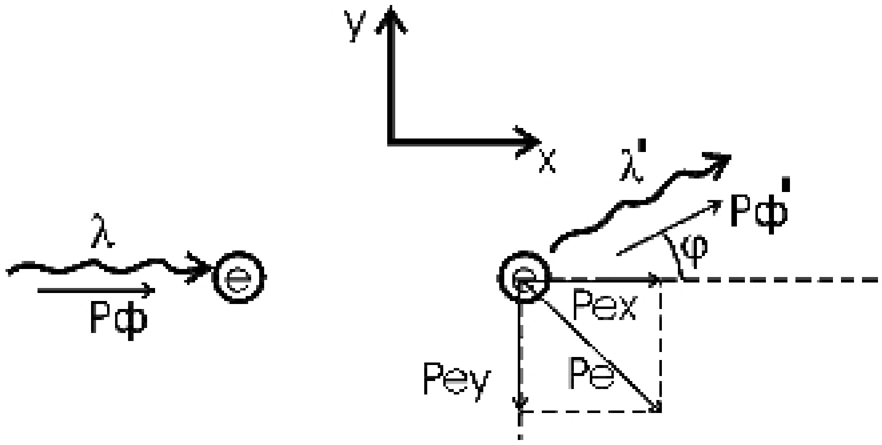
Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2 \frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43 \times 10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния.

Откуда $\sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{\lambda' - \lambda}{2 \times \lambda_c}} = \sqrt{\frac{\lambda 2 - \lambda 1}{2 \times \lambda_c}}$ и тогда угол $\varphi = 2 \times \arcsin\left(\sqrt{\frac{\lambda 2 - \lambda 1}{2 \times \lambda_c}}\right)$

Подставляем числа $\varphi = 2 \times \arcsin\left(\sqrt{\frac{(16 - 15) \times 10^{-12} \text{ м}}{2 \times 2.43 \times 10^{-12} \text{ м}}}\right) = 54°$.

$\varepsilon_ф = 0{,}51$ МэВ
$\varphi = 180°$

Ek = ?



Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_ф = \frac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. По определению импульс фотона и его длина волны связаны соотношением: $P_ф = \frac{h}{\lambda} = \frac{\varepsilon_ф}{c}$, где h – постоянная Планка, λ – длина волны фотона.

Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2\frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43 \times 10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния. Импульс фотона после рассеяния $Pф' = \frac{h}{\lambda'}$. Поэтому

$$Pф' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2\frac{\varphi}{2}} = \frac{h}{\frac{hc}{\varepsilon_ф} + 2 \times \lambda_c \times \sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

Из закона сохранения импульса имеем: $\overline{P_ф} = \overline{P_ф}' + \overline{P_e}'$. Проектируем вектора на оси X и Y: На ось X: $P_ф = P_ф' \times \cos\varphi + Pex$; На ось Y: $0 = P_ф' \times \sin\varphi - Pey$.

Из первого уравнения $Pex = P_ф - P_ф' \times \cos\varphi$, а из второго $Pey = P_ф' \times \sin\varphi$.

Общий искомый импульс отдачи электрона равен

$$Pe = \sqrt{(Pex)^2 + (Pey)^2} = \sqrt{(P_ф - P_ф' \times \cos\varphi)^2 + (P_ф' \times \sin\varphi)^2}.$$ Упрощаем:

$$Pe = \sqrt{(P_ф)^2 + (P_ф')^2 - 2 \times P_ф \times P_ф' \times \cos\varphi}.$$

Импульс $P_ф = \frac{\varepsilon_ф}{c} = \frac{0.51 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\ Дж}{3 \times 10^8\ м/с} = 2.72 \times 10^{-22}$ кг × м / с.

Импульс $$Pф' = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ Дж \times с}{\frac{6.63 \times 10^{-34}\ Дж \times с \times 3 \times 10^8\ м/с}{0.51 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\ Дж} + 2 \times 2{,}43 \times 10^{-12}\ м \times \sin^2\frac{180°}{2}} =$$

$= 9{,}08 \times 10^{-23}$ кг × м / с. Тогда

$$Pe = \sqrt{(2.72)^2 + (0{,}908)^2 - 2 \times 2.72 \times 0{,}908 \times \cos 180°} \times 10^{-22}\ кг \times м/с =$$

3.63×10^{-22} кг × м / с.

Тогда энергия электрона отдачи равна

$$Ek = \frac{(Pe)^2}{2m} = \frac{(3.63 \times 10^{-22})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}}\ Дж = 7{,}24 \times 10^{-14}\ Дж = 0{,}453 МэВ.$$

$\varepsilon ф=1{,}02$ МэВ $\varphi = 150°$	
$\varepsilon ф' = ?$	

Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_ф = \dfrac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. Отсюда $\lambda = \dfrac{hc}{\varepsilon_ф}$.

Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2\times\lambda_C \times \sin^2\dfrac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43\times10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния.

Энергия фотона после рассеяния $\varepsilon ф' = \dfrac{hc}{\lambda'} = \dfrac{hc}{\dfrac{hc}{\varepsilon ф} + 2\times\lambda_C\times\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}$.

Подставляем числа

$$\varepsilon ф' = \frac{6{,}63\times10^{-34}\text{ Дж}\times\text{сек}\times3\times10^{8}\text{ м/сек}}{\dfrac{6{,}63\times10^{-34}\text{ Дж}\times\text{сек}\times3\times10^{8}\text{ м/сек}}{1.02\times10^{6}\times1{,}6\times10^{-19}\text{ Дж}} + 2\times2{,}43\times10^{-12}\text{ м}\times\sin^2\dfrac{150°}{2}} =$$

$=3{,}46\times10^{-14}$ Дж$=2{,}16\times10^{5}$эВ$=216$ кэВ.

$\varepsilon ф=1{,}53 МэВ$
$Ek=0{,}51 МэВ$
$\varphi = ?$

Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_ф = \frac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. Отсюда $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon_ф}$.

Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2\times\lambda_c\times\sin^2\frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43\times10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния. Откуда $\varphi = 2\times\arcsin\left(\sqrt{\frac{\lambda'-\lambda}{2\times\lambda c}}\right)$

Энергия фотона после рассеяния $\varepsilon ф' = \frac{hc}{\lambda'}$. Отсюда $\lambda' = \frac{hc}{\varepsilon_ф'}$.

Тогда искомый угол $\varphi = 2\times\arcsin\left(\sqrt{\frac{hc}{2\times\lambda c}\left(\frac{1}{\varepsilon_ф'}-\frac{1}{\varepsilon_ф}\right)}\right)$

Из закона сохранения энергии получаем $\varepsilon_ф = \varepsilon_ф' + Ek$, откуда $\varepsilon_ф' = \varepsilon_ф - Ek$.

Подставляем $\varphi = 2\times\arcsin\left(\sqrt{\frac{hc}{2\times\lambda c}\left(\frac{1}{\varepsilon_ф - Ek}-\frac{1}{\varepsilon_ф}\right)}\right)$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\varphi = 2\times\arcsin\left(\sqrt{\frac{6.63\times10^{-34}\,Дж\times c\times3\times10^{8}\,м/с}{2\times2{,}43\times10^{-12}\,м}\left(\frac{1}{(1{,}53-0{,}51)\times1{,}6\times10^{-13}\,Дж}-\frac{1}{1{,}53\times1{,}6\times10^{-13}\,Дж}\right)}\right)=$$

$=33{,}6°$.

εф=0,51 МэВ εф'=εф/2	
$\varphi = ?$	

Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_\phi = \dfrac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. Отсюда $\lambda = \dfrac{hc}{\varepsilon_\phi}$.

Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2 \times \lambda_c \times \sin^2\dfrac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43 \times 10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния.

Энергия фотона после рассеяния $\varepsilon\phi' = \dfrac{hc}{\lambda'}$. Поэтому $\lambda' = \dfrac{hc}{\varepsilon_\phi'} = \dfrac{2 \times hc}{\varepsilon_\phi}$.

Тогда $\dfrac{2 \times hc}{\varepsilon_\phi} = \dfrac{hc}{\varepsilon_\phi} + 2 \times \lambda_c \times \sin^2\dfrac{\varphi}{2}$, откуда $\sin^2\dfrac{\varphi}{2} = \dfrac{hc}{\varepsilon_\phi \times 2 \times \lambda_c}$.

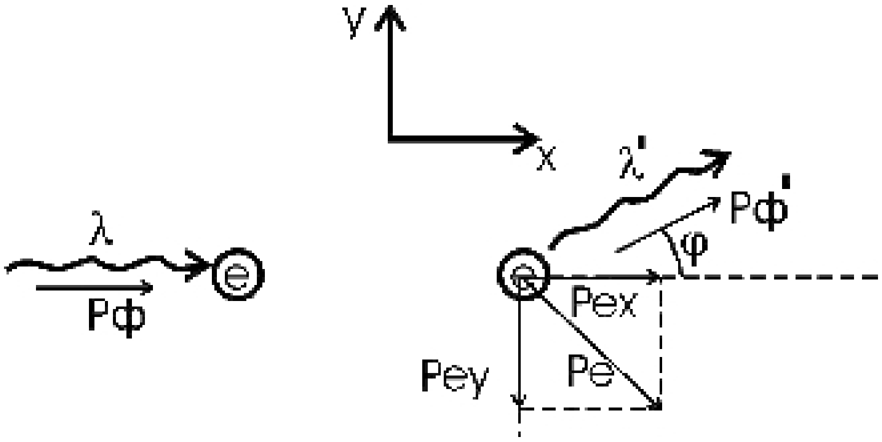
Поэтому угол равен $\varphi = 2 \times \arcsin\left(\sqrt{\dfrac{hc}{\varepsilon_\phi \times 2 \times \lambda_c}}\right)$.

Подставляем числа

$$\varphi = 2 \times \arcsin\left(\sqrt{\frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{сек} \times 3 \times 10^{8}\ \text{м / сек}}{0.51 \times 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{Дж} \times 2 \times 2{,}43 \times 10^{-12}\ \text{м}}}\right) = 90^\circ.$$

$\varepsilon_ф$=1,53МэВ
$\varepsilon_ф'/\varepsilon_ф$=1/3

Pe = ?



Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_ф = \frac{hc}{\lambda}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света, λ – длина волны фотона. По определению импульс фотона и его длина волны связаны соотношением: $P_ф = \frac{h}{\lambda} = \frac{\varepsilon_ф}{c}$, где h – постоянная Планка, λ – длина волны фотона.

Согласно формуле Комптона длина волны после рассеяния равна $\lambda' = \lambda + 2\times\lambda_C \times \sin^2\frac{\varphi}{2}$, где $\lambda c = 2{,}43\times10^{-12}$м – Комптоновская длина волны электрона, φ – угол рассеяния. Энергия фотона после рассеяния $\varepsilon_ф' = \frac{hc}{\lambda'}$, поэтому $\lambda' = \frac{hc}{\varepsilon_ф'} = \frac{3hc}{\varepsilon_ф}$. Тогда

$\frac{2\times hc}{\varepsilon_ф} = \frac{hc}{\varepsilon_ф} + 2\times\lambda_c\times\sin^2\frac{\varphi}{2}$, откуда $\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{hc}{\varepsilon_ф\times2\times\lambda_c}$.

Поэтому угол равен $\varphi = 2\times\arcsin\left(\sqrt{\frac{hc}{\varepsilon_ф\times2\times\lambda_c}}\right)$.

Импульс фотона после рассеяния $Pф' = \frac{h}{\lambda'}$. Поэтому $Pф' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h\times\varepsilon_ф}{3hc} = \frac{\varepsilon_ф}{3\times c}$.

Из закона сохранения импульса имеем: $\overline{P_ф} = \overline{P_ф'} + \overline{P_e'}$. Проектируем вектора на оси X и Y: На ось X: $P_ф = P_ф'\times\cos\varphi + Pex$; На ось Y: $0 = P_ф'\times\sin\varphi - Pey$.

Из первого уравнения $Pex = P_ф - P_ф'\times\cos\varphi$, а из второго $Pey = P_ф'\times\sin\varphi$.

Общий искомый импульс отдачи электрона равен

$Pe = \sqrt{(Pex)^2 + (Pey)^2} = \sqrt{(P_ф - P_ф'\times\cos\varphi)^2 + (P_ф'\times\sin\varphi)^2}$. Упрощаем:

$$Pe = \sqrt{(P_ф)^2 + (P_ф')^2 - 2\times P_ф\times P_ф'\times\cos\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_ф}{c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_ф}{3\times c}\right)^2 - 2\times\frac{\varepsilon_ф}{c}\times\frac{\varepsilon_ф}{3\times c}\times\cos\varphi} =$$

$$= \frac{\varepsilon_ф}{c}\sqrt{1.111 - 0.667\times\cos\left(2\times\arcsin\left(\sqrt{\frac{hc}{\varepsilon_ф\times2\times\lambda_c}}\right)\right)} = \frac{\varepsilon_ф}{c}\sqrt{1.111 - 0.667\times\left(1 - \frac{2\times hc}{\varepsilon_ф\times2\times\lambda_c}\right)} =$$

$$= \frac{\varepsilon_ф}{c}\sqrt{0.444 + \frac{0.667\times hc}{\varepsilon_ф\times\lambda_c}}$$. Подставляем числа.

$$Pe = \frac{1.53\times10^6\times1.6\times10^{-19}\text{ Дж}}{3\times10^8\text{ м/с}}\sqrt{0.444 + \frac{0.667\times6{,}63\times10^{-34}\text{ Дж}\times\text{с}\times3\times10^8\text{ м/с}}{1.53\times10^6\times1.6\times10^{-19}\text{ Дж}\times2.43\times10^{-12}\text{ м}}} =$$

$=6{,}66\times10^{-22}$кг×м/с.

$P = 40$ мкПа

$\rho = 1$

$E = ?$

Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ, равно $P = \frac{I}{c}(1+\rho)$, где I – количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени, c – скорость света. Поэтому $I = \frac{P \times c}{(1+\rho)}$.

Освещенность численно равна I для света падающего нормально, поэтому $E = \frac{P \times c}{(1+\rho)}$. Подставляем числа.

$$E = \frac{40 \times 10^{-6}\,\text{Па} \times 3 \times 10^{8}\,\text{м/с}}{(1+1)} = 6000\,\text{Вт/м}^2.$$

$\lambda = 40$ нм $p = 2$ нПа $t = 10c$ $S = 1$ мм^2 $\rho = 0$	
$N = ?$	

Давление света $p = (1+\rho)\times\frac{I}{c}$, где I – энергия падающая на единицу поверхности за единицу времени, откуда $I = \frac{p\times c}{1+\rho}$. Число фотонов, падающих за t=10с на S=1мм^2 поверхности равно:

$$N = \frac{I}{\varepsilon_ф}\times S\times t = \frac{I\times\lambda}{h\times c}\times S\times t = \frac{p\times c\times\lambda\times S\times t}{(1+\rho)\times h\times c} = \frac{p\times\lambda\times S\times t}{(1+\rho)\times h}.$$

Подставляем числа:

$$N = \frac{2\times10^{-9}\,\text{Па}\times40\times10^{-9}\,\text{м}\times10^{-6}\,\text{м}^2\times10\text{с}}{(1+0)\times6{,}63\times10^{-34}\,\text{Дж}\times\text{с}} = 1{,}21\times10^{12}\ \text{фотонов}.$$

$P = 0.5$ мкПа $E=120$ Вт/м^2	Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ, равно $P = \frac{I}{c}(1+\rho)$, где I – количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени, c – скорость света. Поэтому $I = \frac{P \times c}{(1+\rho)}$.
$\rho = ?$	Освещенность E численно равна I для света падающего нормально, поэтому $E = \frac{P \times c}{(1+\rho)}$. Откуда коэффициент отражения равен $\rho = \frac{P \times c}{E} - 1$. Подставляем числа. $\rho = \frac{0.5 \times 10^{-6}\ \text{Па} \times 3 \times 10^{8}\ \text{м/с}}{120\text{Вт/м}^2} - 1 = 0.25$.

$\lambda = 0.5$ мкм

$p = 5$ мПа

$\rho = 1$

$n_0 = ?$

Давление света $p = (1+\rho) \times \frac{I}{c}$, где I – энергия падающая на единицу поверхности за единицу времени, откуда $I = \frac{p \times c}{1+\rho}$. Число фотонов, падающих за время t на площадь S поверхности равно:

$$N = \frac{I}{\varepsilon_\phi} \times S \times t = \frac{I \times \lambda}{h \times c} \times S \times t = \frac{p \times c \times \lambda \times S \times t}{(1+\rho) \times h \times c} = \frac{p \times \lambda \times S \times t}{(1+\rho) \times h}.$$

За t=1c свет прошел расстояние $l = c \times t = 3 \times 10^8$ м. Мы выяснили, что на площадь S (а значит и в обьем $V = l \times S$) попадет N фотонов. Таким образом, концентрация равна $n_0 = \frac{N}{V} = \frac{N}{l \times S} = \frac{p \times \lambda \times S \times t}{(1+\rho) \times h \times l \times S} = \frac{p \times \lambda \times t}{(1+\rho) \times h \times l}$.

Подставляем сюда $l = c \times t$ и получаем $n_0 = \frac{p \times \lambda \times t}{(1+\rho) \times h \times c \times t} = \frac{p \times \lambda}{(1+\rho) \times h \times c}$.

Подставляем числа.

$$n_0 = \frac{5 \times 10^{-3}\ \text{Па} \times 0{,}5 \times 10^{-6}\ \text{м}}{(1+1) \times 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{с} \times 3 \times 10^{8}\ \text{м/с}} = 6{,}28 \times 10^{15}\ \text{м}^{-3}.$$

λ=0,5 мкм
P= 100 Вт
t = 1с
R = 5 м
S = 8 мм^2
N = ?

Освещенность поверхности, создаваемой точечным источником света, пропорциональна силе света и косинусу угла падения на эту поверхность и обратно пропорциональна квадрату расстояния до поверхности. Поэтому $E = \dfrac{I \times \cos\alpha}{R^2}$, где I – энергия падающая за единицу времени. Так как свет падает перпендикулярно площадке, то α=0° и поэтому $E = \dfrac{I \times \cos 0°}{R^2} = \dfrac{I}{R^2}$.

Интенсивность света I равна мощности P, поэтому $E = \dfrac{P}{R^2}$.

Число фотонов, падающих за t=1с на S=8мм^2 поверхности равно:

$N = \dfrac{E}{\varepsilon_ф} \times S \times t$, где $\varepsilon_ф = h\nu = \dfrac{h \times \lambda}{c}$ – энергия одного фотона. Тогда

$$N = \frac{\frac{P}{R^2}}{\frac{h \times \lambda}{c}} \times S \times t = \frac{P \times c}{R^2 \times h \times \lambda} \times S \times t.$$

Подставляем числа:

$$N = \frac{100Вт \times 3 \times 10^8\ м/с}{(8м)^2 \times 6{,}63 \times 10^{-34}\ Дж \times с \times 0.5 \times 10^{-6}\ м} \times 8 \times 10^{-6}\ м^2 \times 1с = 1{,}13 \times 10^{43}\ фотонов.$$

$\alpha=60°$

$\varphi=1кВт/м^2$

$\lambda = 590$ нм

$\rho=0$

$P = ?$

Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ, равно $P = \frac{I}{c}(1+\rho)$, где I – количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени, с – скорость света. Поэтому $I = \frac{P \times c}{(1+\rho)}$. Откуда давление равно $P = \frac{I \times (1+\rho)}{c}$.

Интенсивность света пропорциональна косинусу угла падения на эту поверхность и потоку. Поэтому $I=\varphi \times \cos\alpha$. Тогда $P = \frac{\varphi \times \cos\alpha \times (1+\rho)}{c}$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$P = \frac{1000 Вт / м^2 \times \cos 60° \times (1+0)}{3 \times 10^8 \text{ м/с}} = 1.7 \times 10^{-6} Па = 1{,}7 мкПа.$$

$R = 10$ см	
$p = 1$ мПа	
$\rho = 1$	
$P = ?$	

Освещенность поверхности, создаваемой точечным источником света, пропорциональна силе света и косинусу угла падения на эту поверхность и обратно пропорциональна квадрату расстояния до поверхности. Поэтому $E = \dfrac{I \times \cos\alpha}{R^2}$, где I – энергия падающая за единицу времени. Так как свет падает перпендикулярно площадке, то $\alpha = 0°$ и поэтому $E = \dfrac{I \times \cos 0°}{R^2} = \dfrac{I}{R^2}$.

Интенсивность света I равна мощности излучателя P, поэтому $E = \dfrac{P}{R^2}$.

Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ, равно $p = \dfrac{E}{c}(1+\rho)$, откуда $E = \dfrac{p \times c}{1+\rho}$. Подставляем в $E = \dfrac{P}{R^2}$ и получаем $\dfrac{p \times c}{1+\rho} = \dfrac{P}{R^2}$, откуда мощность равна $P = \dfrac{p \times c \times R^2}{1+\rho}$.

Подставляем числа. $P = \dfrac{10^{-3}\,\text{Па} \times 3 \times 10^8\ \text{м/с} \times (0{,}1\text{м})^2}{1+1} = 1500\text{Вт}$.

$\lambda = 600$ нм

$P = 4$ мкПа

$t = 10$с

$S = 1$ мм^2

$\rho = 1$

$N = ?$

Давление света $p = (1+\rho)\times\frac{I}{c}$, откуда $I = \frac{p\times c}{1+\rho}$. Число фотонов, падающих за t=10с на площадь S поверхности,

$$N = \frac{I}{\varepsilon_ф}\times S\times t = \frac{I\times\lambda}{h\times c}\times S\times t.$$

Подставляем в эту формулу I и получаем:

$$N = \frac{1}{(1+\rho)}\times\frac{p\times c\times\lambda}{h\times c}\times S\times t = \frac{p\times\lambda}{2\times h}\times S\times t =$$

$$= \frac{4\times10^{-6}\,Па\times600\times10^{-9}\,м}{2\times6{,}63\times10^{-34}\,Дж\times с}\times10^{-6}\,м^2\times10с = 1.81\times10^{16}\,фотонов.$$

$W = 0{,}8$ Вт $S = 6$ см^2 $\rho = 1$	
$P = ?$ $F = ?$	

Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ, равно $P = \frac{I}{c}(1+\rho)$, где I – количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени, c – скорость света. Так как I=W/S, то искомое давление $P = \frac{W}{S \times c}(1+\rho)$.

Подставляем числа. $P = \frac{0.8\text{Вт}}{6 \times 10^{-4}\,\text{м}^2 \times 3 \times 10^8\,\text{м/с}}(1+1) = 8.9 \times 10^{-6}\,\text{Па}$.

Сила равна по определению $F = P \times S$, поэтому $F = \frac{W \times S}{S \times c}(1+\rho) = \frac{W}{c}(1+\rho)$.

Подставляем числа. $F = \frac{0.8\text{Вт}}{3 \times 10^8\,\text{м/с}}(1+1) = 5.3 \times 10^{-9}\,\text{Н}$.

$W = 1000$ Вт $R = 10$ см $\rho = 0$ $\lambda = 1$ нм	
$P = ?$	

Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ, равно $P = \frac{I}{c}(1+\rho)$, где $I=W/S$ – количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени, c – скорость света.
Площадь колбы равна $S=\pi\times R^2$.

Тогда искомое давление $P = \frac{W}{c\times S}(1+\rho) = \frac{W}{c\times\pi\times R^2}(1+\rho)$. Подставляем числа. $P = \frac{1000\text{Вт}}{3\times10^8\text{ м/с}\times3.14\times(0.1\text{м})^2}(1+0) = 1.06\times10^{-4}\text{ Па}$.

атом H	Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую
k=1 (основное состояние)	
r = ?	

Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую

$$\frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$, где $R = 1.097 \times 10^7$ 1/м – постоянная Ридберга.

Из этой формулы можно найти уровень на который перешел электрон:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{k^2} - \frac{1}{\lambda \times R} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{102.6 \times 10^{-9}\,м \times 1{,}097 \times 10^{7}\,м^{-1}} = 0{,}111.$$

Откуда n=3.

Радиус боровской орбиты атома водорода $r = \frac{h^2 \times \varepsilon_0}{\pi \times m \times e^2} n^2$,

поэтому

$$r = \frac{(6.63 \times 10^{-34}\,Дж \times c)^2 \times 8.85 \times 10^{-12}\,Ф/м}{3{,}14 \times 9{,}1 \times 10^{-31}\,кг \times (1{,}6 \times 10^{-19}\,Кл)^2} 9 = 4{,}77 \times 10^{-10}\,м =$$

=4.77A.

атом H	
$r2 = ?$ $v2 = ?$	Радиус боровской орбиты атома водорода $r = \frac{h^2 \times \varepsilon_0}{\pi \times m \times e^2} n^2$, поэтому $r1 = \frac{(6.63 \times 10^{-34} Дж \times с)^2 \times 8.85 \times 10^{-12} Ф/м}{3{,}14 \times 9{,}1 \times 10^{-31} кг \times (1{,}6 \times 10^{-19} Кл)^2} 1 = 5{,}3 \times 10^{-11} м$ $r2 = r1 \times 2^2 = 5{,}3 \times 10^{-11} \times 4м = 2.12 \times 10^{-10} м$ Скорость электрона, находящегося на n-ой орбите: $v = \frac{e^2}{2 \times \varepsilon_0 \times h} \times \frac{1}{n}$, поэтому $v1 = \frac{(1.6 \times 10^{-19} Кл)^2}{2 \times 8{,}85 \times 10^{-12} Ф/м \times 6{,}63 \times 10^{-34} Дж * с} \times \frac{1}{1} = 2{,}18 \times 10^6 м/с$ $v2 = v1 \times \frac{1}{2} = 1{,}09 \times 10^6 м/с$.

атом H
$n=2$
$T = ?$

Период обращения равен $T = \dfrac{2\pi \times r}{V}$, где r – радиус, а V – скорость электрона

на n-й боровской орбите. $r = \dfrac{h^2 \times \varepsilon_0}{\pi \times m \times e^2} \times n^2$, $V = \dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 \times h} \times \dfrac{1}{n}$. Подставляем

$$T = \frac{2\pi \times \dfrac{h^2 \times \varepsilon_0}{\pi \times m \times e^2}}{\dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 \times h}} \times n^3 = 4 \times \frac{h^3 \times (\varepsilon_0)^2}{m \times e^4} \times n^3 =$$

$$= 4 \times \frac{(6.67 \times 10^{-34}\,\text{Дж} * \text{сек})^3 \times (8.85 \times 10^{-12}\,\Phi / \text{м})^2}{9{,}1 \times 10^{-31}\text{кг} \times (1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{Кл})^4} \times (2^3) = 1{,}25 \times 10^{-15}\text{сек}$$

<table>
<tr>
<td>$\nu = 6{,}28 \times 10^{14}$ Гц
$\Delta E = ?$</td>
<td>По закону сохранения энергии изменение энергии электрона равно энергии испущенного фотона. А так как энергия электрона численно равна его кинетической энергии, то $\Delta E = \varepsilon ф$.
Энергия фотона определяется формулой $\varepsilon ф = h \times \nu$. Поэтому $\Delta E = h \times \nu$.
Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).
$\Delta E = 6.63 \times 10^{-34}$ Дж $\times$ сек $\times\, 6.28 \times 10^{14}$ с$^{-1} = 4{,}16 \times 10^{-19}$ Дж =
=2.60эВ.</td>
</tr>
</table>

атом H

k=1 (основное состояние)

$\lambda = 97{,}5$ нм

T2/T1 = ?

Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую

$$\frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$, где $R=1.097\times10^7$ 1/м – постоянная Ридберга.

Из этой формулы можно найти уровень на который перешел электрон:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{k^2} - \frac{1}{\lambda \times R} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{97.5\times10^{-9}\,\text{м}\times1{,}097\times10^{7}\,\text{м}^{-1}} = 0{,}065.$$

Откуда n=4.

Период обращения равен $T = \frac{2\pi\times r}{V}$, где r – радиус, а V – скорость электрона на n-й боровской орбите. $r = \frac{h^2\times\varepsilon_0}{\pi\times m\times e^2}\times n^2$,

$V = \frac{e^2}{2\varepsilon_0\times h}\times\frac{1}{n}$. Подставляем

$$T = \frac{2\pi\times\frac{h^2\times\varepsilon_0}{\pi\times m\times e^2}}{\frac{e^2}{2\varepsilon_0\times h}}\times n^3 = 4\times\frac{h^3\times(\varepsilon_0)^2}{m\times e^4}\times n^3.$$

Поэтому искомое отношение равно $\frac{T2}{T1} = \frac{n^3}{k^3} = n^3 = 4^3 = 64$. То есть период обращения увеличится в 64 раза.

$\lambda = 435$нм	
$\Delta E = ?$	По закону сохранения энергии изменение энергии электрона равно энергии испущенного фотона. А так как энергия электрона численно равна его кинетической энергии, то $\Delta E = \varepsilon ф$.

Энергия фотона определяется формулой $\varepsilon ф = h \times \nu = h \times \frac{c}{\lambda}$. Поэтому

$\Delta E = h \times \frac{c}{\lambda}$. Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ). $\Delta E = 6.63 \times 10^{-34}\,Дж \times сек \times \frac{3 \times 10^{8}\,м/сек}{435 \times 10^{-9}\,м} = 4{,}57 \times 10^{-19}\,Дж =$

$= 2.86$эВ.

атом H $r/r_0 = 16$ $\Delta\lambda = ?$	Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую

$\frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, где $R=1.097\times10^7$ 1/м – постоянная Ридберга.

Радиус боровской орбиты атома водорода $r = \frac{h^2 \times \varepsilon_0}{\pi \times m \times e^2} n^2 = r_0 \times n^2$, где r_0 – радиус первой орбиты,

поэтому $n^2 = \frac{r}{r_0} = 16$. Откуда n=4.

Тогда $\frac{1}{\lambda 1} = R \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4^2}\right) = 1.028\times10^7\ м^{-1}$, откуда

$\lambda1=9{,}75\times10^{-8}$м=97,5нм. Это первая граница. А вторая определяется из условия того, что энергии не должно быть достаточно для перевода на пятый уровень. То есть $\frac{1}{\lambda 2} = R \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5^2}\right) = 1.053\times10^7\ м^{-1}$, откуда

$\lambda2=9{,}50\times10^{-8}$м=95,0нм. Это вторая граница. То есть длина волны должна лежать в пределе $\Delta\lambda$=(95нм; 97.5нм).

$k = 2$ $n = 4$ $Z = 3$ $\lambda = ?$	Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого водородоподобным атомом при переходе электрона с одной орбиты на другую:

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 \times R \times \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$, где $R=1.097\times10^7$ 1/м – постоянная Ридберга, Z – порядковый номер элемента. Подставляем числа.

$$\frac{1}{\lambda} = 3^2 \times 1.097 \times 10^7 \text{ 1/ м} \times \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 1.85 \times 10^7 \text{ 1/ м}$$, откуда искомая длина волны $\lambda=5{,}4\times10^{-8}$ м=54нм.

атом H	Потенциальная энергия электрона на n-ой орбите атома водорода
$Ep = ?$ $Ek = ?$ $E = ?$	

$$Ep = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon \times r} = -\frac{me^4}{4\pi\varepsilon_0{}^2 \times h^2} \times \frac{1}{n^2}$$

На третьей орбите $Ep = -\dfrac{me^4}{4\pi\varepsilon_0{}^2 \times h^2} \times \dfrac{1}{3^2} =$

$$= -\frac{9.1 \times 10^{-31}\text{кг} \times (1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{Кл})^4}{4 \times 3{,}14 \times (8.85 \times 10^{-12}\,\Phi/\text{м})^2 \times (6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{Дж} \times \text{сек})^2} \times \frac{1}{9} = -1{,}53 \times 10^{-19}\,\text{Дж} =$$

=0,96эВ.

Кинетическая энергия $Ek = -\dfrac{mV^2}{2} = \dfrac{me^4}{8\pi\varepsilon_0{}^2 \times h^2} \times \dfrac{1}{n^2} = -\dfrac{Ep}{2}$

Кинетическая энергия на третьей орбите Ek=-Ep/2$= 0.767 \times 10^{-19}$ Дж =0,48эВ.

Полная энергия E=Ek+Ep=-Ek$= -1.53 \times 10^{-19}$ Дж 0,96эВ.

$n = 1$	
$Ek_\infty = 10эВ$	
$Eф = ?$	

Потенциальная энергия электрона на n-ой орбите атома водорода

$Ep = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon\times r} = -\frac{me^4}{4\pi\varepsilon_0{}^2\times h^2}\times\frac{1}{n^2}$. Так как оторванный электрон находится далеко от атома то, считается, что $r=\infty$ и потенциальная энергия его там равна $Ep_\infty=0$.

Кинетическая энергия $Ek = -\frac{mV^2}{2} = \frac{me^4}{8\pi\varepsilon_0{}^2\times h^2}\times\frac{1}{n^2} = -\frac{Ep}{2}$

Полная энергия $E=Ek+Ep== -13.6эВ\times\frac{1}{n^2}$.

Тогда из закона сохранения энергии получаем $Ek_1 + Ep_1 + Eф = Ep_\infty + Ek_\infty$.

Тогда $-13.6эВ\times\frac{1}{1^2} + Eф = 0 + Ek_\infty$. Откуда искомое значение

$Eф = Ek_\infty + 13.6эВ = 10эВ + 13.6эВ = 23{,}6эВ$.

$T = 300$ К
$\lambda = ?$

Наиболее вероятная скорость молекулы равна $V = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}}$, где R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная, T – температура газа, M – молярная масса газа (в нашем случае для азота M=0.028кг/моль).

По определению дебройлевская длина волны равна $\lambda = \dfrac{h}{m \times V}$, где h – постоянная Планка, m – масса молекулы, V – скорость. Поэтому $\lambda = \dfrac{h}{m \times \sqrt{\dfrac{2RT}{M}}}$. Масса молекулы равна $m = \dfrac{M}{N_A}$, где N_A – число Авогадро.

Поэтому $\lambda = \dfrac{h}{\dfrac{M}{N_A} \times \sqrt{\dfrac{2RT}{M}}} = \dfrac{N_A \times h}{\sqrt{2RTM}}$. Подставляем числа.

$$\lambda = \frac{6{,}023 \times 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \times 6.63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{с}}{\sqrt{2 \times 8{,}31\text{Дж}/\text{К} \times \text{моль} \times 300\text{К} \times 0{,}028\text{кг}/\text{моль}}} = 3.38 \times 10^{-11}\ \text{м} = 0{,}338\text{А}.$$

$\lambda1=0{,}2\times10^{-9}$м $\lambda2=0{,}1\times10^{-9}$м	
$\Delta E = ?$	

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k в классическом приближении $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\times m_e\times E_k}}$. В релятивистском случае длину волны нужно вычислять по формуле $\lambda = \frac{h\times c}{\sqrt{(E_k(E_k+2m_e c^2))}}$, где $m_e c^2$ – масса покоя электрона и равна 0,511МэВ. Но в нашем случае кинетические энергии много меньше массы покоя электрона и поэтому можно использовать формулу для классического приближения.

Тогда $\lambda1 = \frac{h}{\sqrt{2\times m_e\times E_{k1}}}$, $\lambda2 = \frac{h}{\sqrt{2\times m_e\times E_{k2}}} = \frac{h}{\sqrt{2\times m_e\times(E_{k1}+\Delta E)}}$.

Из первого уравнения находим $E_{k1} = \frac{h^2}{2\times m_e\times\lambda1^2}$. Из второго

$E_{k1}+\Delta E = \frac{h^2}{2\times m_e\times\lambda2^2}$, откуда $\Delta E = \frac{h^2}{2\times m_e\times\lambda2^2} - E_{k1}$ или

$\Delta E = \frac{h^2}{2\times m_e\times\lambda2^2} - \frac{h^2}{2\times m_e\times\lambda1^2}$. Подставляем числа.

$$\Delta E = \frac{(6.63\times10^{-34}\,\text{Дж}\times\text{с})^2}{2\times9.1\times10^{-31}\text{кг}}\left(\frac{1}{(0.1\times10^{-9}\,\text{м})^2} - \frac{1}{(0.2\times10^{-9}\,\text{м})^2}\right) =$$

$=1{,}81\times10^{-17}$Дж=113эВ.

$T1 = 300\ K$ $\frac{\lambda 1 - \lambda 2}{\lambda 1} = 0.2$ $\Delta T = ?$	

Наиболее вероятная скорость молекулы равна $V = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$, где R=8.31Дж/мольК – молярная газовая постоянная, T – температура газа, M – молярная масса газа.

По определению дебройлевская длина волны равна $\lambda = \frac{h}{m \times V}$, где h – постоянная Планка, m – масса молекулы, V – скорость. Поэтому $\lambda = \frac{h}{m \times \sqrt{\frac{2RT}{M}}}$. Масса молекулы равна $m = \frac{M}{N_A}$, где N_A – число Авогадро.

Поэтому $\lambda = \frac{h}{\frac{M}{N_A} \times \sqrt{\frac{2RT}{M}}} = \frac{N_A \times h}{\sqrt{2RTM}}$.

Поэтому $\frac{\lambda 1 - \lambda 2}{\lambda 1} = 1 - \frac{\lambda 2}{\lambda 1} = 1 - \frac{N_A \times h \times \sqrt{2R \times T2 \times M}}{N_A \times h \times \sqrt{2R \times T1 \times M}} = 0.2$.

Откуда искомая температура равна $T2 = (0.8)^2 \times T1$.

Разность равна $\Delta T = T1 - (0.8)^2 \times T1 = (1 - 0.64) \times T1 = 0.36 \times T1$.

Подставляем числа. $\Delta T = 0.36 \times 300K = 108K$.

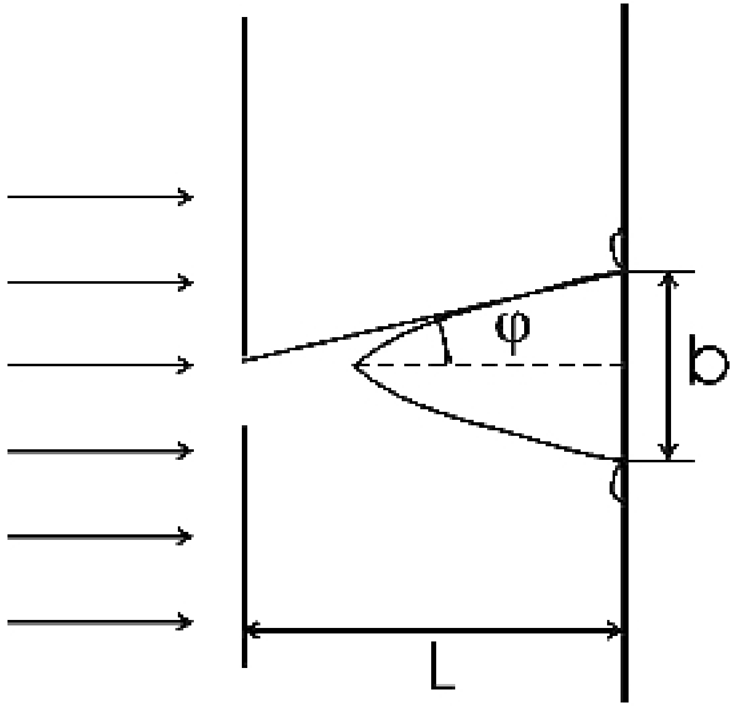
электроны

$a = 0{,}06$ мм

$L=40$ мм

$b= 10$ мкм

$V= ?$



Условие минимума при дифракции на щели шириной a записывается в виде $a \times \sin\varphi = k \times \lambda$. В нашем случае k=1, поэтому $a \times \sin\varphi = \lambda$, откуда $\sin\varphi = \frac{\lambda}{a}$.

Ввиду малости угла φ можно заменить sinφ на tgφ, который в свою очередь равен $\mathrm{tg}\varphi = \frac{b}{2 \times L}$ (см. рис.). Поэтому $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi = \frac{b}{2 \times L} = \frac{\lambda}{a}$. Откуда ширина максимума $b = \frac{2 \times \lambda \times L}{a}$. Она пропорциональна длине волны.

Для определения длины волны будем использовать формулу де Бройля в классическом приближении $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \times V}$.

Подставляем и получаем $b = \frac{2 \times h \times L}{a \times m \times V}$. Откуда скорость равна $V = \frac{2 \times h \times L}{a \times m \times b}$.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$V = \frac{2 \times 6.63 \times 10^{-34}\,\text{Дж} \times \text{с} \times 0{,}04\text{м}}{0{,}06 \times 10^{-3}\,\text{м} \times 9{,}1 \times 10^{-31}\,\text{кг} \times 10 \times 10^{-6}\,\text{м}} = 9{,}7 \times 10^{4}\,\text{м/с} = 97\text{км/с}.$$

электрон $\dfrac{\lambda_{нерел} - \lambda_{рел}}{\lambda_{рел}} = 0{,}1$ $Ek = ?$	Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k в классическом приближении $\lambda_{нерел} = \dfrac{h}{\sqrt{2 \times m \times E_k}}$. В релятивистском случае длину волны нужно вычислять по формуле $\lambda_{рел} = \dfrac{h \times c}{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_e c^2))}}$, где $m_e c^2$ – масса покоя электрона и равна 0,511МэВ.

Тогда $\dfrac{\dfrac{h}{\sqrt{2 \times m \times E_k}} - \dfrac{h \times c}{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_e c^2))}}}{\dfrac{h \times c}{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_e c^2))}}} = 0{,}1$.

Упрощаем: $\dfrac{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_e c^2))}}{c \times \sqrt{2 \times m \times E_k}} - 1 = 0{,}1$.

Откуда $\dfrac{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_e c^2))}}{c \times \sqrt{2 \times m \times E_k}} = \dfrac{\sqrt{(E_k + 2m_e c^2)}}{c \times \sqrt{2 \times m}} = 1{,}1$.

Поэтому искомая энергия равна

$E_k = (1{,}1 \times c)^2 \times 2 \times m_e - 2m_e c^2 = 0.42 \times m_e \times c^2$.

Подставляем числа. $E_k = 0.42 \times 0.511 МэВ = 0{,}215 МэВ$.

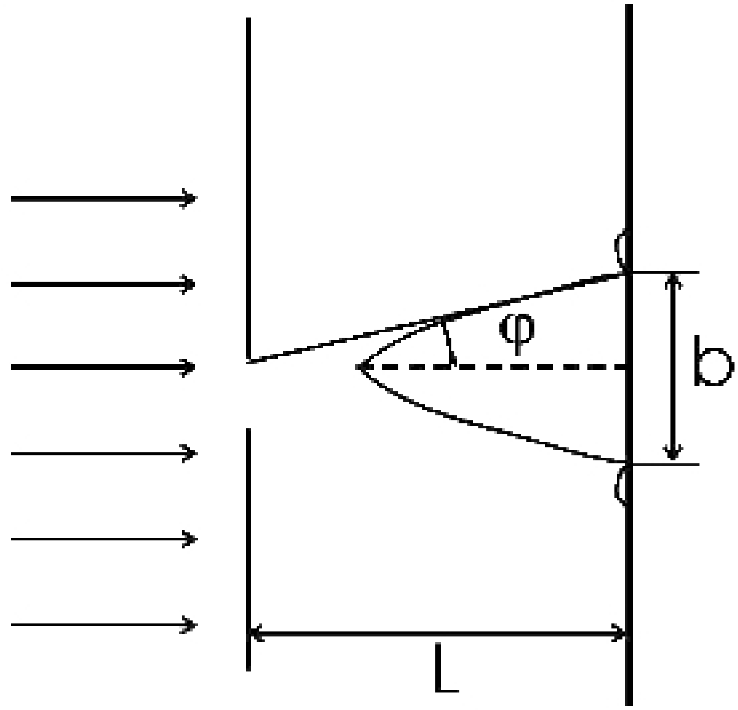
электроны

a = 0,1 мм

L=0.5 м

b= 10 мкм

U= ?



Условие минимума при дифракции на щели шириной a записывается в виде $a \times \sin\varphi = k \times \lambda$. В нашем случае k=1, поэтому $a \times \sin\varphi = \lambda$, откуда $\sin\varphi = \frac{\lambda}{a}$.

Ввиду малости угла φ можно заменить sinφ на tgφ, который в свою очередь равен $\mathrm{tg}\varphi = \frac{b}{2 \times L}$ (см. рис.). Поэтому $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi = \frac{b}{2 \times L} = \frac{\lambda}{a}$. Откуда длина волны $\lambda = \frac{b \times a}{2 \times L}$.

Характеристическое рентгеновское излучение наблюдается всякий раз, когда заполняются места во внутренних слоях электронной оболочки атома, освобожденные электронами вследствие вырывания их бомбардирующими антикатод электронами. Энергия, необходимая для возбуждения какой-либо серии *(K, L, M, ...)*, определяется работой вырывания электрона из соответствующего слоя и равна максимальной энергии кванта, соответствующего этой серии. Из закона сохранения энергии находим $e \times U = h \times \nu = h \times \frac{c}{\lambda}$, где U – прикладываемое напряжение. Откуда искомое напряжение равно $U = \frac{h \times c}{\lambda \times e}$. Подставляем длину волны и получаем

$U = \frac{h \times c \times 2 \times L}{b \times a \times e}$. Подставляем числа.

$$U = \frac{6.63 \times 10^{-34}\,\text{Дж} \times \text{с} \times 3 \times 10^{8}\,\text{м/с} \times 2 \times 0.5\text{м}}{10 \times 10^{-6}\,\text{м} \times 0{,}1 \times 10^{-3}\,\text{м} \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{Кл}} = 1240\text{В} = 1{,}24\text{кВ}.$$

$\frac{\lambda 1}{\lambda 2} = 3$ $E_{k1} = 1$ кэВ	
$\Delta E = ?$	

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k в классическом приближении $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times E_k}}$. В релятивистском случае длину волны нужно вычислять по формуле $\lambda = \frac{h \times c}{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_e c^2))}}$, где $m_e c^2$ – масса покоя электрона и равна 0,511МэВ. Но в нашем случае кинетические энергии много меньше массы покоя электрона и поэтому можно использовать формулу для классического приближения.

Тогда $\lambda 1 = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times E_{k1}}}$, $\lambda 2 = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times E_{k2}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times (E_{k1} + \Delta E)}}$.

Поделим первое уравнение на второе

$$\frac{\lambda 1}{\lambda 2} = \frac{h \times \sqrt{2 \times m_e \times (E_{k1} + \Delta E)}}{h \times \sqrt{2 \times m_e \times E_{k1}}} = \sqrt{1 + \frac{\Delta E}{E_{k1}}}.$$

Откуда находим искомую величину $\Delta E = \left[\left(\frac{\lambda 1}{\lambda 2} \right)^2 - 1 \right] \times E_{k1}$.

Подставляем числа. $\Delta E = \left[(3)^2 - 1 \right] \times 1\text{кэВ} = 8\text{кэВ}$.

$U=1кВ$ протон α-частица $\lambda p = ?$ $\lambda_\alpha = ?$	

После прохождения зарядом разности потенциалов U его кинетическая энергия становится равной: $Ek = q \times U$, где q – заряд.

Для протона $Ekp = e \times U$, для α-частицы $Ek\alpha = 2 \times e \times U$.

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k в классическом приближении $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times E_k}}$. В релятивистском случае длину волны нужно вычислять по формуле $\lambda = \frac{h \times c}{\sqrt{(E_k(E_k + 2m_e c^2))}}$, где $m_e c^2$ – масса покоя электрона и равна 0,511МэВ. Но в нашем случае кинетическая энергия будет много меньше массы покоя электрона и поэтому можно использовать формулу для классического приближения.

Поэтому

$$\lambda p = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times E_{kp}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \times m_e \times e \times U}}$$

Подставляем числа. $\lambda p \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \times c}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ кг} \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ Кл} \times 1000В}} =$

$= 9{,}07 \times 10^{-13}$ м.

$$\lambda_\alpha = \frac{h}{\sqrt{2 \times 4m_p \times E_{k\alpha}}} = \frac{h}{\sqrt{16 \times m_e \times e \times U}}$$

Подставляем числа. $\lambda_\alpha = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \times c}{\sqrt{16 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ кг} \times 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ Кл} \times 1000В}} =$

$= 3{,}2 \times 10^{-13}$ м.

Дано	Решение
$E_k = 1{,}02$ МэВ $E_k' = 0{,}5 \times E_k$ $\lambda'/\lambda = ?$	

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k в классическом приближении $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2 \times m \times E_k}}$. В релятивистском случае длину волны нужно вычислять по формуле $\lambda = \dfrac{h \times c}{\sqrt{(E_k(E_k + 2m_e c^2))}}$, где $m_e c^2$ – масса покоя электрона и равна 0,511МэВ. В нашем случае кинетическая энергия Ek сравнима с массой покоя электрона и поэтому нужно использовать формулу для релятивистского случая. Тогда $\lambda = \dfrac{h \times c}{\sqrt{(E_k(E_k + 2m_e c^2))}}$ и

$$\lambda' = \frac{h \times c}{\sqrt{(E'_k \times (E'_k + 2m_e c^2))}} = \frac{h \times c}{\sqrt{(0.5E_k \times (0.5E_k + 2m_e c^2))}}$$

. Поэтому искомая величина равна

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\sqrt{(E_k(E_k + 2m_e c^2))}}{\sqrt{(0.5E_k \times (0.5E_k + 2m_e c^2))}} = \sqrt{\frac{(E_k + 2m_e c^2)}{0.5 \times (0.5E_k + 2m_e c^2)}}.$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{(1.02\text{МэВ} + 2 \times 0.51\text{МэВ})}{0.5 \times (0.5 \times 1.02\text{МэВ} + 2 \times 0.51\text{МэВ})}} = 1{,}63$$

. То есть увеличится в 1,63раз.

$E_k=2m_0c$
$\lambda = ?$

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k в классическом приближении $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2 \times m \times E_k}}$. В релятивистском случае длину волны нужно вычислять по формуле $\lambda = \dfrac{h \times c}{\sqrt{(E_k (E_k + 2m_0c^2))}}$, где m_0c^2 – масса покоя электрона и равна 0,511МэВ. Но в нашем случае кинетическая энергия $E_k=2m_0c$ больше энергии покоя электрона и поэтому нужно использовать релятивистскую формулу.

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\lambda = \frac{h \times c}{\sqrt{2m_0 \times c^2 \times (2m_0 \times c^2 + 2m_0 \times c^2)}} = \frac{h \times c}{m_0 \times c^2 \times \sqrt{8}}.$$

Подставляем числа. $\lambda = \dfrac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \times \text{с} \times 3 \times 10^{8} \text{ м/с}}{0,511 \times 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж} \times \sqrt{8}} = 8.6 \times 10^{-13}$ м.

$R=\Delta x=0.05$нм
$\Delta E=?$

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить неточность в определении импульса электрона $\Delta p = \dfrac{h}{2\pi \times \Delta x}$.

Энергия частицы связана с импульсом соотношением: $E = \dfrac{p^2}{2 \times m}$. Откуда

можно получить $\Delta E = \dfrac{(\Delta p)^2}{2 \times m} = \dfrac{h^2}{(2\pi \times \Delta x)^2 \times 2 \times m}$. Подставляем числа.

$$\Delta E = \frac{\left(6.63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{сек}\right)^2}{\left(2 \times 3{,}14 \times 0.05 \times 10^{-9}\ \text{м}\right)^2 \times 2 \times 9.1 \times 10^{-31}\,\text{кг}} = 2.45 \times 10^{-18}\ \text{Дж} = 15.3\text{эВ}.$$

$L = 1$ мкм
$\Delta Ve = ?$ $\Delta Vp = ?$

Электрон и протон будут находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = L$. Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить неточность в определении импульса $\Delta p = \dfrac{h}{2\pi \times \Delta x} = \dfrac{h}{2\pi \times L}$.

Импульс равен по определению $p = m \times V$, поэтому $\Delta p = m \times \Delta V$. Тогда

$m \times \Delta V = \dfrac{h}{2\pi \times L}$. Откуда $\Delta V = \dfrac{h}{2\pi \times m \times L}$. Подставляем числа.

$$\Delta Ve = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{с}}{2\pi \times 9.1 \times 10^{-31}\ \text{кг} \times 10^{-6}\ \text{м}} = 116\text{м/с}.$$

$$\Delta Vp = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{с}}{2\pi \times 1.67 \times 10^{-27}\ \text{кг} \times 10^{-6}\ \text{м}} = 0{,}06\text{м/с}.$$

$\Delta x = 10^{-13}$ см	
$T = ?$	

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить неточность в определении импульса электрона $\Delta p = \dfrac{h}{2\pi \times \Delta x}$.

Кинетическая энергия частицы связана с импульсом соотношением: $T = \dfrac{p^2}{2 \times m}$. Откуда можно получить $\Delta T = \dfrac{(\Delta p)^2}{2 \times m} = \dfrac{h^2}{(2\pi \times \Delta x)^2 \times 2 \times m}$.

Кинетическая энергия T не должна быть меньше ΔT. Поэтому минимальная энергия равна $T = \Delta T = \dfrac{h^2}{(2\pi \times \Delta x)^2 \times 2 \times m}$

Подставляем числа.

$$T = \frac{(6.63 \times 10^{-34}\ Дж \times сек)^2}{(2 \times 3{,}14 \times 10^{-15}\ м)^2 \times 2 \times 1.67 \times 10^{-27}\ кг} = 3.33 \times 10^{-12}\ Дж = 20.8 МэВ.$$

$T=10эВ$	
$L=?$	

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить неточность в определении импульса электрона $\Delta p = \dfrac{h}{2\pi \times \Delta x}$.

Кинетическая энергия частицы связана с импульсом соотношением: $T = \dfrac{p^2}{2 \times m}$.

Откуда можно получить $T = \dfrac{(\Delta p)^2}{2 \times m} = \dfrac{h^2}{(2\pi \times \Delta x)^2 \times 2 \times m}$.

Тогда $\Delta x = \dfrac{h}{2\pi} \times \sqrt{\dfrac{1}{T \times 2 \times m}}$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta x = \frac{6.63 \times 10^{-34}\,Дж \times c}{2\pi} \times \sqrt{\frac{1}{(10 \times 1.6 \times 10^{-19}\,Дж) \times 2 \times 9{,}1 \times 10^{-31}\,кг}} = 6{,}2 \times 10^{-11}\,м.$$

$T=8$ МэВ
$L=?$

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить неточность в определении импульса электрона $\Delta p = \dfrac{h}{2\pi \times \Delta x}$.

Кинетическая энергия частицы связана с импульсом соотношением: $T = \dfrac{p^2}{2 \times m}$. Откуда можно получить $T = \dfrac{(\Delta p)^2}{2 \times m} = \dfrac{h^2}{(2\pi \times \Delta x)^2 \times 2 \times m}$.

Тогда $\Delta x = \dfrac{h}{2\pi} \times \sqrt{\dfrac{1}{T \times 2 \times m}}$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$\Delta x = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ Дж \times с}{2\pi} \times \sqrt{\frac{1}{(10 \times 1.6 \times 10^{-19}\ Дж) \times 2 \times 9{,}1 \times 10^{-31}\ кг}} =$$

$$= 8.07 \times 10^{-16}\ м$$

$\Delta t = 10^{-8}$ с $\lambda = 600$ нм	
$\Delta\lambda = ?$	

Из соотношения неопределенности имеем $\Delta E \times \Delta t = \dfrac{h}{2\pi}$.

При переходе с второго уровня на первый имеем $\Delta E = h \times (\nu_2 - \nu_1)$, где частоты равны по определению $\nu_1 = \dfrac{c}{\lambda_1}$ и $\nu_2 = \dfrac{c}{\lambda_2}$. Подставляем и получаем

$$\Delta E = h \times \left(\frac{c}{\lambda_2} - \frac{c}{\lambda_1}\right) = \frac{h \times c \times (\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \times \lambda_2} = \frac{h \times c \times \Delta\lambda}{\lambda_1 \times \lambda_2}.$$

Так как средняя длина волны $\lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$, то $\Delta E = \dfrac{h \times c \times \Delta\lambda}{\lambda^2}$. Подставляем в $\Delta E \times \Delta t = \dfrac{h}{2\pi}$ и получаем $\dfrac{h \times c \times \Delta\lambda}{\lambda^2} \times \Delta t = \dfrac{h}{2\pi}$.

Откуда ширина равна $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda^2}{2\pi \times c \times \Delta t}$. Подставляем числа.

$$\Delta\lambda = \frac{(600 \times 10^{-9}\ \text{м})^2}{2\pi \times 3 \times 10^8\ \text{м/с} \times 10^{-8}\ \text{с}} = 1{,}9 \times 10^{-14}\ \text{м}.$$

атом водорода	По определению $E = \frac{p^2}{2 \times m}$. Отсюда $p = \sqrt{2 \times m \times E}$. Неточность определения импульса не должна превышать самого значения импульса т.е. максимально возможная неточность $\Delta p = p = \sqrt{2 \times m \times E}$
$\Delta x = ?$	

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить минимально возможные размеры атома $\Delta x = \frac{h}{2\pi \times \Delta p} = \frac{h}{2\pi \times \sqrt{2 \times m \times E}}$

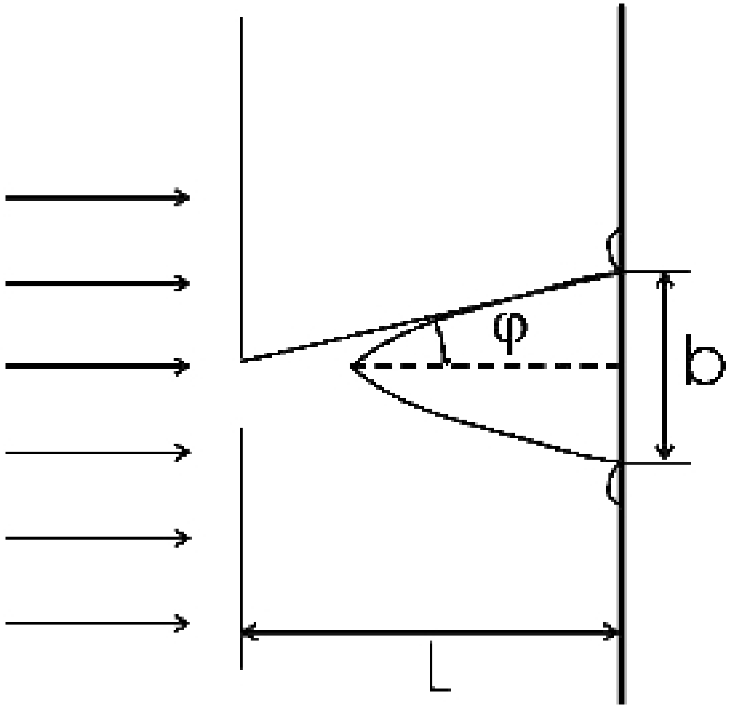
Известно, что энергия электрона на 1-ой орбите атома водорода (основное состояние) равна 13,6эВ.

Подставляем числа.

$$\Delta x = \frac{6.67 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{сек}}{2 \times 3{,}14 \times \sqrt{2 \times 9{,}1 \times 10^{-31}\ \text{кг} \times 13.6 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{Дж}}} = 5{,}3 \times 10^{-11}\ \text{м} = 0{,}53\text{А}$$

электроны
L=0.5 м
$r=b/2=10^{-3}$см
U=20 кВ

$r/\Delta x=?$



По определению энергия частицы $E=\dfrac{p^2}{2\times m}$. Отсюда $p=\sqrt{2\times m\times E}$. Неточность определения импульса не должна превышать самого значения импульса т.е. максимально возможная неточность $\Delta p=p=\sqrt{2\times m\times E}$

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x\times\Delta p\geq\hbar$ можно оценить минимально неопределенность координаты $\Delta x=\dfrac{h}{2\pi\times\Delta p}=\dfrac{h}{2\pi\times\sqrt{2\times m\times E}}$

Из закона сохранения энергии находим $E=e\times U$, где U – прикладываемое напряжение. Поэтому $\Delta x=\dfrac{h}{2\pi\times\sqrt{2\times m\times e\times U}}$.

Тогда искомое отношение равно $\dfrac{r}{\Delta x}=\dfrac{r\times 2\pi\times\sqrt{2\times m\times e\times U}}{h}$.

Подставляем числа.

$$\frac{r}{\Delta x}=\frac{10^{-5}\,\text{м}\times 2\pi\times\sqrt{2\times 9{,}1\times 10^{-31}\,\text{кг}\times 1{,}6\times 10^{-19}\,\text{Кл}\times 20000\text{В}}}{6{,}63\times 10^{-34}\,\text{Дж}\times\text{с}}=7{,}22\times 10^{6}.$$

Дано	Решение
$\Delta t = 10^{-8}$ с $\lambda = 400$ нм	Из соотношения неопределенности имеем $\Delta E \times \Delta t = \dfrac{h}{2\pi}$.
$\Delta\lambda/\lambda = ?$	

При переходе с второго уровня на первый имеем $\Delta E = h \times (\nu_2 - \nu_1)$, где частоты равны по определению $\nu_1 = \dfrac{c}{\lambda_1}$ и $\nu_2 = \dfrac{c}{\lambda_2}$. Подставляем и получаем

$$\Delta E = h \times \left(\frac{c}{\lambda_2} - \frac{c}{\lambda_1} \right) = \frac{h \times c \times (\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \times \lambda_2} = \frac{h \times c \times \Delta\lambda}{\lambda_1 \times \lambda_2}.$$

Так как средняя длина волны $\lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$, то $\Delta E = \dfrac{h \times c \times \Delta\lambda}{\lambda^2}$. Подставляем в

$\Delta E \times \Delta t = \dfrac{h}{2\pi}$ и получаем $\dfrac{h \times c \times \Delta\lambda}{\lambda^2} \times \Delta t = \dfrac{h}{2\pi}$.

Откуда искомая величина $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{\lambda}{2\pi \times c \times \Delta t}$. Подставляем числа.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{400 \times 10^{-9} \text{ м}}{2\pi \times 3 \times 10^{8} \text{ м/с} \times 10^{-8} \text{ с}} = 2.1 \times 10^{-8} \text{ м}.$$

атом водорода
Tmin = ?

По определению $E = \frac{p^2}{2 \times m}$. Отсюда $p = \sqrt{2 \times m \times E}$. Неточность определения импульса не должна превышать самого значения импульса т.е. максимально возможная неточность $\Delta p = p = \sqrt{2 \times m \times E}$

Из уравнения Гейзенберга $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar$ можно оценить минимально возможные размеры атома $\Delta x = \frac{h}{2\pi \times \Delta p} = \frac{h}{2\pi \times \sqrt{2 \times m \times E}}$. Откуда энергия равна $T_{min} = E = \frac{h^2}{(\Delta x \times 2\pi)^2 \times 2 \times m}$.

Известно, что радиус электрона на 1-ой орбите атома водорода (основное состояние) равен $0{,}53 \times 10^{-10}$м.

Подставляем числа.

$$T_{min} = \frac{(6.67 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{сек})^2}{(0.53 \times 10^{-10}\ \text{м} \times 2 \times 3{,}14)^2 \times 2 \times 9{,}1 \times 10^{-31}\ \text{кг}} = 2.2 \times 10^{-18}\ \text{Дж} = 13{,}8\text{эВ}.$$

По модулю значение максимальное, но так как нулевая энергия электрона на бесконечности от ядра атома, то энергия электрона должна быть отрицательной Tmin = –13.8эВ.

Дано	Решение
$n=2$ $n=5$ $n=\infty$ $\frac{\Delta E_{n,n+1}}{E_n} = ?$	Решаем одномерное стационарное уравнение Шредингера $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$, где $\psi=\psi(x)$, E – полная энергия частицы; $U(x) = \begin{matrix} 0, x<1 \\ \infty, x>1 \end{matrix}$ - потенциальная энергия. Получаем значение энергии частицы E_n, находящейся на n-м энергетическом уровне $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2$, $(n=1,2,3\ldots)$.

Тогда разность равна $\Delta E_{n,n+1} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}((n+1)^2 - n^2) = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}(2n+1)$.

Поэтому отношение равно $\frac{\Delta E_{n,n+1}}{E_n} = \frac{(2n+1)}{n^2}$.

$$\left.\frac{\Delta E_{n,n+1}}{E_n}\right|_{n=2} = \frac{(2\times 2+1)}{2^2} = 1.25.$$

$$\left.\frac{\Delta E_{n,n+1}}{E_n}\right|_{n=5} = \frac{(2\times 5+1)}{5^2} = 0.44.$$

$$\left.\frac{\Delta E_{n,n+1}}{E_n}\right|_{n\to\infty} = \left.\frac{(2\times n+1)}{n^2}\right|_{n\to\infty} = 0.$$

$l = 0{,}1$ нм	Если яма шириной l, то электрон находится где-то в области с неопределенностью $\Delta x = \frac{l}{2}$. Из закона неопределенности $\Delta x \times m \times \Delta V = \hbar$, откуда $\Delta V = \frac{\hbar}{m \times \Delta x}$. Тогда неопределенность энергии $\Delta E = \frac{m \times (\Delta V)^2}{2} = \frac{m \times \hbar^2}{2 \times m^2 \times \Delta x^2} = \frac{4 \times \hbar^2}{2 \times m \times l^2} = \frac{2 \times \hbar^2}{m \times l^2}$. Подставляем числа. $\Delta E = \frac{2 \times (1.05 \times 10^{-34}\ \text{Дж} \times \text{сек})^2}{9{,}1 \times 10^{-31}\ \text{кг} \times (0{,}1 \times 10^{-9}\ \text{м})^2} = 2{,}42 \times 10^{-18}\ \text{Дж} = 15.1\text{эВ}$.
$\Delta E = ?$	

L $n = 3$	
минимум - ? максимум - ?	

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до $x+dx$ (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(x)|^2 dx$, где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности.

Так как частица находится в потенциальном ящике шириной L, то $\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$. А так как $n=3$, то $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$. Для того чтобы найти экстремумы (минимумы и максимумы) необходимо производную $|\psi(x)|^2$ по x приравнять к нулю.

$$\frac{d\left(|\psi(x)|^2\right)}{dx} = \frac{d\left(C^2\sin^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)\right)}{dx} = C^2 \times \frac{3\pi}{L} \times 2\sin\left(\frac{3\pi}{L}x\right) \times \cos\left(\frac{3\pi}{L}x\right) =$$

$$= C^2 \times \frac{3\pi}{L} \times \sin\left(\frac{6\pi}{L}x\right) = 0$$. Откуда $x=0$; $L/6$; $L/3$; $L/2$; $2L/3$, $5L/6$, L.

Очевидно, что в точках $x=0$; $L/3$; $2L/3$, L функция $|\psi(x)|^2$ минимальна и равна 0.

Наоборот в точках $x= L/6$; $L/2$, $5L/6$ функция максимальна и равна C^2.

$n = 1$

$\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$

$[L/4;\ 3L/4]$

$W = ?$

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до x+dx (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(x)|^2 dx$, где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности. Тогда вероятность обнаружить частицу в интервале от x1 до x2: $W = \int\limits_{x1}^{x2} |\psi(x)|^2 dx$. В нашем случае

$$W = \int\limits_{L/4}^{3L/4} |\psi(x)|^2 dx$$

Так как частица находится в потенциальном ящике шириной L, то $\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$. А так как n=1, то $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$. Нужно найти константу C из условий нормировки.

Условие нормировки заключается в том, что вероятность обнаружить частицу в интервале от 0 до L (в потенциальном ящике) равна единице. То есть $\int\limits_0^L |\psi(x)|^2 dx = \int\limits_0^L \left|C\sin\frac{\pi n x}{L}\right|^2 dx = 1$. Откуда получаем

$$C^2 = \frac{1}{\int\limits_0^L \left|\sin\frac{\pi n x}{L}\right|^2 dx} = \frac{1}{\int\limits_0^L \sin^2\frac{\pi n x}{L}dx} = \frac{1}{\int\limits_0^L \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi n x}{L}\right]dx} = \frac{1}{\int\limits_0^L \left[\frac{1}{2}\right]dx} = \frac{1}{\frac{L}{2}} = \frac{2}{L}$$

.

(Мы учли что $\int\limits_0^L \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi n x}{L}dx = 0$, так как полный интеграл от периодической функции косинуса (или синуса) равна нулю).

Откуда $C = \sqrt{\frac{2}{L}}$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$ и

$$W = \int\limits_{L/4}^{3L/4} \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)dx = \frac{2}{L}\int\limits_{L/4}^{3L/4}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{L}\right]dx =$$

$$= \frac{1}{L}\left[\frac{3L}{4} - \frac{L}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{L}\times\frac{3L}{4}\right) - \left(\frac{L}{4} - \frac{L}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{L}\times\frac{L}{4}\right)\right)\right] = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{2\pi} = 0.818.$$

$n = 1$ $\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$ Интервал: [0; 1/4L]	
$W = ?$	

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до x+dx (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(x)|^2 dx$, где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности. Тогда вероятность обнаружить частицу в интервале от x1 до x2: $W = \int_{x1}^{x2} |\psi(x)|^2 dx$. В нашем случае

$$W = \int_0^{L/4} |\psi(x)|^2 dx$$

Так как частица находится в потенциальном ящике шириной L, то $\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$. А так как n=1, то $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$. Нужно найти константу C из условий нормировки.

Условие нормировки заключается в том, что вероятность обнаружить частицу в интервале от 0 до L (в потенциальном ящике) равна единице. То есть $\int_0^L |\psi(x)|^2 dx = \int_0^L \left|C\sin\frac{\pi n x}{L}\right|^2 dx = 1$. Откуда получаем

$$C^2 = \frac{1}{\int_0^L \left|\sin\frac{\pi n x}{L}\right|^2 dx} = \frac{1}{\int_0^L \sin^2\frac{\pi n x}{L} dx} = \frac{1}{\int_0^L \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi n x}{L}\right] dx} = \frac{1}{\int_0^L \left[\frac{1}{2}\right] dx} = \frac{1}{\frac{L}{2}} = \frac{2}{L}$$

.

(Мы учли что $\int_0^L \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi n x}{L} dx = 0$, так как полный интеграл от периодической функции косинуса (или синуса) равна нулю).

Откуда $C = \sqrt{\frac{2}{L}}$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$ и

$$W = \int_0^{L/4} \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right) dx = \frac{2}{L}\int_0^{L/4}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{L}\right] dx =$$

$$= \frac{1}{L}\left[\left(\frac{L}{4} - \frac{L}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{L}\times\frac{L}{4}\right)\right) - \left(0 - \frac{L}{2\pi}\sin(0)\right)\right] = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}\right) = 0.091.$$

$\psi(r) = A \times e^{-r/a_0}$
$r_{н.в.}=?$

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от r до $r+dr$ (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(r)|^2 dr$, где $|\psi(r)|^2$ - плотность вероятности.

Для нахождения наиболее вероятного расстояния нужно найти максимум функции $|r \times \psi(r)|^2 = |Ar \times e^{-r/a_0}|^2 = A^2 r^2 e^{-2r/a_0}$.

Для этого возьмем производную и приравняем ее к нулю:

$$\frac{d|\psi(r)|^2}{dr} = \frac{d|A^2 r^2 e^{-2r/a_0}|}{dr} = A^2 \times 2re^{-2r/a_0} - \frac{2A^2 r^2}{a_0} e^{-2r/a_0} = 0$$

Откуда $\frac{r_{н.в.}}{a_0} = 1$. То есть для основного состояния наиболее вероятное расстояние электрона от ядра находится при $r_{н.в.}=a_0=0.53$Å.

$n = 1$

$\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$

Интервал:

$[0;\ 1/3L]$

$[0;\ 1/4L]$

$W1/W2 = ?$

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до x+dx (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(x)|^2 dx$, где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности. Тогда вероятность обнаружить частицу в интервале от x1 до x2: $W = \int_{x1}^{x2} |\psi(x)|^2 dx$. В нашем случае $W2 = \int_0^{L/4} |\psi(x)|^2 dx$

Так как частица находится в потенциальном ящике шириной L, то $\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$. А так как n=1, то $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$. Нужно найти константу C из условий нормировки.

Условие нормировки заключается в том, что вероятность обнаружить частицу в интервале от 0 до L (в потенциальном ящике) равна единице. То есть $\int_0^L |\psi(x)|^2 dx = \int_0^L \left|C\sin\frac{\pi nx}{L}\right|^2 dx = 1$. Откуда получаем

$$C^2 = \frac{1}{\int_0^L \left|\sin\frac{\pi nx}{L}\right|^2 dx} = \frac{1}{\int_0^L \sin^2\frac{\pi nx}{L}dx} = \frac{1}{\int_0^L \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi nx}{L}\right]dx} = \frac{1}{\int_0^L \left[\frac{1}{2}\right]dx} = \frac{1}{\frac{L}{2}} = \frac{2}{L}.$$

(Мы учли что $\int_0^L \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi nx}{L}dx = 0$, так как полный интеграл от периодической функции косинуса (или синуса) равна нулю).

Откуда $C = \sqrt{\frac{2}{L}}$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$ и

$$W2 = \int_0^{L/4} \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)dx = \frac{2}{L}\int_0^{L/4}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{L}\right]dx =$$

$$= \frac{1}{L}\left[\left(\frac{L}{4} - \frac{L}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{L}\times\frac{L}{4}\right)\right) - \left(0 - \frac{L}{2\pi}\sin(0)\right)\right] = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}\right) = 0.091.$$

С другой стороны $W1 = \int_0^{L/3} |\psi(x)|^2 dx$. Вычисляем

$$W1 = \int_0^{L/3} \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)dx = \frac{2}{L}\int_0^{L/3}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\frac{2\pi x}{L}\right]dx =$$

$$= \frac{1}{L}\left[\left(\frac{L}{3} - \frac{L}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{L}\times\frac{L}{3}\right)\right) - \left(0 - \frac{L}{2\pi}\sin(0)\right)\right] = \left(\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\right) = 0.195$$

Тогда отношение равно $\frac{W1}{W2} = \frac{0.195}{0.091} = 2.14$.

$\psi(r) = A\times e^{-r/a_0}$
$<F>=?$

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от r до r+dr (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(r)|^2 dr$, где $|\psi(r)|^2$ - плотность вероятности.

Для нахождения среднее значение <F> кулоновской силы нужно найти интеграл

$$< F >= \int_0^\infty |\psi(r)|^2 \times \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \times r^2} dr = \int_0^\infty \frac{A^2 e^2 e^{-2r/a_0}}{4\pi\varepsilon_0 \times r^2} dr = \frac{A^2 e^2}{2\pi\varepsilon_0 \times a_0} \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t^2} dt .$$

Нужно найти константу A из условий нормировки.

Условие нормировки заключается в том, что вероятность обнаружить частицу в интервале от 0 до ∞ равна единице. То есть $\int_0^\infty |\psi(x)|^2 dx = \int_0^\infty \left|Ae^{-r/a_0}\right|^2 dx = \int_0^\infty A^2 e^{-2r/a_0} dx = 1$. Откуда получаем

$$-\frac{A^2 \times a_0}{2} \times e^{-2r/a_0}\Big|_0^\infty = \frac{A^2 \times a_0}{2} = 1.$$ Поэтому константа равна $A = \sqrt{\frac{2}{a_0}}$. Подставляем в

$$< F >= \frac{2e^2}{2\pi\varepsilon_0 \times a_0{}^2} \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t^2} dt = \frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 \times a_0{}^2} \times \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t^2} dt .$$

Подставляем числа.

$$< F >= \frac{(1.6\times 10^{-19}\text{ Кл})^2}{\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\text{ Ф/м} \times (0.53\times 10^{-10}\text{ м})^2} \times \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t^2} dt =$$

$$= 3{,}3\times 10^{-7}\text{ Н} \times \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{t^2} dt .$$

L $n = 2$ $n = 3$ W1=W2	
$x = ?$	

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до x+dx (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(x)|^2 dx$, где $|\psi(x)|^2$ - плотность вероятности.

Так как частица находится в потенциальном ящике шириной L, то $\psi(x) = C\sin\frac{\pi n}{L}x$. Поэтому $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$. А так как n=2, то W1= $|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$.

Так как для другого уровня n=3, то W2=$|\psi(x)|^2 = C^2\sin^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$.

Из условий известно, что $C^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right) = C^2\sin^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$.

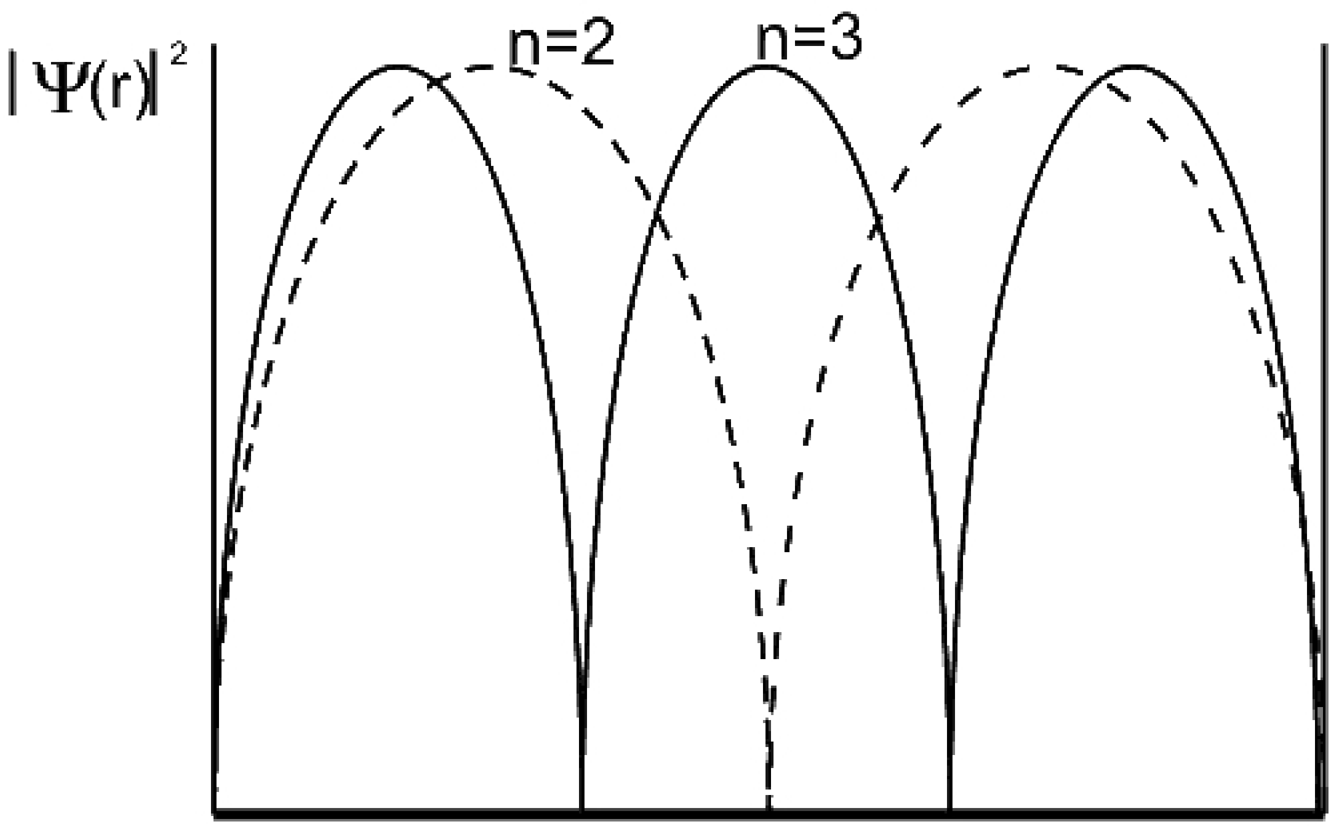
Откуда $\left|\sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right)\right| = \left|\sin\left(\frac{3\pi}{L}x\right)\right|$.

Уравнение имеет решение при $\pm\frac{2\pi}{L}x + n\pi = \frac{3\pi}{L}x$.

То есть $\frac{2\pi}{L}x + n\pi = \frac{3\pi}{L}x$, откуда $x = nL$, а, следовательно, x=0 и x=L.

И второе решение $-\frac{2\pi}{L}x + n\pi = \frac{3\pi}{L}x$, откуда $x = \frac{nL}{5}$.

Поэтому x=0; L/5; 2L/5; 3L/5; 4L/5; L.



$\psi(r) = A \times e^{-r/a_0}$
$<\Pi>=?$

Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от r до r+dr (в одномерном случае) выражается формулой $dW = |\psi(r)|^2 dr$, где $|\psi(r)|^2$ - плотность вероятности.

Для нахождения средней потенциальной энергии <П> нужно найти интеграл

$$<\Pi>= -\int_0^\infty |\psi(r)|^2 \times \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \times r} dr = \int_0^\infty \frac{A^2 e^2 \times e^{-2r/a_0}}{4\pi\varepsilon_0 \times r} dr = \frac{A^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^\infty \frac{e^{-2r/a_0}}{r} dr .$$

Вычисляем $<\Pi>= \frac{A^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^\infty t^{-1} \times e^{-t} dt$.

Нужно найти константу A из условий нормировки.

Условие нормировки заключается в том, что вероятность обнаружить частицу в интервале от 0 до ∞ равна единице. То есть $\int_0^\infty |\psi(x)|^2 dx = \int_0^\infty \left|Ae^{-r/a_0}\right|^2 dx = \int_0^\infty A^2 e^{-2r/a_0} dx = 1$. Откуда получаем

$-\frac{A^2 \times a_0}{2} \times e^{-2r/a_0} \Big|_0^\infty = \frac{A^2 \times a_0}{2} = 1$. Поэтому константа равна $A = \sqrt{\frac{2}{a_0}}$.

Подставляем в

$$<\Pi>= \frac{A^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0} \times \int_0^\infty t^{-1} \times e^{-t} dt = \frac{2e^2}{a_0 \times 4\pi\varepsilon_0} \times \int_0^\infty t^{-1} \times e^{-t} dt = \frac{e^2}{2\pi\varepsilon_0 \times a_0} \times \int_0^\infty t^{-1} \times e^{-t} dt .$$

Подставляем числа. $<\Pi>= \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ Кл)^2}{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}\ Ф/м \times 0.53 \times 10^{-10}\ м} \times \int_0^\infty t^{-1} \times e^{-t} dt =$

$= 8{,}7 \times 10^{-18}\ Дж \times \int_0^\infty t^{-1} \times e^{-t} dt .$

Дано	Решение
$\dfrac{A_0 - A}{A_0} = 0.24$ $t = 10\text{сут}$	Активность радиоактивного препарата $A = A_0 \times e^{-\lambda \times t}$, где постоянная распада $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Тогда $A = A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)$, откуда период полураспада равен
$T_{1/2} = ?$	$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)} \times t = -\frac{\ln 2}{\ln(1 - 0.24)} \times 10\text{сут} = 25.3\text{сут}$$

$T_{1/2}=10$ суток $t = 6$ сут	
$\dfrac{N_1}{N_0} = ?$	

Зависимость числа атомов от времени:

$N=N_0e^{-\lambda t}$

Количество распавшихся атомов:

$N_1= N_0-N= N_0(1- e^{-\lambda t})$, где $\lambda=\ln 2/T_{1/2}$ – постоянная распада;

тогда, подставляя λ в уравнение получим:

$$N_1= N_0\left(1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times t}{T_{1/2}}\right)\right),$$ откуда $$\frac{N_1}{N_0}=1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times t}{T_{1/2}}\right).$$

Подставляем числа. $\dfrac{N_1}{N_0}=1-\exp\left(-\dfrac{0.693\times 6\text{сут}}{10\text{сут}}\right)=0{,}34$. То есть 34% атомов распадется.

$\dfrac{A_0 - A}{A_0} = 0.2$ $t = 10сут$	Активность радиоактивного препарата $A = A_0 \times e^{-\lambda \times t}$, где постоянная распада $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Тогда $A = A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)$, откуда период полураспада равен
$T_{1/2} = ?$	$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\dfrac{A}{A_0}\right)} \times t = -\frac{\ln 2}{\ln(1 - 0.2)} \times 10сут = 31сут$$

$T=8$сут $A = 37$ ГБк ——— $m=?$	Число распадов в секунду:

$A=A_0e^{-\lambda t}$, где $\lambda=\ln 2/T_{1/2}$, $A_0=\lambda * N_0$ – начальная активность

В начальный момент времени $t=0$:

$A=A_0e^0=A_0=\lambda\times N_0$.

Найдем $N_0=m*N_A/\mu$, где m-масса образца, N_A-число Авогадро равное 6.023×10^{23} моль$^{-1}$, μ-молярная масса (в нашем случае μ=131г/моль для Йода).

Тогда $A=\dfrac{m\times N_A}{\mu}\times\lambda=\dfrac{m\times N_A}{\mu}\times\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$.

Откуда масса равна $m=\dfrac{A\times T_{1/2}\times\mu}{N_A\times\ln 2}$.

Подставляем числа.

$$m=\frac{37\times 10^{12}\,\text{расп/сек}\times 8\times 24\times 3600\,\text{сек}\times 131\,\text{г/моль}}{6{,}023\times 10^{23}\,\text{моль}^{-1}\times\ln 2}=8\times 10^{-3}\,\text{г}=8\,\text{мг}.$$

$T_{1/2} = 5.3$ года	
$\tau = ?$	

Активность радиоактивного препарата $A = A_0 \times e^{-\lambda \times t}$, где постоянная распада $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$.

Величина τ, обратно пропорциональная постоянной распада, представляет среднее время жизни радиоактивного атома: $\tau = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{T_{1/2}}{\ln 2}$. Подставляем числа. $\tau = \dfrac{5.3 \text{года}}{0,693} = 7,6 \text{года}$.

$T = 4$ ч $N1 = 1400$ в минуту $N2 = 400$ в минуту	
$T_{1/2} = ?$	

Активность радиоактивного препарата $A = A_0 \times e^{-\lambda \times t}$, где постоянная распада $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Тогда $A = A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)$, откуда $A1 = A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)$, где t – момент времени прошедший с начала распада и до момента первого наблюдения $A2 = A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times (t + T)\right)$.

Поделим первое на второе и получим

$$\frac{A1}{A2} = \frac{A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)}{A_0 \times \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times (t+T)\right)} = \exp\left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \times T\right)$$

откуда период полураспада равен

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\ln\left(\dfrac{A1}{A2}\right)} \times T = \frac{\ln 2}{\ln\left(\dfrac{1400}{400}\right)} \times 4ч = 2{,}2ч$$

Дано	Решение
$T_{1/2}=14.3$сут $t = 20$сут $A_0/A = ?$	Активность радиоактивного препарата $A = A_0 \times e^{-\lambda \times t}$, где постоянная распада $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Тогда $\frac{A_0}{A} = \exp\left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)$. Подставляем числа. $\frac{A}{A_0} = \exp\left(\frac{\ln 2}{14.3\text{сут}} \times 20\text{сут}\right) = 2,63$.

$_{77}Ir^{192}$

$t = 15$сут

$T_{1/2}=75$ суток

$(A_0-A)/A_0 = ?$

Активность через время t: $A=A_0e^{-\lambda t}$, где $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$ – постоянная распада,

A_0 – начальная активность.

Поэтому $\dfrac{A_0 - A}{A_0} = 1 - e^{-\lambda \times t} = 1 - \exp\left(-\dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right) =$

$= 1 - \exp\left(-\dfrac{0.693}{75\text{суток}} \times 15\text{суток}\right) = 0{,}129 = 12{,}9\%.$

$m = 1$ мг $t1 = 1$ мин $t2 = 5$ сут $T_{1/2}=14{,}3$ сут	
$N1 = ?$ $N2 = ?$	

Зависимость числа атомов от времени:

$N=N_0e^{-\lambda t}$

Число распавшихся атомов за время t:

$N=N_0\times(1-e^{-\lambda t})$, где $\lambda=\ln 2/T_{1/2}$ – постоянная распада, N_0 – число атомов начальный момент времени $t=0$.

По определению $N_0=m\times N_A/\mu$, где m-масса образца, N_A-число Авогадро равное 6.023×10^{23} моль$^{-1}$, μ-молярная масса (в нашем случае μ=32г/моль для фосфора).

Тогда, собирая все вместе, находим число распавшихся атомов за время t:

$$N = N_0 \times [1 - \exp(-\lambda \times t)] = \frac{m \times N_A}{\mu} \times \left[1 - \exp\left(-t \times \frac{\ln 2}{T_{1/2}}\right)\right].$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$N1 = \frac{1\times10^{-6}\text{кг} \times 6{,}023\times10^{23}\text{ моль}^{-1}}{32\times10^{-3}\text{кг / моль}} \times \left[1 - \exp\left(-1\times60\text{с}\times\frac{0.693}{14.3\times24\times3600\text{с}}\right)\right] =$$

$=6{,}3\times10^{14}$.

$$N2 = \frac{1\times10^{-6}\text{кг} \times 6{,}023\times10^{23}\text{ моль}^{-1}}{32\times10^{-3}\text{кг / моль}} \times \left[1 - \exp\left(-5\times24\times3600\text{с}\times\frac{0.693}{14.3\times24\times3600\text{с}}\right)\right] =$$

$=4{,}1\times10^{18}$.

$\frac{N}{N_0}=\frac{200}{10^6}$
$t = 1сек$
$T_{1/2}=?$

Число атомов при распаде равно $N = N_0 \times e^{-\lambda \times t}$, где постоянная распада $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Число распавшихся атомов равно $N = N_0 \times (1 - e^{-\lambda \times t})$

Тогда $N = N_0 \times \left[1 - \exp\left(-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \times t\right)\right]$, откуда период полураспада равен

$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(1-\frac{N}{N_0}\right)} \times t = -\frac{\ln 2}{\ln(1-0.0002)} \times 1сек = 3465сек = 57{,}8мин$$

$A_0=3{,}7\times10^{10}$ Бк $t = 20$ мин Радон $T_{1/2}=3.8$сут $E\alpha = 5.5$ МэВ	
$Q=?$	

Число распавшихся атомов за время t:

$N=N_0\times(1-e^{-\lambda t})$, где $\lambda=\ln 2/T_{1/2}$ – постоянная распада, N_0 – число атомов начальный момент времени $t=0$.

Тогда, собирая все вместе, находим число распавшихся атомов за время t:

$$N = N_0\times[1-\exp(-\lambda\times t)] = N_0\times\left[1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times t}{T_{1/2}}\right)\right].$$

Так как с каждым распадом выделяется энергия $E\alpha$, то полная энергия равна

$$Q = N\times E_\alpha = N_0\times\left[1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times t}{T_{1/2}}\right)\right]\times E_\alpha .$$

Начальная активность связана с начальным количеством частиц, следующим образом:

$$A_0 = N_0\times\lambda = \frac{N_0\times\ln 2}{T_{1/2}}.\ \text{Поэтому}\ Q = \frac{A_0\times T_{1/2}}{\ln 2}\times\left[1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times t}{T_{1/2}}\right)\right]\times E_\alpha$$

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему СИ).

$$Q = \frac{3{,}7\times10^{10}\ \text{Бк}\times3.8\times24\times3600\text{сек}}{\ln 2}\left[1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times20\times60}{3.8\times24\times3600}\right)\right]\times5.5\times10^6\times1.6\times10^{-19}\ \text{Дж} =$$

$=39$Дж.

$m = 1$ г $t = \tau$ Уран $P=1.07\times10^{-7}$Вт	
$Q_m = ?$	

Число распавшихся атомов за время t:

$N=N_0\times(1-e^{-\lambda t})$, где $\lambda=\ln 2/T_{1/2}$ – постоянная распада, N_0 – число атомов начальный момент времени $t=0$.

По определению $N_0=m\times N_A/\mu$, где m-масса образца, N_A-число Авогадро равное 6.023×10^{23} моль$^{-1}$, μ-молярная масса (в нашем случае μ=238г/моль для урана).

Величина τ, обратно пропорциональная постоянной распада, представляет среднее время жизни радиоактивного атома: $\tau=\dfrac{1}{\lambda}=\dfrac{T_{1/2}}{\ln 2}$. Тогда, собирая все вместе, находим число распавшихся атомов за время $t=\tau$:

$$N_\tau=N_0\times[1-\exp(-\lambda\times t)]=\frac{m\times N_A}{\mu}\times\left[1-\exp\left(-\lambda\times\frac{1}{\lambda}\right)\right]=$$

$$=\frac{m\times N_A}{\mu}\times[1-\exp(-1)]=\frac{m\times N_A}{\mu}\times\left[1-\frac{1}{e}\right],$$ где e=2.72 – основание натурального логарифма.

За секунду уран выделяет энергию Q=P×1сек. С другой стороны за секунду происходит $$N=\frac{m\times N_A}{\mu}\times[1-\exp(-\lambda\times t)]=\frac{m\times N_A}{\mu}\times\left[1-\exp\left(-\frac{\ln 2\times t}{T_{1/2}}\right)\right]$$ распадов. Поэтому энергия каждого распада равна

$$E_\alpha=\frac{P\times 1\text{сек}}{\dfrac{m\times N_A}{\mu}\times\left[1-\exp\left(-\dfrac{\ln 2\times 1\text{сек}}{T_{1/2}}\right)\right]}.$$

Молярная теплота за время τ тогда равна

$$Q_m=\frac{E_\alpha\times N_\tau}{\mu}=\frac{m\times N_A}{\mu^2}\times\left[1-\frac{1}{e}\right]\times\frac{P\times 1\text{сек}}{\dfrac{m\times N_A}{\mu}\times\left[1-\exp\left(-\dfrac{\ln 2\times 1\text{сек}}{T_{1/2}}\right)\right]}=$$

$$=\frac{\left[1-\dfrac{1}{e}\right]\times P\times 1\text{сек}}{\mu\times\left[1-\exp\left(-\dfrac{\ln 2\times 1\text{сек}}{T_{1/2}}\right)\right]}.$$ Подставляем числа.

$$Q_m\ \frac{\left[1-\dfrac{1}{2.72}\right]\times 1.07\times10^{-7}\ \text{Вт}\times 1\text{сек}}{238\text{г/моль}\times\left[1-\exp\left(-\dfrac{\ln 2\times 1\text{сек}}{4.5\times10^9\times365\times24\times3600}\right)\right]}=5.8\times10^7\ \text{Дж}\times\text{моль/г}.$$

$E_{св}(Ne)=8,03$МэВ $E_{св}(He)=7,07$МэВ $E_{св}(C)=7,68$МэВ	
$\Delta E = ?$	

$$_{10}Ne^{20} \to 2\,_2He^4 + _6C^{12}$$

Выделяющаяся энергия равна дефекту массы умноженной на c^2:

$\Delta E = \Delta mc^2 = (m_{Ne} - 2m_{He} - m_C) \times c^2$.

С другой стороны массы ядер равны массам протонов и нейтронов минус энергия связи. Массы протонов и нейтронов взаимно компенсируются, поэтому $\Delta E = -20 \times E_{св}(Ne) + 8 \times E_{св}(He) + 12 \times E_{св}(C)$

Подставляем числа.

$\Delta E = -20 \times 8.03МэВ + 8 \times 7,07МэВ + 12 \times 7,68МэВ = -11,88МэВ$.

Минус указывает на то, что энергия в этой реакции поглощается.

$E_0 = 200$ МэВ $m = 1$ кг $q=29{,}3$ МДж/кг	Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе массой m равно $N = \frac{m}{\mu} N_A$, где μ – молярная масса (для U^{235} μ=235г/моль), $N_A=6.023\times10^{23}$моль$^{-1}$ – число Авогадро.
$E = ?$ $m(C)=?$	Энергия, которая выделяется при делении N ядер урана равно $E=E_0\times N$. Тогда $E = E_0 \times \frac{m}{\mu} N_A$. Подставляем числа:

$$E = 200\times10^6 \times 1{,}6\times10^{-19}\ \text{Дж}\ \frac{1\text{кг}}{0{,}235\text{кг / моль}} \times 6{,}023\times10^{23}\ \text{моль}^{-1} = 8.2\times10^{13}\ \text{Дж} =$$

$=82\times10^6$МДж.

Тогда масса угля равна $m(C) = \frac{E}{q} = \frac{8.2\times10^{13}\ \text{Дж}}{29{,}3\times10^6\ \text{Дж / кг}} = 2.8\times10^6\ \text{кг}$.

$E_0 = 200$ МэВ $\eta = 0.3$ $t = 1$мес $W = 5$ МВт --- $m = ?$	Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе массой m равно $N = \frac{m}{\mu} N_A$, где μ – молярная масса (для U^{235} μ=235г/моль), $N_A = 6.023 \times 10^{23}$моль$^{-1}$ – число Авогадро. Энергия, которая выделяется при делении N ядер урана равно $E = E_0 \times N$. В полезную энергию переводится η часть всей энергии: $E = \eta \times E_0 \times N$. Тогда мощность электростанции равна $W = \frac{E}{t} = \frac{\eta \times E_0 \times N}{t} = \frac{\eta \times E_0 \times m \times N_A}{t \times \mu}$. Откуда масса равна $m = \frac{W \times t \times \mu}{\eta \times E_0 \times N_A}$. Подставляем числа. $m = \frac{5 \times 10^6 \text{ Вт} \times 30 \times 24 \times 3600\text{с} \times 0{,}235\text{кг / моль}}{0{,}3 \times 200 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж} \times 6.023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 0{,}526\text{кг}$.

$E_0 = 200$ МэВ $m(т) = 30 \times 10^6$ кг $q = 4{,}19$ МДж/кг	Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе массой m равно $N = \frac{m}{\mu} N_A$, где μ – молярная масса (для U^{235} μ=235г/моль), $N_A = 6.023 \times 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро.
$m = ?$	Энергия, которая выделяется при делении N ядер урана равно $E = E_0 \times N$. Тогда $E = E_0 \times \frac{m}{\mu} N_A$. Тогда масса тротила равна $m(т) = \frac{E}{q} = \frac{E_0 \times m \times N_A}{\mu \times q}$.

Откуда масса изотопа равна $m = \frac{m(т) \times \mu \times q}{E_0 \times N_A}$.

Подставляем числа. $m = \frac{30 \times 10^6 \text{ кг} \times 0{,}235 \text{кг / моль} \times 4{,}19 \times 10^6 \text{ Дж / кг}}{200 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж} \times 6.023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 1{,}53 \text{кг}$.

$M1 = 90$
$M2 = 143$
$T = 160$ МэВ

$N = ?$
$E1 = ?$
$E2 = ?$
$V1 = ?$
$V2 = ?$

Ядерная реакция записывается в виде $U^{235} +_0 n^1 \rightarrow M1^{90} + M2^{143} + N \times_0 n^1$.

Из законов сохранения получаем 235+1=90+143+N, откуда N=2. То есть вылетят два нейтрона.

Кинетическая энергия первого осколка и второго равна $\frac{M1 \times V1^2}{2} + \frac{M2 \times V2^2}{2} = T$.

Так как осколки разлетелись в противоположные стороны, то, используя закон сохранения импульса, получаем $M1 \times V1 - M2 \times V2 = 0$ (начальный импульс системы равен 0 так как ядро урана покоилось).

Откуда $V1 = \frac{M2 \times V2}{M1}$. Подставляем в $\frac{M1 \times V1^2}{2} + \frac{M2 \times V2^2}{2} = T$ и получаем

$$\frac{M1}{2} \times \left(\frac{M2 \times V2}{M1}\right)^2 + \frac{M2 \times V2^2}{2} = \frac{M2 \times V2^2}{2} \times \left[\frac{M2}{M1} + 1\right] = T.$$

Тогда $V2 = \sqrt{\frac{2 \times T}{M2 \times \left[\frac{M2}{M1} + 1\right]}}$. Подставляем числа.

$$V2 = \sqrt{\frac{2 \times 160 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж}}{143 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ кг} \times \left[\frac{143}{90} + 1\right]}} = 9{,}1 \times 10^6 \text{ м/с}$$

. Тогда

$$V1 = \frac{M2 \times V2}{M1} = \frac{143 \times 9{,}1 \times 10^6 \text{ м/с}}{90} = 1{,}45 \times 10^7 \text{ м/с}.$$

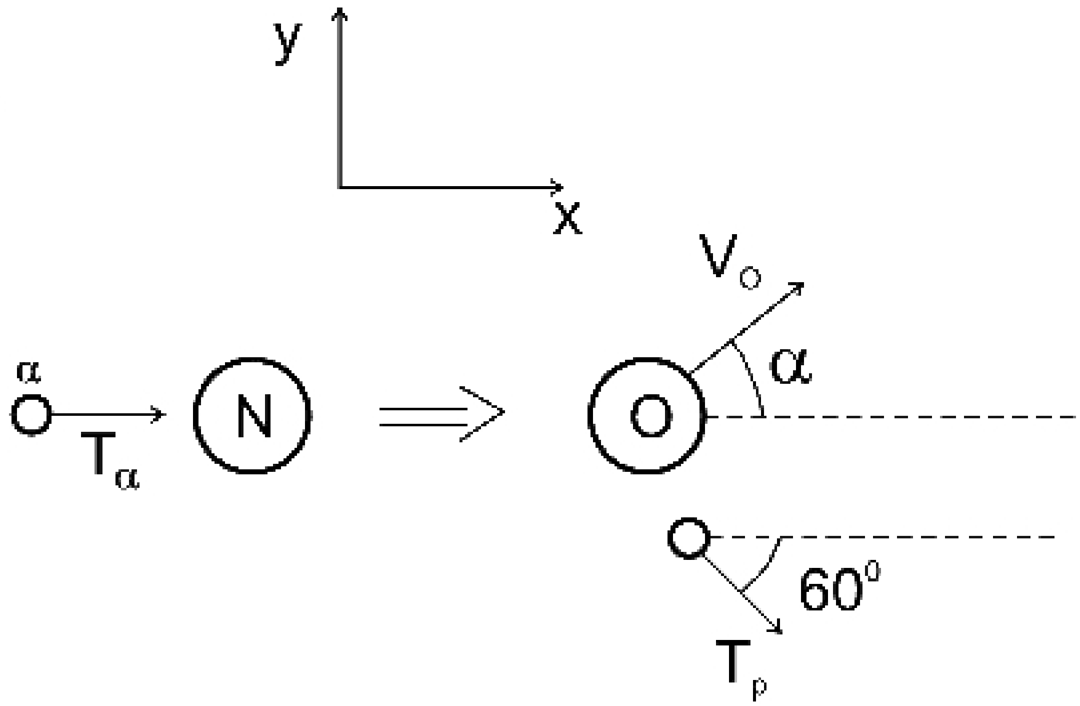
Кинетическая энергия второй частицы равна $E2 = \frac{M2 \times V2^2}{2} = \frac{M2}{2} \times \frac{2 \times T}{M2 \times \left[\frac{M2}{M1} + 1\right]} = \frac{T}{\left[\frac{M2}{M1} + 1\right]}$. Подставляем числа.

$$E2 = \frac{160 \text{МэВ}}{\left[\frac{143}{90} + 1\right]} = 61{,}8 \text{МэВ}$$

Тогда энергия первой частицы равна $E1 = T - \frac{T}{\left[\frac{M2}{M1} + 1\right]} = \frac{T \times M2}{M1 + M2}$.

Подставляем числа. $E1 = \frac{160 \text{МэВ} \times 143}{90 + 143} = 98{,}2 \text{МэВ}$.

T_α=4,2МэВ T_p=2МэВ
Q=?



Используем закон сохранения импульса: $\overline{P_\alpha} = \overline{P_O} + \overline{P_p}$ - это вектора. Проектируем вектора на оси x и y:

На ось x: $P_\alpha = P_O \times \cos\alpha + P_p \times \cos 60°$,

На ось y: $0 = P_O \times \sin\alpha - P_p \times \sin 60°$. Откуда $\sin\alpha = \dfrac{P_p \times \sin 60°}{P_O}$.

Тогда $P_\alpha = P_O \times \sqrt{1 - \left(\dfrac{P_p \times \sin 60°}{P_O}\right)^2} + P_p \times \cos 60° = \sqrt{P_O{}^2 - (P_p \times \sin 60°)^2} + P_p \times \cos 60°$.

Поэтому импульс кислорода равен $P_O = \sqrt{(P_\alpha - P_p \times \cos 60°)^2 + (P_p \times \sin 60°)^2}$.

Так как кинетическая энергия кислорода равна по определению $T_O = \dfrac{P_O{}^2}{2m_O}$, то $T_O = \dfrac{(P_\alpha - P_p \times \cos 60°)^2 + (P_p \times \sin 60°)^2}{2m_O}$. И учитывая, что $P_\alpha = \sqrt{2m_\alpha T_\alpha}$ и $P_p = \sqrt{2m_p T_p}$ получаем $T_O = \dfrac{\left(\sqrt{2m_\alpha T_\alpha} - \sqrt{2m_p T_p} \times \cos 60°\right)^2 + \left(\sqrt{2m_p T_p} \times \sin 60°\right)^2}{2m_O}$.

Из закона сохранения энергии получаем $Q+T_\alpha=T_0+T_P$, откуда $Q=T_0+T_P-T_\alpha$.

Тогда $Q = \dfrac{\left(\sqrt{2m_\alpha T_\alpha} - \sqrt{2m_p T_p} \times \cos 60°\right)^2 + \left(\sqrt{2m_p T_p} \times \sin 60°\right)^2}{2m_O} + T_p - T_\alpha$.

Упрощаем $Q = \dfrac{2m_\alpha T_\alpha - 4\sqrt{2m_\alpha T_\alpha m_p T_p} \times \cos 60° + 2m_p T_p}{2m_O} + T_p - T_\alpha$. Подставляем числа.

$Q = \dfrac{2 \times 4 \times 4.2\text{МэВ} - 4\sqrt{2 \times 4 \times 4.2\text{МэВ} \times 1 \times 2\text{МэВ}} \times \cos 60° + 2 \times 1 \times 2\text{МэВ}}{2 \times 32} + 2\text{МэВ} - 4.2\text{МэВ} =$
$= -1.87\text{МэВ}$.

$\Delta E = ?$	$${}_3Li^7 +{}_1 p^1 \rightarrow {}_4 Be^7 +{}_0 n^1,$$ Дефект массы по определению равен $\Delta m = m_{Li} + m_p - m_{Be} - m_n$, где m_p=1.00782504 а.е.м., m_{Be}=7.01693 а.е.м., m_n=1.008665012 а.е.м. (из таблиц). m_{Li}=7.01601 а.е.м – масса атома лития Подставляем $\Delta m = (7.01601 + 1.00782504 - 7.01693 - 1.008665012)$а.е.м $=$ $= -0{,}00175997$а.е.м. Тогда энергия равна $\Delta E = \Delta m \times c^2 = -0{,}00175997 \times 931.2$МэВ $= -1{,}64$МэВ. Знак минус говорит о том, что энергия поглощается. $${}_8O^{16} +{}_1 d^2 \rightarrow {}_7 N^{14} +{}_2 He^4,$$ Дефект массы по определению равен $\Delta m = m_O + m_d - m_N - m_{He}$, где m_O=15.994491 а.е.м., m_d=2.01355 а.е.м., m_N=14.00307 а.е.м. (из таблиц). m_{He}=4.0026 а.е.м – масса атома гелия (α-частица). Подставляем $\Delta m = (15.994491 + 2.01355 - 14.00307 - 4.0026)$а.е.м. $=$ $= 0.002371$а.е.м. Тогда энергия равна $\Delta E = \Delta m \times c^2 = 0.002371 \times 931.2$МэВ $= 2.21$МэВ. Здесь энергия выделяется.

M1=7 (литий) M2=4 (α-частица)	
V1=? V2=?	

Ядерная реакция записывается в виде

$$_5B^{10} + _0n^1 \rightarrow _3Li^7 + _2He^4,$$

Дефект массы по определению равен $\Delta m = m_B + m_n - m_{Li} - m_{He}$, где m_B=10.01294 а.е.м., m_n=1.00867 а.е.м., m_{Li}=7.01601 а.е.м. (из таблиц).
m_{He}=4.0026 а.е.м – масса атома гелия (α-частица).
Подставляем $\Delta m = (10.01294 + 1.00867 - 7.01601 - 4.0026)\text{а.е.м.} =$
$= 0.003\text{а.е.м}$.
Тогда энергия, которая выделяется, равна
$T = \Delta m \times c^2 = 0.003 \times 931.2\text{МэВ} = 2.79\text{МэВ}$.
Кинетическая энергия первого осколка и второго равна

$$\frac{M1 \times V1^2}{2} + \frac{M2 \times V2^2}{2} = T.$$

Так как осколки разлетелись в противоположные стороны (начальный импульс системы равен 0 так как ядро бора покоилось), то, используя закон сохранения импульса, получаем $M1 \times V1 - M2 \times V2 = 0$.

Откуда $V1 = \dfrac{M2 \times V2}{M1}$. Подставляем в $\dfrac{M1 \times V1^2}{2} + \dfrac{M2 \times V2^2}{2} = T$ и получаем

$$\frac{M1}{2} \times \left(\frac{M2 \times V2}{M1}\right)^2 + \frac{M2 \times V2^2}{2} = \frac{M2 \times V2^2}{2} \times \left[\frac{M2}{M1} + 1\right] = T.$$

Тогда $V2 = \sqrt{\dfrac{2 \times T}{M2 \times \left[\dfrac{M2}{M1} + 1\right]}}$. Подставляем числа.

$$V2 = \sqrt{\frac{2 \times 2.79 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}\ \text{Дж}}{4 \times 1.67 \times 10^{-27}\ \text{кг} \times \left[\frac{4}{7} + 1\right]}} = 9{,}2 \times 10^6\ \text{м/с}$$

. Тогда

$$V1 = \frac{M2 \times V2}{M1} = \frac{4 \times 9{,}2 \times 10^6\ \text{м/с}}{7} = 5.26 \times 10^6\ \text{м/с}.$$

$T1 = 4$ К	
$T2 = 5$ К	
$\Theta_D = 100$ К	
$Q = ?$	

Теплота для нагрева на температуру dT равна $dQ = C\times dT$.

В области низких температур теплоемкость C равна $C = \frac{2\pi^2 k}{5(\hbar \bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – объем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \frac{\hbar\bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$.

Откуда $\hbar\bar{u} = \frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k\times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

Тогда теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_{T1}^{T2} \frac{12\pi^4 k\times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V\times dT = \frac{12\pi^4 k\times n}{20(\Theta_D)^3}(T)^4 V\Big|_{T1}^{T2} = \frac{12\pi^4 k\times n}{20(\Theta_D)^3}(T2^4 - T1^4)V$$

Объем кристалла равен $V = \frac{m}{\rho}$. Поэтому $Q=\frac{3\pi^4 k\times n}{5(\Theta_D)^3}(T2^4 - T1^4)\times\frac{m}{\rho}$, где n- число атомов е единице объема, $k=1.38\times10^{-23}$ Дж/К. Величина n равна $n = \frac{4}{V_{яч}}$, где $V_{яч}=a^3$ – объем ячейки кристалла калия, $a=5,103$Å – параметр ячейки, в числителе стоит 4 так как ячейка гранецентрированная кубическая. Поэтому

$Q = \frac{3\pi^4 k\times 4}{5(\Theta_D)^3\times a^3}(T2^4 - T1^4)\times\frac{m}{\rho}$. Подставляем числа.

$$Q = \frac{3\pi^4\times 1.38\times10^{-23}\,Дж/К\times 4}{(100К)^3\times(5,103\times10^{-10}\,м)^3}((5К)^4-(4К)^4)\times\frac{0,2\,кг}{860\frac{кг}{м^3}} = 2,1\,Дж.$$

$T = 20$ К Cm=0,226Дж/К ×моль	
$\Theta_D = ?$	

В области низких температур теплоемкость С равна $C = \frac{2\pi^2 k}{5(\hbar\bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – объем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \frac{\hbar\bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$. Откуда $\hbar\bar{u} = \frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

, где n- число атомов е единице объема, k=1.38×10⁻²³Дж/К. Величина n равна $n = \frac{2}{V_{яч}}$, где $V_{яч}=a^3$ – объем ячейки кристалла железа, a=2.866Å – параметр ячейки, в числителе стоит 2 так как ячейка объемоцентрированная кубическая. Поэтому $C = \frac{12\pi^4 k \times 2}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \frac{m}{\rho}$. Молярная теплоемкость равна $Cm = \frac{C}{\mu} = \frac{12\pi^4 k \times 2}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \frac{m}{\mu \times \rho}$. Откуда $\Theta_D = \sqrt[3]{\frac{12\pi^4 k \times 2 \times m}{5 \times Cm \times a^3 \times \mu \times \rho}} \times T$.

$T = 250$ K $N = 10^{20}$	Энергия системы из N трехмерных квантовых осцилляторов равна $E = \frac{3}{2} N \times k \times T$, где $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.
$E = ?$	Подставляем числа. $E = \frac{3}{2} \times 10^{20} \times 1.38 \times 10^{-23}$ Дж / К $\times 250$К $= 0{,}52$Дж.

$T1 = 10$ К $T2 = 20$ К $\Theta_D = 300$ К $m = 100$ г
$Q=?$

Теплота для нагрева на температуру dT равна $dQ = C \times dT$.

В области низких температур теплоемкость С равна $C = \dfrac{2\pi^2 k}{5(\hbar \bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – объем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \dfrac{\hbar\omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \dfrac{\hbar\bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$.

Откуда $\hbar\bar{u} = \dfrac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\dfrac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

Тогда теплота равна интегралу

$$Q = \int dQ = \int_{T1}^{T2} \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V \times dT = \frac{12\pi^4 k \times n}{20(\Theta_D)^3}(T)^4 V \Big|_{T1}^{T2} = \frac{12\pi^4 k \times n}{20(\Theta_D)^3}(T2^4 - T1^4)V$$

Объем кристалла равен $V = \dfrac{m}{\rho}$. Поэтому $Q = \dfrac{3\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T2^4 - T1^4) \times \dfrac{m}{\rho}$, где n- число атомов е единице объема, $k=1.38\times10^{-23}$ Дж/К. Величина n равна $n = \dfrac{4}{V_{яч}}$, где $V_{яч}=a^3$ – объем ячейки кристалла калия, a=3.615Å – параметр ячейки, в числителе стоит 4 так как ячейка гранецентрированная кубическая. Поэтому $Q = \dfrac{3\pi^4 k \times 4}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T2^4 - T1^4) \times \dfrac{m}{\rho}$. Подставляем числа.

$$Q = \frac{3\pi^4 \times 1.38\times10^{-23}\text{ Дж / К} \times 4}{(300\text{К})^3 \times (3.615\times10^{-10}\text{ м})^3}\left((20\text{К})^4 - (10\text{К})^4\right) \times \frac{0{,}1\text{кг}}{8930\text{кг / м}^3} = 21{,}2\text{Дж}.$$

$$C = \quad 3R \cdot \left(h \cdot \frac{w}{kT} \right) \cdot \frac{e^{\frac{300}{300}}}{e^{\frac{300}{300}} - 1}$$

C= 923*1,5=1465 Дж/(кг*К)

$$\beta = \frac{c}{3N \cdot \mathbf{k}}$$

$N = N0*1,5 = 9.2*10^{23}$

$\beta = 38$ 1/кг

Решение: Сначала найдем среднюю энергию по классической теории (*комментарий:* хотя сразу можно сказать, что она будет равна T). Энергия осциллятора в классической теории:

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

где p - импульс, x - координата, m - масса, ω - собственная частота колебаний. Равновесное распределение (*комментарий:* кстати, температура, будучи термодинамическим параметром, имеет смысл только в состоянии равновесия) - распределение Больцмана:

$$W(E) = Ae^{-\frac{E}{kT}}$$

Тогда, средняя энергия осциллятора будет:

$$\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle = \langle E \rangle = \frac{\int EW(E)dpdx}{\int W(E)dpdx} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}\right)e^{-\frac{E}{kT}}dpdx}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{E}{kT}}dpdx}$$

Для удобства введем следующие переменные:

$$P = \frac{p}{\sqrt{2m}},\ Q = x\omega\sqrt{\frac{m}{2}}$$

Подставив, получим:

$$\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(P^2+Q^2)\,e^{-\frac{P^2+Q^2}{kT}}dPdQ}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{P^2+Q^2}{kT}}dPdQ}$$

Преобразуем это выражение. Для этого разделим переменные в интегралах:

$$\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}P^2 e^{-\frac{P^2}{kT}}dP}{\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{P^2}{kT}}dP} + \frac{\int_{-\infty}^{\infty}Q^2 e^{-\frac{Q^2}{kT}}dQ}{\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{Q^2}{kT}}dQ}$$

Поскольку под интегральные выражения являются четными функциями, можно заменить пределы интегрирования на 0 и ∞, а возникающие множители сократятся. Вычислим интегралы:

$$I_2 = \int_0^{\infty}\chi^2 e^{-\frac{\chi^2}{kT}}d\chi = \left\{\chi^2/kT = \xi, d\chi = d\xi\sqrt{kT}/2\sqrt{\xi}\right\} = \frac{1}{2}(kT)^{3/2}\int_0^{\infty}\sqrt{\xi}e^{-\xi}d\xi$$

Из определения гамма-функции:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty}t^{x-1}e^{-t}dt$$

следует:

$$I_2 = \frac{(kT)^{3/2}}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}}{4}$$

Аналогично вычисляется интеграл в знаменателе:

$$I_0 = \int_0^{\infty}e^{-\frac{\chi^2}{kT}}d\chi = \frac{\sqrt{kT}}{2}\int_0^{\infty}\xi^{-1/2}e^{-\xi}d\xi = \frac{\sqrt{kT}}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi kT}}{2}$$

Подставив, получим:

$$\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle = \frac{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}}{\sqrt{2\pi kT}} \times 2 = kT$$

Теперь вычислим среднюю энергию гармонического осциллятора в квантовом случае. Энергия осциллятора:

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Соответстсующая функция распределения имеет тот же вид, что и в классическом случае, но теперь возникает не интеграл, а сумма:

$$W(E) = Ae^{-\frac{E_n}{kT}} \to \langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle = \frac{\Sigma_0^{\infty}E_n e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\Sigma_0^{\infty}e^{-\frac{E_n}{kT}}}$$

Выделим в явном виде энергию нулевых колебаний ($n = 0$):

$$\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega\frac{\Sigma_0^{\infty}ne^{-\frac{\hbar\omega}{kT}n}}{\Sigma_0^{\infty}e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}n}}$$

Введем для удобства переменную

$$x = \frac{\hbar\omega}{kT}$$

Тогда:

$$\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega\frac{\Sigma_0^{\infty}ne^{-xn}}{\Sigma_0^{\infty}e^{-xn}}$$

Сумма в знаменателе имеет вид:

$$\Sigma_0 = \Sigma_0^{\infty}e^{-xn} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \ldots$$

т.е., является геометрической прогрессией со знаменателем e^{-x} и нулевым членом 1:

$$\Sigma_0 = \frac{1}{1 - e^{-x}}$$

Сумму в числителе Σ_1 легко вычислить, заметив, что:

$$\Sigma_1 = -\frac{d\Sigma_0}{dx} = -\frac{d}{dx}\frac{1}{1 - e^{-x}} = \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2}$$

Подставляя, получим среднюю энергию осциллятора:

$$\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega\frac{1}{e^x - 1} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

Отношение энергий:

$$\frac{\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle}{\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle} = \frac{\hbar\omega}{kT}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}\right)$$

Подставим заданные значения температуры. Температура Дэбая:

$$\theta_D = \frac{\hbar\omega}{k}$$

Тогда:

1)

$$T = 0.1\theta_D$$

$$\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle = \hbar\omega/10$$

$$\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{10} - 1} \approx \frac{\hbar\omega}{2} + \hbar\omega e^{-10} \approx \frac{\hbar\omega}{2}$$

$$\frac{\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle}{\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle} \approx 5$$

2)

$$T = \theta_D$$

$$\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle = \hbar\omega$$

$$\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e - 1} = \frac{\hbar\omega(e+1)}{2(e-1)} \approx 1.08\hbar\omega$$

$$\frac{\langle \varepsilon_{\text{КВ}} \rangle}{\langle \varepsilon_{\text{КЛ}} \rangle} \approx 1$$

Т.о., температуру Дэбая можно считать тем порогом, после которого вместо квантовой теории можно применять классическую. Ниже этого порога (случай 1) классическая теория дает заниженный результат.

$T = 30$ K	
$\Theta_D = 2000$ K	
$Cm = ?$	

В области низких температур теплоемкость C равна $C = \frac{2\pi^2 k}{5(\hbar \bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – объем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \frac{\hbar \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$. Откуда $\hbar\bar{u} = \frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

, где n- число атомов е единице объема, k=1.38×10^{-23} Дж/К. Величина n равна $n = \frac{4}{V_я}$, где $V_я = a^3$ – объем ячейки кристалла алмаза, a=3.539Å – параметр ячейки, в числителе стоит 4 так как ячейка гранецентрированная кубическая. Поэтому $C = \frac{12\pi^4 k \times 4}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \frac{m}{\rho}$. Удельная теплоемкость равна

$$Cm = \frac{C}{m} = \frac{48\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \frac{m}{m \times \rho} = \frac{48\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times a^3 \times \rho}(T)^3.$$

$T = 20$ K Cm=1.65Дж/К× моль	
$\Theta_D = ?$	

В области низких температур теплоемкость C равна $C = \dfrac{2\pi^2 k}{5(\hbar \bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – объем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \dfrac{\hbar\omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \dfrac{\hbar\bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$. Откуда $\hbar\bar{u} = \dfrac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\dfrac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

, где n- число атомов е единице объема, $k=1.38\times 10^{-23}$ Дж/К. Величина n равна $n = \dfrac{4}{V_{яч}}$, где $V_{яч}=a^3$ – объем ячейки кристалла серебра, a=4.077Å – параметр ячейки, в числителе стоит 4 так как ячейка гранецентрированная кубическая. Поэтому $C = \dfrac{12\pi^4 k \times 4}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \dfrac{m}{\rho}$. Молярная теплоемкость равна $Cm = \dfrac{C}{\mu} = \dfrac{48\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \dfrac{m}{\mu \times \rho}$. Откуда $\Theta_D = \sqrt[3]{\dfrac{12\pi^4 k \times 2 \times m}{5 \times Cm \times a^3 \times \mu \times \rho}} \times T$.

$T = \Theta_D/20$
$Cm = ?$

В области низких температур теплоемкость C равна $C = \frac{2\pi^2 k}{5(\hbar \bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – обьем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \frac{\hbar \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$. Откуда $\hbar \bar{u} = \frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

, где n- число атомов е единице обьема, $k=1.38\times 10^{-23}$ Дж/К. Величина n равна $n = \frac{4}{V_я}$, где $V_я=a^3$ – объем ячейки кристалла соли, a=5.620Å – параметр ячейки, в числителе стоит 4 так как ячейка гранецентрированная кубическая. Поэтому $C = \frac{12\pi^4 k \times 4}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \frac{m}{\rho}$. Удельная теплоемкость равна

$$Cm = \frac{C}{m} = \frac{48\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times a^3}(T)^3 \times \frac{m}{m \times \rho} = \frac{48\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times a^3 \times \rho}(T)^3.$$

Так как $T = \Theta_D/20$, то $Cm = \frac{48\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times a^3 \times \rho}(\Theta_D/20)^3 = \frac{7\times 10^{-4}\pi^4 k}{(\Theta_D)^3 \times a^3 \times \rho}$

$T = 10$ K
$\Theta_D = 300$ K
m=100 г
C =?

В области низких температур теплоемкость C равна $C = \frac{2\pi^2 k}{5(\hbar \bar{u})^3}(kT)^3 V$, где V – объем кристалла, u – усредненная скорость звука. Известно, что температура Дебая тела равна $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}$, где $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}$ - предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Тогда $\Theta_D = \frac{\hbar\bar{u}(6\pi^2 n)^{1/3}}{k}$. Откуда $\hbar\bar{u} = \frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}$. Подставляем в

$$C = \frac{2\pi^2 k}{5\left(\frac{\Theta_D \times k}{(6\pi^2 n)^{1/3}}\right)^3}(kT)^3 V = \frac{2\pi^2 k(6\pi^2 n)}{5(\Theta_D \times k)^3}(kT)^3 V = \frac{12\pi^4 k \times n}{5(\Theta_D)^3}(T)^3 V$$

, где n- число атомов е единице обьема, k=1.38×10⁻²³Дж/К. Величина n равна $n = \frac{1}{V_{яч}}$, где $V_{яч}$=30.4Å³ – обьем ячейки кристалла цинка. Поэтому $C = \frac{12\pi^4 k}{5(\Theta_D)^3 \times V_{яч}}(T)^3 \times \frac{m}{\rho}$.

Подставляем числа.

$$C = \frac{12\pi^4 1{,}38\times10^{-23} Дж/К}{5(300К)^3 \times 30{,}4\times10^{-30} м^3}(10К)^3 \times \frac{0{,}1кг}{7150кг/м^3} = 0{,}05 Дж/К\,.$$

$n = ?$

При температуре абсолютного нуля электронами проводимости являются электроны с энергией меньшей энергии Ферми: $\varepsilon \le \varepsilon_F$.

Распределение электронов по энергиям при абсолютном нуле:

$$dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2\pi m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \times \sqrt{\varepsilon} \times d\varepsilon;$$

среднее число электронов с энергией $1/2\,\varepsilon_F \le \varepsilon \le \varepsilon_F$:

$$n = \int_{1/2\varepsilon_F}^{\varepsilon_F} dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2\pi m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \times \int_{1/2\,\varepsilon_F}^{\varepsilon_F} \sqrt{\varepsilon}\, d\varepsilon =$$

$$= \frac{(2\pi m)^{3/2} \times 8\pi^3}{2\pi^2 \times h^3} \times \frac{2}{3} \times \varepsilon_F^{3/2} \times \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

Подставляем числа. $n = \dfrac{(2\pi \times 9.1 \times 10^{-31})^{3/2} \times 4\pi}{(6.67 \times 10^{-34})^3} \times \dfrac{2}{3} \times \varepsilon_F^{3/2} \times 0.29$.

Для численного ответа нужно знать энергию Ферми этого металла.

$\Delta E = 0{,}72$ эВ
$t_1 = 0^\circ$ C
$t_2 = 15^\circ$ C

γ_2/γ_1 - ?

Удельная проводимость собственных полупроводников:

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(\frac{-\Delta E}{2KT}\right);$$

Имеем

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\exp\left(-\Delta E \big/ 2KT_2\right)}{\exp\left(-\Delta E \big/ 2KT_1\right)} = \frac{\exp\left(\dfrac{-0{,}72*1{,}6*10^{-19}}{2*1{,}38*10^{-23}*288}\right)}{\exp\left(\dfrac{-0{,}72*1{,}6*10^{-19}}{2*1{,}38*10^{-23}*273}\right)} =$$

$$= \frac{2*10^{-9}}{6{,}8685*10^{-10}} = 2{,}91.$$

$t_1=0°\ C$
$t_2=10°\ C$
$\gamma_2/\gamma_1=2{,}28$

ΔE - ?

Удельная проводимость собственных полупроводников:

$$\gamma = \gamma_0 \exp\frac{-\Delta E}{2KT};$$

Тогда

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\exp\dfrac{-\Delta E}{2KT_2}}{\exp\dfrac{-\Delta E}{2KT_1}} = \exp\left(\Delta E\left(\frac{1}{2KT_1} - \frac{1}{2KT_2}\right)\right);$$

$$\ln\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \Delta E\left(\frac{1}{2KT_1} - \frac{1}{2KT_2}\right);$$

$$\Delta E = \frac{2K\ln\dfrac{\gamma_2}{\gamma_1}}{\dfrac{1}{T_1} - \dfrac{1}{T_2}} = \frac{2*1{,}39*10^{-23}*\ln 2{,}28}{0{,}003663 - 0{,}003534} =$$

$$= 2{,}089*10^{-19}\,(Дж) = 1{,}3043(эВ).$$

$U_{обр}$=-0,1 В
R_1=692 Ом
$U_{пр}$=0,1 В
R_2 - ?

Удельная проводимость собственных проводников:

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(\frac{-\Delta E}{2kT}\right);$$

Имеем

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\exp\left(+\frac{\Delta E}{2kT}\right)}{\exp\left(\frac{-\Delta E}{2kT}\right)} = \exp(+2\Delta E);$$

Поскольку:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{и} \quad \Delta E = e * U;$$

Имеем

$$R_2 = \frac{R_1}{\exp(+2\Delta E)} = \frac{R_1}{\exp(+2U)} = \frac{692}{\exp(0,2)} = 566,56(\text{Ом}).$$

Zn, Li
T=0 K

Δn_2 - ?

φ_1, φ_2 - ?

Уровень Ферми:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar(3\pi^2 n)^{2/3}}{m};$$

Концентрация $n = \dfrac{\rho N_A}{M}$;

Для лития:

$$n_1 = \frac{\rho_1 N_A}{M_1} = \frac{0{,}53*10^3*6{,}02*10^{23}}{7*10^{-3}} = 4{,}56*10^{28}\,(м^{-3});$$

Для цинка:

$$n_2 = \frac{\rho_2 N_A}{M_2} = \frac{7{,}15*10^3*6{,}02*10^{23}}{65*10^{-3}} = 6{,}62*10^{28}\,(м^{-3});$$

p-n переход
R_1=10 Ом
U=1 В

R_2 - ?

Сила тока: $I = I_0\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right)-1\right];$

Закон Ома: $U = IR_1;$

$$R_1 = \frac{R_2}{\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right)-1\right]} = \frac{R_2}{\exp\left(\frac{eU}{kT}\right)-1};$$

$$R_2 = R_1\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right)-1\right] = 10\left[\exp\left(\frac{1{,}6*10^{-19}*1}{1{,}38*10^{-23}*300}\right)-1\right] = 6*10^{-17}\,Ом.$$

CaAs
$\gamma_1=10\gamma_2$
$t_1=20°$ C
$t_2=3°$ C

W_{min} - ?

Удельная проводимость собственных проводников (для двух случаев):

$$\gamma_1 = \gamma_0 \exp\left(-\Delta E / 2kT_1\right);$$

γ_0 - постоянная;

$\Delta E = W_{min}$ – ширина запрещённой зоны;

$$\gamma_2 = \gamma_0 \left(-\Delta E / 2kT_2\right);$$

Разделим уравнения:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT_2} - \frac{\Delta E}{2kT_1}\right) = \exp\left[\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right];$$

$$\ln\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{W_{min}}{2k}\frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}; \quad W_{min} = \frac{2kT_1T_2}{T_1 - T_2}\ln\frac{\gamma_1}{\gamma_2};$$

$$W_{min} = \frac{2*1{,}38*10^{-23}*2{,}93*2{,}75*10^4}{17}\ln 10 = 3{,}01*10^{-19}\,Дж = 1{,}88\,эВ.$$

$R_1=10^4$ Ом $t_1=20°$ C $t_2=80°$ C	Удельная проводимость собственных полупроводников:
R_2 - ?	

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\Delta E / 2kT\right);$$

Имеем

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\exp\left(-\Delta E / 2kT_2\right)}{\exp\left(-\Delta E / 2kT_1\right)} = \exp\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right);$$

$$R_2 = \frac{R_1}{\exp\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)} = \frac{10^4}{\exp\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{353}\right)} = 9994,2(Ом).$$

Cu
ε_F - ?

Энергия Ферми:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3};$$

где концентрация электронов:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m}{\mu} N_A \frac{1}{V} = \frac{\rho N_A}{\mu};$$ подставляем:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi^2 \rho N_A}{\mu}\right)^{2/3};$$

$$\varepsilon_F = \frac{6{,}62^2 * 10^{-68}}{4\pi^2 * 2 * 9{,}1 * 10^{-31}}\left(\frac{3\pi^2 * 8{,}93 * 10^3 * 6{,}02 * 10^{23}}{65}\right)^{2/3}$$

$$= 6{,}11 * 10^{-39}(245 * 10^{26})^{2/3} = 6{,}11 * 10^{-22}(245)^{2/3} = 2{,}39 * 10^{-20}\ Дж.$$

$U_{пр}=2$ В
$T_1=300$ К
$T_2=273$ К

I_2/I_1 - ?

Сила т то в p-n переходе

$$I = I_0\left(\exp\left(eU/kT\right)-1\right)$$

Имеем

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{\exp\left(\frac{eU}{kT_2}\right)-1}{\exp\left(\frac{eU}{kT_1}\right)-1}=\frac{\exp\left(\frac{1{,}6*10^{-19}*2}{1{,}38*10^{-23}*273}\right)-1}{\exp\left(\frac{1{,}6*10^{-19}*2}{1{,}38*10^{-23}*300}\right)}=$$

$$=\frac{7{,}738*10^{36}}{3{,}704*10^{33}}=2{,}09*10^{3}.$$